


BIBLIOTHECAE
ELECTORALIS
MONACENSIS.
Christian Wink. del.
J. Mich. Söckler. sc. 1779.




BIBLIOTHECAE
ELECTORALIS
MONACENSIS.
Christian Wink. del.
J. Mich. Stebler. fc. 1778.



Mathesis. Astronomia. De planetis in genere
771.

Leonh. Eulers,

Director der Königl. Academie der Wissenschaften von Berlin, Mitglied der Kaiserl. Academie der Wissenschaften von Petersburg, der Königl. von Paris, London, und Göttingen &c. &c.

Theorie

der

Planeten und Cometen

von

Johann Freyherrn von Paccassi

übersetzt,

und mit einem Anhange und Tafeln vermehrt.



Wien,
gedruckt bey Johann Thomas Edlen von Trattnern,
kaiserl. königl. Hofbuchdruckern und Buchhändlern.
1781.

Seiner Excellenz

dem

Hochgebohrnen des Heiligen Römischen Reichs

Grafen

Johann Philipp von Cobenzl,

Freyherrn auf Proseck, ꝛc. ꝛc.

K. K. Kämmerer, wirkl. geheimen Rath,

und

Niederländischen Staatsrath, Haus- Hof- und Staats- Vicekanzler

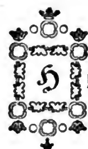
der auswärtigen Geschäfte,

wie auch

jener der Oesterreichischen Niederlande und der Lombardie ꝛc. ꝛc.

gewidmet.

Euer Excellenz!



Hochdieselben erlaubten mir diese Schrift des berühmten Euler **Dero** Namen zu widmen; welche Gnade ich eben so sehr als ein schätzbares Zeichen von **Dero** Wohlwollen gegen mich ansehe; als es die Welt für einen untrüglichen Beweis halten wird, daß **Euer Excellenz** die Wissenschaften **Hochdero** Schutzes würdigen. — Welch einer glücklichen Zukunft haben sich die Wissenschaften, und Künste zu erfreuen, wenn ein Minister, wie **Euer Excellenz** vor dem Throne des **Monarchen** für sie das Wort führt! und wie

glücklich sind wir, die wir in einem Staate leben, dessen größte Minister sich nicht schämen, Mäcenaten des Fleißes, und der Wissenschaften zu seyn!

Ich habe die Ehre mit tiefester Hochachtung mich zu nennen

Euer Excellenz!

gehorsamster Diener
Johann Freyherr von Paccassi.



Vorrede des Uibersetzers.

Ich bin meinen Lesern Rechtschaffenheit eines Unternehmens schuldig, welches, bey gegenwärtiger Läge der Wissenschaften, dem größten Theile überflüßig scheinen könnte. Mir ist sehr wohl bekannt, daß man insgemein das Ansehen einer Wissenschaft, einer Kunst, oder überhaupt einer Erfindung nur nach dem augenblicklichen Nutzen, und unmittelbaren Einfluß zu schätzen pflegt, durch welches seltsame Betragen, die Genien abgeschröcket werden, und viele Wissenschaften uns beynahe unbekannt scheinen, welche in anderen Reichen im größten Flore sind. —

Unter diese unglückliche Anzahl gehören die **Mathematik**, und **Sternkunde**, welche vielleicht auch deswegen für entbehrlich angesehen werden, weil wir auf ebenen Wegen ohne Sternkunde die Strasse finden können, und alles, was zum Leben nothwendig ist, erhalten, ohne mehr als einen schlechten Auszug aus Wolfs Mathematik zu verstehen. —

Dem sey nun wie ihm wolle, so glaubte ich doch einem, obschon sehr geringen Theil teutscher Leser einen Gefallen zu erweisen, wenn ich diese Schrift des größten Geometers unseres Jahrhundertes in unserer Mut-

Muttersprache lieferte; um so viel mehr, als alle Nationen um die Wette eifern, seine Schriften in ihre Sprache zu übersetzen. (*)

In meinen Zusätzen suchte ich dasjenige nachzuholen, was man bey der Theorie des Herrn Eulers noch wünschen konnte, und welches er selbst unendlich besser würde gegeben haben, wenn seine Absicht gewesen wäre, eine vollkommene Theorie der Cometen zu liefern.

Die beygefügten Tafeln sind theils von anderen, theils von mir berechnet worden, und haben ihren vorzüglichen Nutzen, bey Anwendung der Theorie, welche sonst mühsame Rechnungen erfodern würde. —

Da meine Absicht nur gewesen ist nützlich zu seyn, so wird es mich sehr freuen, wenn ich sie nur einigermassen erreichet habe.

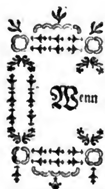
Geschrieben, Wien den 1. Hornung 1781.



(*) Wie dann erst kürzlich die neuen Theorien der Schiffkunst und Artillerie des Hr. Euler auf Befehl des Königs von Frankreich durch die Academie der Wissenschaften mit vielen Lobeserhebungen sind übersetzet worden.



Von der Bewegung der Planeten, und Cometen um die Sonne.



§. 1.

Wenn wir die Gesetze genauer betrachten, nach welchen die Planeten sowohl, als Cometen sich um die Sonne bewegen, so zeigt sich, daß die Laufbahnen dieser letzteren nicht allein durch Ellypsen, sondern durch alle Gattungen der Kegelschnitte können vorgestellet werden. Dann Planeten und Cometen unterscheiden sich allein durch die Gestalt ihrer Laufbahn, durch welche, wenn sie eine nicht sehr vom Kreise abweichende Ellypse ist, der Körper, der selbe beschreibt den Namen eines **Planeten** erhält, wäre sie aber eine sehr eccentrische Ellypse, oder eine Parabel, oder Hyperbel, so wird der Körper ein **Comet** genennet. Beede Gattungen der Himmelskörper befolgen in ihrem Laufe die nämlichen Gesetze der Bewegung. Die Zeiten, in welchen sie bestimmte Theile ihrer Bahnen abmeßen, sind durchgehends im geraden Verhältniße der um die Sonne beschriebenen Flächen, und im umgekehrten cubischen der Parametern, und die Sonne wird für unbeweglich in einem Brennpunkte angenommen. Aus diesem Gesetze kann nicht allein die Bewegung der **Planeten** und **Cometen in Parabeln, Ellypsen** oder **Hyperbeln** bestimmet, sondern auch die Laufbahn selbst durch einige Beobachtungen gefunden werden.

§. 2. Aus eben dieser Quelle hat man auch die astronomischen Tafeln für die Bewegung der Planeten hergeleitet, durch deren Hülfe die **wahre Anomalie**, aus der **mittle**

ren oder umgekehrt gefunden wird, welche Methode aber nur für **ellyptische**, vom **Cirkel** nicht sehr abweichende Bahnen zu gebrauchen ist. Wenn wir also diese Theorie allgemein festsetzen, und auf die Bewegung der Cometen in Hyperbeln anwenden wollen, so müßen wir, von der gewöhnlichen Art das wechselseitige Verhältniß der **wahren** und **mittleren** Anomalie zu bestimmen, abweichen, und einen anderen Weg einschlagen. Dann die gewöhnliche Methode hat diesen Fehler, daß die **Anomalien von der Sonnenferne** gerechnet werden: welches nur bey Ellypsen möglich, bey Parabeln aber, und Hyperbeln unmöglich ist, weil sie keine **Aphelien** haben. Diesem Uebel nun könnte abgeholfen werden, wenn die **Anomalien von der Sonnennähe** (perihelio) gezählet würden, welches bey allen Gattungen krummlinigter **Bahnen** wohl angienge. Ferners, dürfte man auch die auf gewöhnliche Art bestimmten **mittleren Anomalien** nicht gebrauchen, weil hiezu die periodische Umlaufszeit erfodert wird, welche bey **Parabeln**, und **Ellypsen** nicht Platz findet. Anstatt also der **mittleren Anomalie**, werde ich jene Zeit gebrauchen, zu welcher der Körper im Perihelio sich befindet, und die **wahre Anomalie** wird mir dessen **heliocentrische Entfernung** von der **Sonnennähe**. Nach diesen Voraussetzungen will ich folgende Aufgaben auflösen, durch welche die Natur der himmlischen Bewegungen sowohl theoretisch erkennet, als auch richtig in der Praktik angewendet werden kann.

Aufgabe I.

§. 3. Aus der gegebenen Fläche, die ein Comet, oder Planet in bestimmter Zeit, um die Sonne beschrieben hat, den Parameter seiner Laufbahn finden?

Auflösung.

Da hier Größen von verschiedener Art, nämlich **Zeiten** und **Flächen** vorkommen, so müßen beyde nach einem gewißen und beständigen Maaß ausgedrückt werden. Setzen wir also die mittlere Distanz der Sonne von der Erde 100000 so sind alle übrigen Größen, in diesen Theilen anzunehmen, und der gesuchte Parameter ist ebenfalls in dieser Einheit auszudrücken; ich setze ferners, daß die um die Sonne beschriebene Fläche in solchen quadrat Theilen gegeben wird, deren 100000 die halbe Achse der Erdbahn ausmachen. Es sey also, die auf solche Art bestimmte Fläche des Himmelskörpers $= \mathrm{A}$, und b sey der halbe Parameter, oder die in dem Brennpunkt senkrechte Ordinate; die Zeit wollen wir künftig immer durch natürliche Täge, und Decimalien der mittleren Zeit angeben, und hier sey die Zeit in welcher die Fläche T um die Sonne beschrieben wird $= \mathrm{T}$, auf diese Art wären also die Grössen A, b und T dieser Aufgabe, in absoluten Zahlen ausgedrückt. Da nun nach den Gesetzen der um die Sonne laufenden Himmelskörper, die Zeit T mit der durch $\sqrt{b}$ getheilten Fläche A proportional ist, so wird $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{T}\sqrt{b}} =$ einer beständigen Zahl, die ich m nenne; so daß $\mathrm{T} = \frac{\mathrm{A}}{m\sqrt{b}}$, oder $\sqrt{b} = \frac{\mathrm{A}}{m\mathrm{T}}$ und $b = \frac{\mathrm{A}^2}{m^2\mathrm{T}^2}$, wäre nun die Zahl m bekannt, so wäre das Problem aufgelöset, weil alsdenn der halbe Parameter b in solchen Grö-

Grösen gefunden würde, deren 100000 der mittleren Distanz der Sonne von der Erde gleich sind. Diese Zahl m zu finden, betrachten wir einen bereits bekannten Fall. Da schon bewußt ist, daß die Erde in Zeit eines Sternen-Jahres, oder in 365 Tägen, 6^h. 8'. 30" um die Sonne lauft, wenn wir setzen $T = 365, 256$; $A =$ der Fläche der ganzen Erdbahn, und $b =$ dem halben Parameter dieser Bahn, so wird der Bruch $\frac{A}{T\sqrt{b}}$ den wahren Werth von m geben. Es sey also die halbe Zwerchachse der Erdbahn $= c = 100000$, so wird ihre conjugirte seyn: $= \sqrt{bc}$; ist nun $1 : \pi$ das Verhältniß des Durchmessers zur Peripherie des Cirkels, so daß $\pi = 3,14159265$, so wird die Cirkelfläche deren Radius c gleich seyn πc^2, die sich also zur Fläche der Erdbahn verhält, wie c zu $\sqrt{bc}$; daher die Area der Erdbahn $A = \pi c\sqrt{bc}$, und folglich $m = \frac{A}{T\sqrt{b}} = \frac{\pi c\sqrt{c}}{T}$, welches anzeigt, daß m durch bekannte Zahlen, als $\pi = 3, 14149265$; $c = 100000$; und $T = 365, 256$ gegeben wird. Durch Logarithmen ist:

$$
\begin{array}{rcl}
l\pi & = & 0,\ 4971498727 \\
lc\sqrt{c} & = & 7,\ 5000000000 \\
\hline
 & & 7,\ 9971498727 \\
-\ LT & = & -\ 2,\ 5625973588 \\
\hline
Lm & = & 5,\ 4345525139
\end{array}
$$

also $m = 271989, 735$, hieraus also ist der Parameter von was immer für einer, um die Sonne beschriebenen Laufbahn $= 2b = \frac{2A^2}{m^2T^2}$.

1. Folgerung.

§. 4. Aus der bekannten Fläche, die der Comet in gegebener Zeit um die Sonne beschreibt, kann der Parameter von dessen Laufbahn also gefunden werden: daß dessen Verhältniß zur mittleren Distanz der Sonne von der Erde angegeben wird.

2. Folgerung.

§. 5 Sollte aber der Parameter, den wir $2b$ nennen, schon bekannt seyn, so ließe sich hieraus die Zeit finden, in welcher eine bestimmte Fläche der ganzen Bahn um die Sonne durchloffen wird; dann es heiße diese Fläche A, so ist die Zeit $T = \frac{A}{m\sqrt{b}}$ Täge: wenn nur, (was immer zu beobachten ist) die Längen in solchen Theilen ausgedrückt werden, deren 100000 die halbe Erdbahn ausmachen, und wenn $m = 271989, 735$.

3. Folgerung.

§. 6. Umgekehrt also, kann aus dem Parameter $2b$ die Fläche gesucht werden, welche der Planet, oder Comet in der Zeit T um die Sonne beschreibt: dann in der Zeit T (wenn sie in Tägen gegeben ist,) wird die Fläche seyn: $A = mT\sqrt{b}$.

2. Aufgabe. Fig. 1.

§. 7. Aus der Entfernung des Scheitels vom Brennpunkte AS, und dem Parameter, dessen Hälfte BS, in dem Kegelschnitte ABM das Verhältniß finden, welches zwischen der Distanz jeden Punktes M vom Brennpunkte S und der wahren Anomalie, oder dem Winkel ASM ist.

Auflösung.

Es seye gegeben die Entfernung AS des Scheitels vom Brennpunkte, oder in Planeten, und Cometen Bahnen, die perihelische Distanz von der Sonne S, nämlich $AS = a$ und der halbe Parameter, das ist die Ordinante $BS = b$. Es giebt also die verlängerte Linie AS die Axe des Kegelschnittes an, auf welche aus M das Loth MP fälle. Aus der Natur der Kegelschnitte ist die Distanz $MS = a + \frac{(b-a)}{a} . AP$. Da aber $AP = a + PS$; so ist, wenn $MS = y$ und ASM oder die wahre Anomalie $= v$, und der Sinus totus $= 1$; $\cos. v = \frac{-PS}{MS} = \frac{-PS}{y}$, also $PS = -y \cos. v$ und $AP = a - y \cos. v$; setzt man diesen Werth in obigen Ausdruck, so ist: $MS = y = a + \frac{(b-a)}{a} . (a - y \cos. v) = b - \frac{(b-a)\, y \cos. v}{a}$; hieraus also kömmt: $\cos. v = \frac{a\,(b-y)}{y\,(b-a)}$ und $y = \frac{ab}{a + (b-a)\cos. v}$. Folglich ist aus der wahren Anomalie v die Distanz y des Planeten oder Cometen von der Sonne, und umgekehrt jene aus dieser zu finden.

1. Folgerung.

§. 8. Wenn die wahre Anomalie ASM verschwindet, oder $v = o$ so ist $\cos. v = 1$. und die Distanz von der Sonne, $y = a$. daß heißt: wenn der Punkt M in A fällt, so wird $MS\,(y) = AS\,(a)$ Eben so, wenn $ASM = v = 90°$, ist $\cos. v = o$ und $y = b$, welches klar ist, weil M in B fällt.

2. Folgerung.

§. 9. Setzen wir $v = 180°$, so bedeutet y die Entfernung im Aphelio von der Sonne; es wird aber diese Distanz seyn: $\frac{ab}{2a - b}$, weil $\cos. v = -1$. Setzet man zu

die-

dieser die perihelische Entfernung $= a$ von der Sonne, so kömmt die Zwerchachse der Bahn $= \frac{2a^2}{2a - b}$; woraus der Abstand des Brennpunktes vom Mittelpunkt $= \frac{a(b-a)}{2a-b}$; und die Eccentrizität $= \frac{b-a}{a}$.

3. Folgerung.

§. 10. Wenn also $b = a$; so wird aus dem Kegelschnitte ein Cirkel, dessen Mittelpunkt in S und dessen Radius AS $= a$. Wenn aber $b > a$, so ist die Linie eine Ellypse, bis daß $b = 2a$, in welchem Fall eine Parabel entstehet, weil die Zwerchachse $\frac{2a^2}{2a - b}$ unendlich wird. Sollte aber $b > 2a$, so wird die Zwerchachse verneinend, und die krumme Linie eine Hyperbel.

4. Folgerung.

§. 11. Wäre $b > a$, so entstünde immer eine Ellypse, dessen entfernter Scheitelpunkt in A ist, und also die Sonnenferne vorstellte; der entgegengesetzte Punkt also der Laufbahn wäre die Sonnennähe, dessen Distanz vom Brennpunkte S seyn wird $= \frac{ab}{2a-b}$ welche kleiner ist als a wenn $b < a$.

3. Aufgabe. Fig. 2.

§. 12. Aus zwo gegebenen Entfernungen von der Sonne FS; GS, dem eingeschlossenen Winkel FSG, und dem bekannten Parameter die ganze Laufbahn bestimmen.

Auflösung.

Der halbe Parameter sey $= b$. Ferners FS $= f$, GS $= g$, und FSG $= \phi$, welche drey Größen gegeben sind; aus den zu suchenden heiße die Entfernung AS, a, die Anomalie ASF $= v$, so ist ASG $= v + \phi$; es giebt also vorhergehende Aufgabe zwo Gleichungen; nämlich:

$$SF = f = \frac{ab}{a + (b - a)\cos v} \text{ und } SG = g = \frac{ab}{a + (b-a)\cos(v + \phi)}.$$

hieraus entstehet für a ein gedoppelter Werth als:

$$a = \frac{bf \cos v}{b - f + f\cos v} = \frac{bg \cos(v + \phi)}{b - g + g\cos(v + \phi)},$$ wenn beede einander gleich gesetzet werden, erhalten wir:

$(b - g) f \cos v = (b - f) g \cos(v + \phi) = (b - f) g (\cos v \cos\phi - \sin v \sin\phi)$ also:

 (b—

$\frac{(b-g)f}{(b-f)g} = \text{cos}.\ \phi - \text{tang}.\ v\ \text{sin}.\ \phi$, aus welcher Gleichung die Anomalie v durch blos bekannte Größen gefunden wird als: tang. $v = \text{cos}.\ \phi - \frac{(b-g)f}{(b-f)g\ \text{sin}.\ \phi}$, oder tang. $v = \frac{(b-f)g\ \text{cos}.\ \phi - (b-g)f}{(b-f)g\ \text{sin}.\ \phi}$. Aus dem Winkel ASF $= v$ folgt die perihelische Entfernung AS $= a = \frac{bf\ \text{cos}.\ v}{b-f+f\ \text{cos}.\ v}$; und aus AS $= a$, nebst dem halben Parameter b, kann die Bahn AFG durch vorhergehende Aufgabe bestimmet werden.

1. Folgerung.

§. 13. Wenn also die Fläche ASG und die Zeit gegeben sind, in welcher ein Comet, oder Planet den Raum FG durchlauft, so wird durch das erste Problem der Parameter gefunden, und folglich hieraus die ganze Bahn AFG bestimmet.

2. Folgerung.

§. 14. Erstlich wird aus dem halbem Parameter b nebst den Entfernungen FS $= f$, GS $= g$, und dem Winkel FSG $= \phi$ die Lage der Achse AS aus dem Winkel ASF $= v$ gefunden, dann tang. $v = \text{cot}.\ \phi - \frac{(b-g)f}{(b-f)g\ \text{sin}.\ \phi}$, und aus dem Winkel v ist AS $= a = \frac{bf\ \text{cos}.\ v}{b-f+f\ \text{cos}.\ v}$.

3. Folgerung.

§. 15. Aus der Natur der Kegelschnitte erhellet, daß wenn in A das Perihelium der Laufbahn ist, jene aus den Linien FS; GS dem Perihelio am nächsten sey, welche die kürzeste ist, weil also oft ungewiß scheinet, welche aus den Linien FS, GS mit f sollte bezeichnet werden, so wollen wir immer der kürzeren diese Benennung beylegen.

4. Folgerung.

§. 16. Sollte die Tangente der Anomalie v verneinet gefunden werden, so würde dieses anzeigen, daß entweder der Winkel ASF größer als 90°, (obgleich kleiner, als zwey rechte Winkel,) oder daß er negativ seye, und also das Perihelium zwischen der Orte F und G falle. Weil also die Lage des Perihelium A zweifelhaft ist, und zwischen zween gerade entgegen gesetzten Punkte fällt, so wird jene die wahre seyn, welche der kürzeren Distanz F näher kömmt, die andere aber wird den Punkt der Sonnenferne angeben.

4. Auf-

4. Aufgabe. Fig. 3.

§. 17. Aus der gegebenen Laufbahne AM eines Himmelskörpers,, die Zeit finden, in welcher jede beliebige wahre Anomalie ASM beschrieben wird.

Auflösung.

Es sey die Entfernung AS im Perihelio $= a$ der halbe Parameter $= b$, die wahre Anomalie ASM $= v$, und die Entfernung SM $= y$ so ist $y = \frac{ab}{a + b(b - a) \text{ cos. } v}$ oder cos. $v = \frac{a\,(b - y)}{y\,(b - a)}$. Ferners sey die Fläche ASM $=$ A, so ist nach der ersten Aufgabe, die Zeit, in welcher der Bogen AM beschrieben wird $= \frac{A}{m\sqrt{b}}$ Täge, diese Zeit zu bestimmen müssen wir also die Fläche ASM kennen. Man nehme das Element Mm, und ziehe Sm, so wird der Winkel MS$m = dv$; die Fläche des Dreyeckes MS$m = \frac{1}{2}\, y^2 dv$, also $A = \frac{1}{2}\int y^2 dv$, setzet man statt y dessen Werth, so ist $A = \frac{1}{2}\int \frac{a^2 b^2 dv}{(a + (b - a) \text{ cos. } v)^2}$.

Um diese Formel integriren zu können, setze tang. $\frac{1}{2}$ ASM $=$ tang. $\frac{1}{2} v = t$; so ist $dv = \frac{2dt}{1 + tt}$ und cos. $v = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$; dieses substituirt, giebt: $A = \int \frac{a^2 b^2 dt\,(1 + t^2)}{[b + (2a - b)\,t^2]^2}$.

Es sey $A = \frac{\alpha t}{b + (2a - b)\,t^2} + \beta \int \frac{dt}{b + (2a - b)\,t^2}$, nach angestellter Vergleichung ist $\alpha + \beta = a^2 b$; und $\beta - \alpha = \frac{a^2 b^2}{2a - b}$, also: $\alpha = \frac{-a^2 b\,(b - a)}{2a - b}$ und $\beta = \frac{a^3 b}{2a - b}$; woraus die Area $A = \frac{a^3 b}{(2a - b)} \int \frac{dt}{b + (2a - b)\,t^2} - \frac{a^2 b\,(b - a)\,t}{(2a - b)\,(b + (2a - b)\,t^2}$. Für das Integrale dieser Gleichung, giebt es vier Fälle: der erste ist:

I. Wenn $b = a$. wo die krumme Linie ein Cirkel wird, welcher Fall sehr leicht, aus der ersten Formel aufgelöst wird: welche giebt: $A = \frac{1}{2}\int a^2 dv = \frac{1}{2} a^2 v$; oder, wenn man den Ausdruck durch t verlangte, weil $v = 2$A tang. t; so wäre die Fläche $A = a^2$. Bog. tang. t.

II. Wenn $b > a$ doch so, daß $b < 2a$, so entstünde eine Ellypse, und da wird, wie wir schon sahen: $A = \frac{a^3 b}{2a - b} \int \frac{dt}{b + (4a - b)\,t^2} - \frac{a^2 b\,(b - a)\,t}{(2a - b)\,(b + (2a - b)\,t^2}$. Es ist aber $\int \frac{dt}{b + (2a - b)\,t^2} = \frac{1}{\sqrt{(b\,(2a - b))}}$. Bogen tang. $t \frac{\sqrt{(2a - b)}}{(b)} = \frac{1}{\sqrt{(b(2a - b))}}$

B. sin.

$\mathfrak{B}.\ \sin.\ t\ \frac{\sqrt{(2a-b))}}{\sqrt{(b+(2a-b)t^2)}} = \frac{1.}{\sqrt{(b(2a-b))}}\ \mathfrak{B}.\ \mathrm{Cos.}\ \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{(b+(2a-b)t^2)}}$; hieraus wird: $\int \frac{dt}{b+(2a-b)t^2} = \frac{1}{2\sqrt{b(2a-b)}}\ \mathfrak{B}.\ \mathrm{Sin.}\ \frac{2t\sqrt{b(2a-b)}}{b+(2a-b)t^2}$ es entstehen also folgende Ausdrücke für die Fläche A nämlich:

$$A = \frac{a^2\sqrt{b}}{(2a-b)\sqrt{(2a-b)}}\ \mathfrak{B}.\ \mathrm{tang.}\ t\ \frac{\sqrt{(2a-b)}}{(b)} - \frac{a^2b\ (b-a)t}{(2a-b)\ (b+(2a-b)t^2)}$$

oder: $A = \frac{a^2\sqrt{b}}{2(2a-b)\sqrt{(2a-b)}}\ \mathfrak{B}\ \sin.\ \frac{2t\sqrt{b(2a-b)}}{b+(2a-b)t^2} - \frac{a^2\ (b-a)\sqrt{b}}{2(2a-b\sqrt{(2a-b)}}.$ $\frac{2t\sqrt{b.(2a-b)}}{b+(2a-b)t^2}$. oder auch:

$$A = \frac{a^2\sqrt{b}}{2(2a-b)\sqrt{2a-b}}\left(\mathfrak{B}.\ \sin.\ \frac{2t\sqrt{b(2a-b)}}{b+(2a-b)t^2} - \frac{(b-a)}{a}.\frac{2t\sqrt{b(2a-b)}}{b+(2a-b)t^2}\right).$$

III.. Wenn $b = 2a$, so entstehet eine Parabel und aus obiger Gleichung ist:

$A = \int a^2dt\ (1+t^2) = a^2\ (t+\frac{1}{3}t^3)$, in welchem einzigen Falle, die Area eines algebraischen Ausdruckes fähig ist.

IV. Wenn endlich $b > 2a$, so ist die Laufbahn eine Hyperbel, und man findet: $A = \frac{a^2b\ (b-a)t}{(b-2a)\ (b-(2b-2a)t^2)} - \frac{a^2b}{b-2a}\int \frac{dt}{b-(b-2a)t^2}$. Das Integrale hängt von Logarythmen ab, und es ist: $\int \frac{dt}{b-(b-2a)\ t^2} = \frac{1.}{2\sqrt{b(b-2a)}}$ $\mathrm{Log}\left(\frac{\sqrt{b}+t\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}-t\sqrt{(b-2a)}}\right)$; hieraus also findet man die Area

$$A = \frac{a^2b(b-a)t}{(b-2a)(b-(b-2a)t^2)} - \frac{a^2\sqrt{b}}{2(b-2a)\sqrt{(b-2a)}}\mathrm{Log.}\frac{\sqrt{b}+t\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}-t\sqrt{(b-2a)}},$$ oder:

$$A = \frac{a^2\sqrt{b}}{2(b-2a)\sqrt{b-2a}}\ \frac{(b-a)}{a}.\ \frac{2t\sqrt{b(b-2a)}}{b-(b-2a)t^2} - \mathrm{Log.}\frac{\sqrt{b}+t\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}-t\sqrt{(b-2a)}}.$$

Wenn also, in einem dieser vier Fälle die Fläche ASM $=$ A gefunden wird, so ist die Zeit in welcher sie beschrieben worden $= \frac{A}{m\sqrt{b}}$, welcher Ausdruck die Täge giebt, wenn $m =$ 271989,735, und sowohl A, als b die von mir anverlangte Abmeßung haben.

I. Fol=

1. Folgerung.

§. 18. Wenn also die Bahn ein Cirkel ist, so wird die Zeit, in welcher der Winkel ASM $= v$ beschrieben wird $= \frac{av\sqrt{a}}{2m}$, weil $b = a$: welches aus der gleichförmigen Bewegung von sich selbst folget. Weil übrigens der Cirkel kein Perihelium hat, so kann man sich hier, der **wahren Anomalie** nur uneigentlich bedienen.

2. Folgerung.

§. 19. Ist die Bahn eine Ellypse, so suche man, um die Fläche A bequemer auszudrücken, den Winkel ω so, daß, tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(2a-b)}}{\sqrt{b}}$; tang. $\frac{1}{2}v = t\,\frac{\sqrt{(2a-b)}}{\sqrt{b}}$.
Aus diesen Winkel ω ergiebt sich die Fläche $A = \frac{a^2\sqrt{b}}{2(2a-b)^{\frac{1}{2}}}\left(\omega - \frac{(b-a)}{a}\,\text{sin.}\,\omega\right)$
und die Zeit von $AM = \frac{a^2}{2m(2a-b)^{\frac{1}{2}}}\left(\omega - \frac{(b-a)}{a}\,\text{sin.}\,\omega\right)$

3. Folgerung.

§. 20. Sollte aber die Laufbahn eine Hyperbel seyn, so suche man gleichfalls den Winkel ω dessen tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$ oder $t = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{(b-2a)}}$ tang. $\frac{1}{2}\omega$. Hieraus wird die Fläche $ASM = A = \frac{a^2\sqrt{b}}{2(b-2a)^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{(b-a)}{a}\,\text{tang.}\,\omega - \text{Log. tang.}\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)\right)$
und folglich die Zeit von $AM = \frac{a^2}{2m(b-2a)^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{(b-a)}{a}\,\text{tang.}\,\omega - \text{L tang.}\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)\right)$

4. Folgerung.

§. 21. Es ist klar, daß der durch Integriren gefundene Logarithme von tang. $(45 + \frac{1}{2}\omega)$ zu den hyperbolischen gehöre, wenn der Sinus totus $= 1$. In Abgang solcher Logarithmen Tafeln, nehme man den Logarithmus von tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)$ aus den gemeinen Tafeln, ziehe von dessen Charakteristik 10 ab, vielfältige den Rest mit 2, 302585092994, und das Produkt wird der hyperbolische Logarithme seyn von tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)$; wo noch zu merken, daß 0, 3622156886 der Logarithme der Zahl, 2, 30258509 sey.

1. Zusatz.

§. 22. Eben dieser logarithmische Ausdruk L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)$ findet sich in der **Hydrographie**, wenn man nämlich in einer Seecharte nach der Angabe des **Merkator**, jene **zunehmende Breite** verlangt, welche der Breite ω auf der Oberfläche der Erde entspricht, wo man sodann aus den Seetafeln, die jede Grade der **zunehmenden Breiten** enthalten,

den Werth von L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\,\omega)$ nehmen kann. Uebrigens läßt sich auch ohne ihnen die Berechnung leicht führen. Dann es sey L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\,\omega) = X$; man suche also in den gemeinen Logarithmen Tafeln L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\,\omega)$, und ziehe hievon ab den Logarithmus der Tangente von 45°, oder 10, 00000, der Rest heiße R, so ist $X = 2,302585092994 \,.\, R$, oder in Logarithmen: $L\,X = L\;R + 0,3622156886$, woraus der Werth von $X = L$ tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\,\omega)$ durch die gemeinen Tafeln leicht gefunden wird. Es sey zum Beyspiel, der Winkel $\omega = 37^\circ.\ 22'.\ 40''$, so ist $\frac{1}{2}\,\omega = 18^\circ.\ 41'.\ 20''$, und $(45^\circ + \frac{1}{2}\,\omega) = 63^\circ.\ 41'.\ 20''$. aus den Tafeln ist:

$$\begin{array}{lcl}
L\ \text{tang.}\ (45^\circ + \frac{1}{2}\,\omega) & = & +\ 10,\ 3058582068 \\
-\ L\ \text{tang.}\ \ 45^\circ & = & -\ 10,\ \text{-------}0 \\
\hline
R & = & +\ 0,\ 3058582068 \\
L.\ R & = & 9,\ 4855201380 \\
 & + & 0,\ 3622156886 \\
\hline
L\,X & = & 9,\ 8477358266 \\
X & = & 0,\ 7042645474.
\end{array}$$

2. Zusatz.

§. 23. Was die in der Ellypse anzugebende Zeit betrift, ist zu merken, daß der Bogen, oder Winkel ω, nicht wie gewöhnlich in Graden und Minuten, sondern in Theilen des Radius = 1 müße ausgedrückt werden. So, wann $\omega = 180$, so wäre statt ω die Länge des halben Umkreises 3, 1415926535 zu setzen. Auf diese Art läßt sich jeder Winkel in Decimaltheilen des Radius = 1 angeben; dann man verwandle den Bogen ω in Secunden, und es sey $\omega = n''$, so ist klar, weil $180^\circ = 648000''$, daß man setzen müße: $648000'' : 3,\ 1415926535 = n''$: zu den Werth von ω also:

$$\omega = \frac{3,\ 1415926535}{648000''} \cdot n, \text{ weil nun: } \begin{array}{rcl} L.\ 648000 & = & 5,\ 8115750059 \\ -\ L\ 3,\ 14159\ \&c. & = & -\ 0,\ 4971498727 \\ \hline & & 5,\ 3144251332 \end{array}$$

von dem Logarithmus n werde abgezogen 5, 3144251332, so wird der Rest den Logarithmus von ω in Decimaltheilen des Radius angeben. Man kann auch zu den Logarithmus von n die Zahl 4, 6855748668 addiren, vermindere die Charakteristik der Summe um 10, so ist der Rest gleichfalls der Logarithmus des Winkels ω.

5. Aufgabe Fig. 2.

§. 24. Aus zween Entfernungen FS. GS von der Sonne, dem Winkel FSG und der Zeit in welcher der Bogen FG beschrieben wird; den Parameter der Bahn finden, und hieraus die ganze Bahn bestimmen, in der Voraussetzung daß FSG sehr klein seye.

Auf-

Auflösung.

Es sey FS = F; GS = G, und FSG = Φ; wegen dessen kleinem Werthe, der Bogen FG nicht viel von einer geraden Linie abweichen wird, woraus sich also die Area FSG als ein geradliniges Dreyeck betrachten läßt, und folglich seyn wird = $\frac{1}{2}$ FG sin. Φ; weil sie aber doch wegen der Krümmung des Bogens FG etwas größer seyn möchte, so nehme man den Ausdruck $\frac{1}{2}\,fg\,\sin.\Phi$, welcher im Falle einer cirkulären Bahn die wahre Fläche angiebt. Um aber diese Area genauer zu bestimmen, seye FS = y GS = z und ASF = v; ferners die Fläche ASF = F und die Fläche ASG = G so ist wegen ASG = $v + \Phi$, die Area F = $\frac{1}{2}\int y^2 dv$ und G = $\frac{1}{2}\int z^2 dv$. Die perihelische Sonnenferne AS sey a, und der halbe Parameter = b, so ist: $y = \frac{ab}{a+(b-a)\cos.v}$ und $z = \frac{ab}{a+(b-a)\cos.(v+\Phi)}$; hieraus $dy = \frac{ab(b-a)\,dv\,\sin.v}{(a+(b-a)\cos.v)^2} = \frac{(b-a)y^2\,dv\,\sin.v}{ab}$, folglich $\frac{dy}{dv} = \frac{(b-a)y^2\sin.v}{ab}$

Da nun aus y entstehet z, wenn statt v geschrieben wird $(v+\Phi)$, so ist $z = y + \frac{\Phi dy}{dv} + \frac{\Phi^2 d^2y}{2dv^2} + \frac{\Phi^3 d^3y}{6dv^3}$ + &c. wo dv beständig ist. Eben so entstehet aus der Fläche F die Fläche G, wenn statt v geschrieben wird $(v+\Phi)$ so ist $G = F + \frac{\Phi dF}{dv} + \frac{\Phi^2 d^2F}{2dv^2} + \frac{\Phi^3 d^3F}{6dv^3}$ + &c. also die gesuchte Fläche FSG = G − F = $\frac{\Phi dF}{dv} + \frac{\Phi^2 d^2F}{2dv^2} + \frac{\Phi^3 d^3F}{6dv^3}$ + &c. und weil $F = \frac{1}{2}\int y^2 dv$, so ist: $\frac{dF}{dv} = \frac{1}{2}y^2$; hieraus also: $\frac{d^2F}{dv^2} = \frac{ydy}{dv}$; $\frac{d^3F}{dv^3} = \frac{yd^2y + dy^2}{dv^2}$; $\frac{d^4F}{dv^4} = \frac{yd^3y + 3dyd^2y}{dv^3}$; $\frac{d^5F}{dv^5} = \frac{yd^4y + 4dyd^3y + 3d^2y^2}{dv^4}$ &c. Aus diesem folgt: $G - F = \frac{1}{2}y^2\Phi + \frac{\Phi^2 ydy}{2dv} + \frac{\Phi^3(yd^2y + dy^2)}{6dv^2} + \frac{\Phi^4(yd^3y + 3dyd^2y)}{24dv^3}$; es ist aber $\frac{1}{2}yz\Phi = \frac{1}{2}y^2\Phi + \frac{\Phi^2 ydy}{2dv} + \frac{\Phi^3 yd^2y}{4dv^2} + \frac{\Phi^4 yd^3y}{12dv^3}$ + &c. zieht man hievon den Werth von $\frac{1}{2}yz\Phi$ ab, so bleibt: $G - F = \frac{1}{2}\Phi yz + \frac{\Phi^3(2dy^2 - yd^2y)}{12dv^2} + \frac{\Phi^4(3dyd^2y - yd^3y)}{24dv^3} + \frac{\Phi^5(6d^2y^2 + 8dyd^3y - 3yd^4y)}{24\,vdv^4}$ + &c. weil nun $\frac{dy}{dv} = \frac{(b-a)y^2\cos.v}{ab}$; so ist $\frac{d^2y}{dv^2} = \frac{(b-a)y^2\cos.v}{ab} + \frac{2(b-a)ydy\sin.v}{ab\,dv} = \frac{(b-a)y^2\cos.v}{ab} + \frac{2(b-a)^2y^3\sin.v}{a^2b^2}$; und $\frac{d^3y}{dv^3} = -\frac{(b-a)y^2\sin.v}{ab} + 6\frac{(b-a)^2y^3\sin.v\cos.v}{a^2b^2} + \frac{b(b-a)^3y^4\sin.^2v}{a^3b^3}$; endlich $\frac{d^4y}{dv^4} = -\frac{(b-a)y^2\cos.v}{ab} - \frac{8(b-a)^2y^3\sin.^2v}{a^2b^2} +$

$\frac{6(b-a)^2 y^3 \cos. v}{a^2 b^2} + \frac{3b(b-a)^3 y^4 \sin.^2 v \cos. v}{a^3 b^3} + \frac{24(b-a)^4 y^4 \sin.^4 v}{a^4 b^4} + \&c.$ Aus diesen Ausdrücken folgt, daß: $\frac{2dy^2 - yd^2y}{dv^2} = -\frac{(b-a)y^3 \cos. v}{ab}$; $\frac{3\,dyd^2y - yd^3y}{dv^3} = \frac{(b-a)y^3 \sin. v}{ab} - \frac{3(b-a)^2 y^4 \sin. v \cos. v}{a^2 b^2}$; $\frac{6d^2y^2 + 8dyd^3y - 3yd^4y}{dv^4} = \frac{3(b-a)y^3 \cos. v}{ab} + \frac{4(b-a)^2 y^4 (4\sin.^2 v - 3\cos.^2 v)}{a^2 b^2} - \frac{36(b-a)^3 y^5 \sin.^2 v \cos. v}{a^3 b^3}$. Es wird also die Fläche $G - F = \frac{1}{2}\varphi yz - \frac{\varphi^3 (b-a) y^3 \cos. v}{12ab} + \frac{\varphi^4 (b-a) y^3 \sin. v}{24 a^2 b^2} - \frac{\varphi^4 (b-a)^2 y^4 \sin. \cos. v}{8a^2 b^2} + \frac{\varphi^5 (b-a) y^3 \cos. v}{80ab} + \frac{\varphi^5 (b-a)^2 y^4 \sin.^2 v}{15 a^2 b^2} - \frac{\varphi^5 (b-a)^2 y^4 \cos.^2 v}{20 a^2 b^2} - \frac{3\varphi^5 (b-a)^3 y^5 \sin.^2 v \cos. v}{20 a^3 b^3} + \&c.$ hieraus ist $z = y + \frac{\varphi (b-a) y^2 \sin. v}{ab} + \frac{\varphi^2 (b-a) y^2 \cos. v}{2ab} + \frac{\varphi^2 (b-a)^2 y^3 \sin.^2 v}{a^2 b^2}$. Da nun $\cos. v = \frac{a(b-y)}{y(b-a)}$ und $\cos.(v+\varphi) = \cos. v \cos. \varphi - \sin. v \sin. \varphi = \frac{a(b-z)}{z(b-a)}$; so ist $\sin. v = \frac{a(b-y)}{y(b-a)} \cot. \varphi - \frac{a(b-z)}{z(b-a)} \operatorname{cosec.} 2\varphi$. Man setze nun den Werth von $\cos. v$, so ist $G - F = \frac{1}{2}\varphi yz - \frac{\varphi^3 y^2 (b-y)}{12b} + \frac{\varphi^4 (b-a) y^3 \sin. v}{24ab} - \frac{\varphi^4 (b-a) y^3 (b-y) \sin. v}{8ab^2}$, und eben so den Werth von $\sin. v$, so ist $G - F = \frac{1}{2}\varphi yz - \frac{\varphi^3 y^2 (b-y)}{12b} + \frac{\varphi^4}{24b^2} y^3 (3y - 2b).\left(\frac{b-y}{y} \cot. \varphi - \frac{(b-z)}{z} \operatorname{cosec.} \varphi\right)$. Weil aber keine Ursache ist, warum nicht eben so gut z als y in diesem Ausdruck enthalten seyn sollen, so werden wir selben so einrichten, daß $G - F = \frac{1}{2}\varphi yz - \frac{1}{12}\varphi^3 yz + \frac{\varphi^3 yz\sqrt{yz}}{12b}$, mit Auslassung der übrigen Glieder. Es ist aber $\sin. \varphi = \varphi - \frac{1}{6}\varphi^3 + \&c.$ also die Fläche $FSG = \frac{1}{2} yz \sin. \varphi + \frac{\varphi^3 yz\sqrt{yz}}{12b}$. Nun sey die Zeit, in welcher der Bogen FG beschrieben wird $= T$; so ist $T = \frac{yz \sin. \varphi}{2m\sqrt{b}} + \frac{\varphi^3 yz\sqrt{yz}}{12mb\sqrt{b}}$, wo $m = 271989, 735$. Weil nun $\sin. \varphi$ nicht sehr unterschieden ist von φ, so setzen wir: $T = \frac{yz \sin. \varphi}{2m\sqrt{b}} + \frac{yz\sqrt{yz}}{12mb\sqrt{b}} \sin.^3 \varphi$, und um b zu finden, mache man diese Gleichung: $\frac{\sqrt{yz}}{\sqrt{b}}$ sin.

$\sin.\phi = \frac{2mT}{\sqrt{yz}} + Q$, und es wird $T = T + \frac{Q\sqrt{yz}}{2m} + \frac{2m^2 T^2}{3yz\sqrt{yz}}$; und hieraus: $Q = -\frac{4m^3 T^2}{3y^2 z^2}$. Es ist also: $\frac{\sqrt{yz}}{\sqrt{b}} \sin.\phi = \frac{2mT}{\sqrt{yz}} - \frac{4m^3 T^3}{3y^2 z^2}$, und $\frac{\sin.\phi}{\sqrt{b}} = \frac{2mT}{yz} - \frac{4m^3 T^3}{3y^2 z^2 \sqrt{yz}}$. Folglich: $\frac{\sqrt{b}}{\sin.\phi} = \frac{yz}{2mT} + \frac{mT}{3\sqrt{yz}}$, und der halbe Parameter $b = \sin.^2\phi \left(\frac{y^2 z^2}{4m^2 T^2} + \frac{1}{3}\sqrt{yz}\right)$. Aus welchen die ganze Laufbahn durch die dritte Aufgabe bestimmet wird.

1. Folgerung.

§. 25. Wenn also zwo Distanzen von der Sonne $FS = f$ und $GS = g$ mit dem Winkel $FSG = \phi$ und der Zeit T von FG gegeben sind, so ist der halbe Parameter der Laufbahn $b = \left(\frac{f^2 g^2}{4m^2 T^2} + \frac{1}{3}\sqrt{fg}\right) \sin.^2\phi$; öfters aber wird die Berechnung leichter, wenn man sucht $\sqrt{b} = \left(\frac{fg}{2mT} + \frac{mT}{3\sqrt{fg}}\right) \sin.\phi$.

2. Folgerung.

§. 26. Aus der Zeit T läßt sich also die Fläche FSG näher bestimmen, und um wie viel sie das geradlinigte Dreyeck FSG übertrift; dann das Segment FG, zwischen den Bogen FG, und dessen Chorde, dessen Ausdruck $= \frac{fg\sqrt{fg}}{12b}\sin.^3\phi = \frac{m^2 T^2 \sin.\phi}{3\sqrt{fg}}$, giebt den Werth dieses Ueberschusses an.

3. Folgerung.

§. 27. Aus dem halben Parameter b, giebt sich die Lage des Periheliumen A; dann wenn der Winkel $ASF = v$, so ist $\tang. v = \cot.\phi - \frac{(b-g)f}{(b-f)\sin.\phi}$; hieraus also ist $AS = a = \frac{bf\cos. v}{b-f+f\cos. v}$.

4. Folgerung.

§. 28. Ist nun also die wahre Anomalie ASF, nebst den Linien a und b bekannt, so läßt sich die Zeit angeben, in welcher AF beschrieben wird; und wiederum aus der Zeit, wo der Himmelskörper in F gewesen ist, kann der Augenblick bestimmet werden, wo der Planet im Perihelio gewesen ist.

Zusatz.

§. 29. Diesen Augenblick zu bestimmen, muß die Methode des 4ten Problems angewendet werden, wobey es drey Fälle giebt. Im ersten wo die krumme Linie AFG eine Ellypse ist, oder wo $2a > b$, muß der Winkel ω so bestimmet werden, daß tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(2a-b)}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$, und die Zeit von AF wird seyn $= \frac{a^2}{2m(2a-b)^{\frac{3}{2}}}\left(\omega - \frac{(b-a)}{a}\sin.\omega\right)$. Im zweyten Fall, wo AFG eine Hyperbel, oder $b > 2a$; suche man den Winkel ω so daß tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$, woraus die Zeit von AF seyn wird $\frac{a^2}{2m(b-2a)^{\frac{3}{2}}}$ $\left(\frac{b-a}{a}\text{ tang. }\omega - \text{L tang.}(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)\right)$. Im dritten Fall ist die Linie eine Parabel, und $b = 2a$, wenn nun $t =$ tang. $\frac{1}{2}v$, so ist die Zeit von AF $= \frac{a\sqrt{a}}{m\sqrt{2}}\left(t + \frac{1}{3}t^3\right)$. So leicht aber die Berechnung in diesem Fall ist, so verworren wird sie, wenn die krumme Linie der Parabel nur nahe kommt; dann da werden sowohl $2a - b$) als $(b - 2a)$ sehr kleine Größen, weil auch der Winkel ω sehr klein ist, und im Ausdrucke für die Zeit wird der Nenner so klein, daß der geringste Fehler in den Winkel ω, den grösten in Bestimmung der Zeit nach sich ziehet. Daher scheint es in solchen Fällen besser, die Zeit durch schickliche Annäherung auszudrücken, als in Berechnung der wahren Zeit vergebene Mühe zu verwenden.

6. Aufgabe Fig. 3.

§. 30. Wenn die Bahn des Cometen, von der Parabel nicht sonderlich abweichet, sie mag nun eine Ellypse seyn, oder eine Hyperbel, die Zeit in welcher eine beliebige wahre Anomalie ASM beschrieben wird, zu finden.

Auflösung.

Es sey wie bisher die Distanz AS $= a$. und der halbe Parameter $= b$, weil nun $2a$ und b nicht sehr unterschieden sind, setzen wir $2a - b = \delta$, so ist δ eine sehr kleine bejahte Größe im Falle einer Ellypse, bey einer Hyperbel aber verneinend. Die gegebene wahre Anomalie ASM sey $= v$, und man setze tang. $\frac{1}{2}v = t$, so ist, wie wir schon (§. 17.) gesehen haben, die Fläche ASM $= \int \frac{a^2 b^2 dt(1+t^2)}{(b+\delta t^2)^2}$; es sey nun dieses gleich $\frac{a^2 b^2 z}{b+\delta t^2}$, und weil $b + \delta = 2a$ so ist $z = \frac{t}{b} + \frac{2at^3}{3b^2} - \frac{2a\delta t^5}{15b^3} + \frac{2a\delta^2 t^7}{35\ b^4} - \frac{2a\delta^3 t^9}{63 . b^5}$ &c. also die Fläche ASM $= \frac{a^2 b}{b+\delta t^2}\left(t + \frac{2at^3}{3b} - \frac{2a\delta t^5}{15b^2} + \frac{2a\delta^2 t^7}{35b^3} - \frac{2a\delta^3 t^9}{63\ b^4}\&.\right)$.

Oder

Oder, weil $\frac{b}{b+\delta t^2} = 1 - \frac{\delta t^2}{b} + \frac{\delta^2 t^4}{b^2} - \frac{\delta^3 t^6}{b^3} + \&c.$ so ist die Fläche ASM =

$$a^2 \left(t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{4a\delta t^5}{5b^2} + \frac{6a\delta^2 t^7}{7b^3} - \frac{8a\delta^3 t^9}{9b^4} + \frac{\delta^2 t^5}{b^2} - \frac{\delta^3 t^7}{b^3} + \frac{\delta^4 t^9}{b^4} \; \&c. \right)$$

Weil nun die Zeit ausgedrückt wird, durch $\frac{\text{Area ASM}}{m\sqrt{b}}$ Täge, so ist die Zeit, in welcher die wahre Anomalie ASM $= v$ beschrieben worden, in Tägen: $= \frac{a^2}{m\sqrt{b}} \left(t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{4a\delta t^5}{5b^2} + \frac{6a\delta^2 t^7}{7b^3} - \frac{8a\delta^3 t^9}{9b^4} + \frac{\delta^2 t^5}{b^2} - \frac{\delta^3 t^7}{b^3} + \frac{\delta^4 t^9}{b^4} \; \&c. \right)$ Dieser Ausdruck, ob er gleich ins Unendliche fortgehet, convergiret doch sehr geschwind, wenn $\delta = 2a - b$ sehr klein angenommen wird, wie wir es gethan haben.

1. Folgerung.

§. 31. Weil $2a = b + \delta$, so setze man diesen Werth von $2a$ in der unendlichen Reihe, woraus die Zeit gefunden wird, in welcher die wahre Anomalie ASM $= v$ beschrieben wird, wenn also tang. $\frac{1}{2} v = t$, so ist diese Zeit =

$$\frac{a^2}{m\sqrt{b}} \left(t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} - \frac{4\delta^3 t^9}{9b^3} + \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} - \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4} \; \&c. \right)$$

2. Folgerung.

§. 32. Weil in der Hyperbel δ verneint ist; so werden alle Glieder bejaht herauskommen, dann, wenn in diesem Falle $b - 2a = \delta$, so ist die Zeit von dem Bogen AM =

$$\frac{a^2}{m\sqrt{b}} \left(t + \tfrac{1}{3}t^3 + \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} + \frac{4\delta^3 t^9}{9b^3} + \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} + \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4} \right)$$

3. Folgerung.

§. 33. Je kleiner der Winkel ASM ist, desto mehr nähern sich diese Reihen, sollte er aber so groß seyn, daß dessen Hälfte 45° viel übertreffe, und folglich seine Tangente um viel grösser sey, als die Einheit, so würde dieses convergiren um vieles vermindert werden. In solchen Fällen ist es besser, sich der directen Methode zu bedienen; wenn immer der Win-

kel

kel ω so genommen wird, daß tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{2a - b}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$ oder tang. $\frac{1}{2}\omega =$ $\frac{\sqrt{(b - 2a)}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$ noch eine merkliche Größe hat.

7. Aufgabe. Fig. 3.

§. 34. Wenn die Laufbahn von der Parabel nicht sehr abweichet, aus der verflossenen Zeit vor oder nach der Ankunft an das Perihelium, den wahren Ort des Cometen in seiner Bahn, das heißt: die wahre Anomalie ASM, und die Distanz von der Sonne finden.

Auflösung.

Da die Natur der Laufbahn gegeben ist, so setzen wir die Entfernung im Perihelio von der Sonne AS $= a$ den halben Parameter $= b$, und weil die Bahn der Parabel nahe kömmt, so ist $2a - b = \delta$ wo δ eine sehr kleine Größe ist; ferners sey die Zeit, vor oder nach der Ankunft an das Perihelium in Tagen ausgedrückt $=$ T; die wahre Anomalie aber, die man suchet, sey ASM $= v$ und $t =$ tang. $\frac{1}{2}v$. aus vorhergehender Aufgabe haben wir diese Gleichung:

$$T = \frac{a^2}{m\sqrt{b}} \left(t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} - \frac{4\delta^3 t^9}{9b^3} + \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} - \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4} \right)$$

&c. aus welcher der Werth von t zu suchen ist. Setzen wir $\frac{mT\sqrt{b}}{a^2} = n$, so daß $n = t + \frac{1}{3}t^3$

$$- \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} - \frac{4\delta^3 t^9}{9b^3} + \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} - \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4};$$

und es sey Anfangs die Laufbahn parabolisch, wo $\delta = o$, so ist $n = t + \frac{1}{3}t^3$, und $t^3 + 3t - 3n = o$, die Wurzel dieser cubischen Gleichung, nach Cardans Regeln ist:

$$t = \sqrt[3]{(\tfrac{3}{2}n + \sqrt{(\tfrac{9}{4}n^2 + 1)})} - \sqrt[3]{(-\tfrac{3}{2}n + \sqrt{(\tfrac{9}{4}n^2 + 1)})}$$

oder auch:

$$t = \sqrt[3]{\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\tfrac{9}{4}n^2 + 1}} - \frac{1}{\sqrt[3]{\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\tfrac{9}{4}n^2 + 1}}}$$

oder auch

$$t = \frac{1}{\sqrt[3]{-\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\tfrac{9}{4}n^2 + 1}}} - \sqrt[3]{-\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\tfrac{9}{4}n^2 + 1}};$$

Aus diesen Formeln also,

oder

oder aus den hiezu berechneten Tafeln kann der Werth von t gefunden werden, aus welchen die wahre Anomalie ASM $= v$ durch die Gleichung, tang. $\frac{1}{2}v = t$ erhalten wird. Ferners ist die Entfernung von der Sonne SM $= y = \frac{ab}{a + (b - a) \text{ cos. } v}$. Da aber in der Parabel $b = 2a$, so ist $y = \frac{2a}{1 + \text{cos. } v} = \frac{a}{\text{cos.}^2 \frac{1}{2}v}$. Und auf diese Art wird der Ort des Cometen für eine bestimmte Zeit in der Parabel gefunden.

Sollte aber die Laufbahn eine sehr eccentrische Ellypse, oder eine von der Parabel nicht sehr abweichende Hyperbel seyn, und wäre $\delta = 2a - b$ eine sehr kleine Größe, so setze man $\frac{mT\sqrt{b}}{a^2} = n$, und dann müßte folgende Gleichung aufgelöset werden.

$$n = t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} - \frac{4\delta^3 t^9}{9b^3}$$
$$+ \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} - \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4}.$$

Man nehme erstlich nur die Gleichung $n = t + \frac{1}{3}t^3$, suche wie vorhin den Werth von t, und es seye $t = \theta$, so daß $n = \theta + \frac{1}{3}\theta^3$; so wird, weil δ sehr klein ist, θ dem Werthe von t am nächsten kommen. Der wahre Werth von t seye aber: $t = \theta + A\theta^3 + B\theta^5 + C\theta^7 + \&c.$ so ist

$$t^3 = \theta^3 + 3A\theta^5 + 3B\theta^7 + 3A^2\theta^7 \;\&c. \text{ und}$$

$t^5 = \theta^5 + 6A\theta^7$ &c. endlich $t^7 = \theta^7$ setzen wir diese Werth ein die Gleichung, so ist:

$$\begin{aligned} n = \theta + \tfrac{1}{3}\theta^3 = \theta &+ A\theta^3 + B\theta^5 + C\theta^7 \\ &+ \tfrac{1}{3}\theta^3 + A\theta^5 + B\theta^7 + \&c. \\ &- \frac{2\delta\theta^5}{5b} + A^2\theta^7 \\ &+ \frac{3\delta^2\theta^5}{5b^2} - \frac{2\delta A\theta^7}{b} \\ &+ \frac{3\delta^2 A\theta^7}{b^2} \;\&c. \\ &+ \frac{3\delta^2\theta^7}{7b^2} \\ &- \frac{4\delta^3\theta^7}{7b^3}; \end{aligned}$$

werden nun wie gewöhnlich die einzelnen Glieder dem Nichts gleich gemacht, so erhalten wir: $A = 0$; $B = \frac{2\delta}{5b} - \frac{3\delta^2}{5b^2}$;

$$C = -B - \frac{3\delta^2}{7b^2} + \frac{4\delta^3}{7b^3} = -\frac{2\delta}{5b} + \frac{6\delta^2}{35b^2} + \frac{4\delta^3}{7b^3} = \frac{2\delta}{b}\left(\frac{\delta}{b} + 1\right) \cdot \left(\frac{2\delta}{7b} - \frac{1}{5}\right).$$

Aus dem nahen Werthe θ von t ist nun dessen wahrer: $t = \theta + \left(\frac{2\delta}{5b} - \frac{3\delta^2}{5b^2}\right)\theta^5 - \left(\frac{2\delta}{5b} - \frac{6\delta^2}{35b^2} - \frac{4\delta^3}{7b^3}\right)\theta^7$: Endlich weil $t =$ tang. $\frac{1}{2}v$, so kennet man auch die wahre Anomalie ASM $= v$, und hieraus die Distanz von der Sonne SM $= y = \frac{ab}{a+(b-a)\ \text{cos.}\ v} = \frac{b}{1 + \frac{b-a}{a}\ \text{cos.}\ v}$.

1. Folgerung.

§. 35. Für eine sehr lange Ellypse, wo δ eine bejahte Größe ist, wird der wahre Werth von t größer seyn, als der Werth θ, welcher in der Hypothese einer Parabel ist gefunden worden.

2. Folgerung.

§. 36. In der Hyperbel ist δ negativ, folglich der wahre Werth von t kleiner als θ; in beyden Fällen aber wird wegen der hohen Potenzen von θ der Ausdruck von t ungemein convergiren, wenn nur $\theta < 1$, welches immer geschieht, wenn die wahre Anomalie v kleiner ist als ein rechter Winkel.

Zusatz.

§. 37. Sollte nun aber die wahre Anomalie v viel größer seyn, als ein rechter Winkel, so daß δ oder t eine größere Zahl würde, als die Einheit ist, und der gefundene Ausdruck von t folglich mehr sich entfernen, als nähern müßte, dann dürfte man sich dieser Methode nicht bedienen, ausser δ wäre zufälliger Weise so äusserst klein, daß durch selbe alle Glieder ebenfalls unbeträchtlich gemacht würden. In diesen Fällen müßte der wahre Ausdruck des Verhältnisses zwischen der Zeit, und der wahren Anomalie zu Hülfe genommen, und aus selben eine Methode gesucht werden, um für jede gegebene Zeit die wahre Anomalie zu finden. Die Art dieses ins Werk zu setzen, will ich in folgenden Aufgaben weiter ausführen, damit in jedem vorkommendem Falle die Theorie könne angewendet, und durch selbe die wahre Bewegung der Cometen, sowohl als der Planeten genau bestimmet werden.

8. Aufgabe.

§. 38. Wenn die Laufbahn eine bekannte Ellypse ist, für jede gegebene Zeit vor, oder nach der Ankunft an das Perihelium, die wahre Anomalie ASM, und die Entfernung von der Sonne SM finden.

Auflösung.

Es sey die perihelische Distanz von der Sonne AS $= a$, der halbe Parameter $= b$; so ist $2a > b$, weil wir von einer Ellypse handeln, die Zeit aber vor, oder nach der Ankunft an das Perihelium, sey in Tägen ausgedrückt $=$ T. Nun setze man die gesuchte Anomalie ASM $= v$, und nehme einen anderen Winkel ω mit dieser Eigenschaft, daß tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{2a-b}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$, so ist nach vorhergehenden §. 19. die Zeit T $= \frac{a^3}{2m(2a-b)^{\frac{1}{2}}}\left(\omega - \frac{(b-a)}{a}\text{ sin. }\omega\right)$ aus welcher Gleichung der Winkel ω zu finden wäre. Man setze also $\omega - \frac{(b-a)}{a}$ sin. $\omega = \frac{2m(2a-b)^{\frac{1}{2}}T}{a^3}$, und verwandle diesen bekannten Ausdruck, $\frac{2m(2a-b)^{\frac{1}{2}}T}{a^3}$ in einen Cirkelbogen, dessen Radius $= 1$ auf folgende Art: man nehme den Logarithmus des Ausdruckes, $\frac{2m(2a-b)^{\frac{1}{2}}T}{a^3}$; addire zu diesen den Logarithmus 5, 3144251332, und die Summe giebt den Logarithmus des gesuchten Bogens in Secunden ausgedrückt. Oder auch, weil Lm = 5, 4345525139, so addire man zu L $\frac{(2a-b)^{\frac{1}{2}}T}{a^3}$, den Logarithmus 11, 0500076428, und die Zahl des herauskommenden Logarithmus giebt den Bogen ebenfalls in Secunden an. Dieser Winkel nun heisse u, welcher eben jener ist, den die Astronomen, die mittlere Anomalie zu nennen pflegen, und der wie nun gezeigt worden, entweder aus der gegebenen Zeit T kann gefunden, oder aus den astronomischen Tafeln genommen werden, wenn die Rede von einem Planeten ist. Im ersten Falle, wenn er in Secunden ausgedrückt wird, ist Lu = 11, 0500076428 + $\frac{1}{2}$ L $(2a-b)$ + LT $-$ 3La; in Ermanglung astronomischer Tafeln, ist also die mittlere Anomalie u leicht anzugeben. Man habe nun diese Anomalie u gefunden, so ist, $u = \omega - \frac{(b-a)}{a}$ sin. ω, welche Gleichung durch einige Versuche am bequemsten aufgelöset wird, dann weil $\omega > u$, so nehme man einen Winkel für ω nach Belieben an, und berechne den Winkel $\frac{(b-a)}{a}$ sin. ω, auf folgende Art; von L $\frac{(b-a)}{a}$ + L sin. ω aus den Tafeln genommen, ziehe man ab 4, 6855748668, und der übrig bleibende Logarithmus giebt die Anzahl von Secunden, welche dem $\frac{(b-a)}{a}$ sin. ω gleich sind. Ist dieses geschehen, so wird hieraus entweder ein grösser, oder kleinerer Winkel als u ist, gefunden werden; im ersten Falle, war der angenommene

Winkel ω zu groß, im zweyten zu klein, und auf diese Art wird, nach verbesserten Hypothesen der wahre Winkel ω ziemlich nahe gefunden werden. Es seye nun dieser ziemlich nahe gefundene Winkel $\omega = \varrho$ der wahre aber sey $\omega = \varrho + \zeta$ so ist: $\sin.(\varrho + \zeta) = \sin.\varrho + \zeta \cos.\varrho$, folglich: $u =$

$$\varrho + \zeta - \frac{b-a}{a} \sin.\varrho - (b-u)\,\zeta \cos.\varrho,$$ hieraus aber wird $\zeta =$

$$\frac{u - \varrho + \frac{b-a}{a}\sin.\varrho}{1 - \frac{b-a}{a}\cos.\varrho},$$ wo jedoch der Theil des Zählers $\frac{b-a}{a}\sin.\varrho$ auf oben gezeigte Art in einen Winkel zu verwandeln ist; der Nenner wird eine blosse Zahl seyn, und weil der Sinus totus $= 1$, muß die Caracteristik von $L \cos.\varrho$ um 10 vermindert werden. Auf diese Art findet man den Winkel ζ, welches zu dem Winkel ϱ hinzugezählt, den wahren gesuchten Winkel ω angiebt. Sollte aber der angenommene Winkel ϱ zu viel vom wahren abweichen, so wird durch diese Methode der Werth des Winkels ω viel näher gefunden, welcher statt ϱ gesetzet, den ziemlich nahen Werth von ω angeben wird. Ist nun einmal der Winkel ω bekannt, so ergiebt sich leicht die wahre Anomalie ASM $= v$ durch die Formel $\tang.\frac{1}{2}v = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{2a-b}} \tang.\frac{1}{2}\omega$; und die Entfernung von der Sonne SM ist hieraus $= \frac{ab}{a+(b-a)\cos.v}$.

1. Folgerung.

§. 39. Der in dieser Berechnung vorkommende Coeficient $\frac{b-a}{a}$ wird die Eccentricität der Laufbahn genennet; §. 9. dessen Logarithmus ganz besonders zu bemerken ist, weil durch selben der ganze Calcul sehr erleichtert wird.

2. Folgerung.

§. 40. Aus der gegebenen Eccentricität $\frac{b-a}{a}$, läßt sich durch angeführte Methode für jede mittlere Anomalie, die entsprechende wahre bald finden, und auf solche Art werden die Equations Tafeln der Cometen oder Planeten, in elyptischen Laufbahnen leicht berechnet.

9. Aufgabe Fig. 3.

§. 41. Wenn der Comet eine Hyperbel um die Sonne beschreibt, und die Zeit, wenn er durch das Perihelium A gegangen, bekannt ist, für jede andere gegebene Zeit dessen

Ort

Ort in der Laufbahne finden, oder die wahre Anomalie ASM, und die Entfernung von der Sonne SM berechnen.

Auflösung.

Es sey abermals die Distanz im Perihelio AS $= a$, und der halbe Parameter $= b$ so ist $b > 2a$. Die gegebene Zeit sey von jener, wo der Comet im Perihelio gewesen ist, um T Tage unterschieden. Die zu findende wahre Anomalie ASM heiße v; man nehme nun einen andern Winkel ω an, so daß tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{b-2a}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$ so ist nach vorigen (§. 20); $T = \frac{a^2}{2m(b-2a)^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{b-a}{a}\text{ tang. }\omega - \text{L tang. }(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)\right)$ Setzen wir $\frac{2m(b-2a)^{\frac{1}{2}}T}{a^2} = u$, so ist u eine bekannte Größe, die mit jener analog ist, welche wir zuvor die mittlere Anomalie genennet haben: dieses u müßen wir in unserem Falle in Zahlen ausdrücken, nicht aber wie oben geschehen, in einen Winkel verkehren. Nach diesen Voraussetzungen ist also $u = \frac{b-a}{a}$ tang. ω — L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)$, wo wir durch Versuche einen ziemlich nahen Werth für ω bestimmen müßen; dieser so bestimmte Werth sey der Winkel ϱ, und $\omega = \varrho + z$, so ist wegen des sehr kleinen Winkels z; tang. $\omega = \frac{\text{tang. }(\varrho + z)}{1 - z\text{ tang. }\varrho}$, oder tang. ω = tang. $\varrho + z\,(1 + \text{tang.}^2\varrho)$ = tang. $\varrho + \frac{z}{\text{cos.}^2\varrho}$. Damit nun auch der Werth von L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)$ gefunden werde, setzen wir L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\varrho =)$ R, so ist: L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)$ jenem Werthe von R gleich, welcher herauskömmt, wenn anstatt ϱ geschrieben wird $\varrho + z$, nämlich dem Werthe $R + \frac{z dR}{d\varrho}$ Es ist aber $dR = \frac{\frac{1}{2}d\varrho}{(\text{cos.}^2(45^\circ + \frac{1}{2}\varrho).\text{ tang. }(45^\circ + \frac{1}{2}\varrho)} = \frac{d\varrho}{\text{cos. }\varrho}$; folglich L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)$ = L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\varrho) + \frac{z}{\text{cos. }\varrho}$. Wenn dieses substituiret wird, so ist: $u = \frac{b-a}{a}$ tang. $\varrho + \frac{(b-a)z}{a\text{ cos.}^2\varrho}$ — L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\varrho) - \frac{z}{\text{cos. }\varrho}$; woraus gefunden wird:

$$z = \frac{u + \text{L tang. }(45^\circ + \frac{1}{2}\varrho) - \frac{b-a}{a}\text{tang. }\varrho}{\frac{1}{\text{cos.}^2\varrho}\left(\frac{b-a}{a} - \text{cos. }\varrho\right)}$$ oder auch:

 $z =$

$$z = \frac{u + L \text{ tang. } (45^\circ + \frac{1}{2}\varrho) - \frac{b-a}{a} \text{ tang. } \varrho}{\frac{b-a}{a} \text{ cos. } \varrho} \cdot \text{cos.}^2 \varrho.$$ So wird nun der Werth von z gefunden, wobey aber doch die oben (§. 22) für L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\varrho)$ gegebene Regel zu beobachten ist, und hat man z so muß dieses in einem Winkel auf schon gezeigte Art verwandelt werden. Nach diesen Berechnungen bekömmt man den wahren Werth des Winkels $\omega = \varrho + z$, welcher aber wieder anstatt ϱ könnte gesetzt werden, wenn man an seiner Richtigkeit zweifelte, oder die Genauigkeit noch weiters treiben wollte. Aus dem Winkel ω ergiebt sich leicht, tang. $\frac{1}{2} v = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b-2a}}$ tang. $\frac{1}{2}\omega$, und folglich die wahre Anomalie ASM $= v$, aus welcher endlich die gesuchte Distanz SM $= y = \frac{ab}{a + (b-a) \text{ cos. } v}$ gefunden wird.

Zusatz.

§. 42. Um diese, in der Astronomie nicht sehr gewöhnliche Berechnungsart mehr zu erläutern, setzen wir der Comet bewege sich in einer gleichseitigen Hyperbel, und seine Entfernung im Perihelio, sey der mittleren Distanz der Sonne von der Erde gleich, also $a = 100000$, woraus $b = a(1 + \sqrt{2}) = 241421, 356$, man solle nur seinen wahren Ort, hundert Tage nach seiner Ankunft an das Perihelium finden, so ist $T = 100$. Man suche erstlich den Werth von u. so daß, L u = L $2m$ + L T + $\frac{1}{2}$ L 41421,356 — 3 L 100000, und mache folgende Berechnung:

L $2m$	=	5, 7 3 5 5 8 2 5
L T	=	2, 0 0 0 0 0 0 0
L 41421, 356	=	4, 6 1 7 2 2 4 3
die Hälfte davon	—	2, 3 0 8 6 1 2 2
		1 4, 6 6 1 4 1 9 0
3 L 100000	=	1 5, 0 0 0 0 0 0 0
L u	=	9, 6 6 1 4 1 9 0
also ist u	=	0, 4 5 8 5 8 4

Ferners ist $\frac{b-a}{3} = 1,41421356 = \sqrt{2}$, folglich, L $\frac{b-a}{a} = 0, 1505150$, man setze erstlich: tang. $\omega = \frac{a}{b-a} u$; mit Weglassung des anderen Gliedes, so ist:

L u

$L\,u = 9{,}6614190$

$-\;L\,\frac{b-a}{a} = -\,0{,}1505150$

$L\,\text{tang.}\,\omega = 9{,}5109040$, folglich

$\omega = 17^\circ.\,58'.$

und der Winkel $(45^\circ + \frac{1}{2}\,\omega) = 53^\circ.\,59'$

dessen Tangente $= 1{,}3755403$ Hieraus erhellet, daß der Winkel $\omega = 17^\circ .\, 58'$ um viel zu klein ist angenommen worden, eben so auch wenn man setzen wollte $\omega = 30^\circ$, woraus u würde $= 0{,}\ 26719$. Man mache also $\omega = 40^\circ$, so kömmt $u = 0{,}\ 4237$, da aber $u = 0{,}\ 458584$, und beyde Werthe nicht sehr von einander abweichen, so mache man zwischen diesen beyden Sätzen 30° und 40° einen Versuch, welcher anzeigen wird, daß ω beynahe 42° haben muß; man nehme also diesen Werth anstatt des ϱ, so daß $\varrho = 42^\circ$, und $\frac{1}{2}\varrho = 21^\circ$, und $45^\circ + \frac{1}{2}\varrho = 66$; die Berechnung ist alsdann folgende:

tang. $66^\circ - 10 = 0{,}3514169$

der Logarithmus $= 9{,}5458226$

nach §. 22 beyde addiret.............: $0{,}3622157$

also ist................ $9{,}9080383$

$L\,\text{tang.}\,(45^\circ + \frac{1}{2}\varrho = 0{,}809167$

$\text{Log. tang.}\,\varrho = 9{,}9544374$

$+\,L\,\frac{b-a}{a} = +\,0{,}1505150$

$L\,\frac{b-a}{a}\,\text{tang.}\,\varrho = 1{,}1049524$ also

$\frac{b-a}{a}\,\text{tang.}\,\varrho = 1{,}273364$

Man

Man addire also zu u	=	0,458584
L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\varrho)$	=	0,809167
		1,267751
— L $\frac{b-a}{a}$ tang. ϱ	=	— 1,273364
so ist der Zähler	=	— 0,005613
$\frac{b-a}{a}$	=	1,4142135
— cos. ϱ	=	— 7431448
der Nenner	=	0,6710687
L cos. ϱ	=	9,8710735
L cos.^{2} ϱ	=	9,7421470
+ Logarith.		7,7491950
		7,4913420
— Log. von 10.		9,8267670
L — z	=	7,6645750
— Logarith.		4,6855749
		2,9790001 also ist — z

$= 952,79'' = 15'. 53''$, und $\omega = \varrho + z = 41^\circ\ 44'. 7''$.

Da nun der Winkel $\omega = 41^\circ. 44'. 7''$ gefunden worden, so ist tang. $\frac{1}{2}\nu = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b-2a}} =$ tang. $\frac{1}{2}\omega$ weil aber $b = a(1+\sqrt{2})$ so ist $\frac{b}{b-2a} = \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = (1+\sqrt{2})^2$ folglich $\sqrt{\frac{b}{b-2a}} = 1+\sqrt{2} = 2,41421356$, und weil $\frac{1}{2}\omega = 20^\circ. 52'. 3\frac{1}{2}''$, so ist die Berechnung folgende:

zu L $\frac{\sqrt{b}}{b-a}$	=	0,3827756
addiret L tang. $\frac{1}{2}\omega$	=	9,5811709
L tang. $\frac{1}{2}\nu$	=	9,9639465
also ist $\frac{1}{2}\nu$	=	$42^\circ. 37'. 28''$
folglich ν	=	$85^\circ. 14'. 56''$

Es hat also dieser Comet in Zeit von 100 Tagen, nach seinem Perihelio den Winkel ASM = $\nu = 85^\circ. 14'. 56''$. beschrieben und dessen Entfernung von der Sonne wird hieraus ge-

fun-

funden SM $= y = \frac{ab}{a+(b-a)\,\mathrm{cos}.\,v} = \frac{b}{1+\frac{b-a}{a}\,\mathrm{cos}.\,v}$, es werde also

zu dem L cos. v	=	8, 9 1 8 1 7 4 7
addiret L $\frac{b-a}{a}$	=	0, 1 5 0 5 1 5 0
		9, 0 6 8 6 8 9 7 folglich ist:
$\frac{b-a}{a}$ cos. v	=	0, 1 1 7 1 3 6 und
der Nenner	=	1, 1 1 7 1 3 6 Nun werde von dem
L b	=	5, 3 8 2 7 7 5 6 abgezogen
der Logarith. des Nenners,	=	0, 0 4 8 1 0 6 1
so ist L y	=	5, 3 3 4 6 6 9 5 und
SM $= y$	=	2 1 6 1 0 7 .

Da nun die Distanz von der Sonne im Perihelio = 100000 gesetzt worden, so wird nach 100 Tägen die Entfernung von der Sonne seyn = 216107. Dieses Beyspiel scheinet nun hinlänglich, die Art der Berechnung zu erläutern.

10. Aufgabe Fig. 4.

§. 43. Aus zween, nicht weit von einander entfernten Orten eines Planeten, oder Cometen, nebst der Zeit in welcher der Bogen TH ist beschrieben worden, den wahren Ort C für jede gegebene mittlere Zeit angeben.

Auflösung.

Damit diese Aufgabe bequemer aufgelöset werde, wollen wir es auf die Bewegung der Erde anwenden, und setzen, sie beschreibe in der mittleren Entfernung von der Sonne, mit der mittleren Bewegung einen Cirkel. Es sey also die Sonne in S, die Erde in F und h, die Zeit von $f\,h$ sey $= T$; da die mittlere Distanz von der Sonne $fs = hs = c = 100000$, wie bisher angenommen worden, so findet sich der Winkel fsh, wenn man den Logarithmus 5, 3144251332 zu L $\frac{2m\,T}{c\sqrt{c}}$ addiret, davon die Summe den Winkel fsh in Secunden giebt; oder man kann auch zu Logarith. T den Logarithmus 2, 5500076427 addiren, weil m und c bekannt sind, die Summe giebt ebenfalls den Winkel fsh in Secunden. Man sondere nun die Zeit T in zween Theile α und β ab, daß $T = \alpha + \beta$; so ist klar, daß nach Verlauf der Zeit α die Erde in g seyn wird, und daß wenn man gs ziehet, die Winkel fsg : $gsh = \alpha : \beta$, folglich $fsg = \frac{\alpha}{T} \cdot fsh$, und $gsh = \frac{\beta}{T}\,fsh$. Es werde die Chorda fh gezogen die den Radius sg in o schneidet, und man suche den Pfeil og auf folgende Art.

Weil $sfo = 90° - \frac{1}{2} fsh$ und $sof = 90° + \frac{1}{2} fsh - \frac{\alpha}{T} fsh = 90 + \frac{(\beta - \alpha)}{2T}$ fsh, so ist: $so : sf = \text{cos.} \frac{1}{2} fsh : \text{cos.} \frac{\beta - \alpha}{2T} fsh$, folglich: $so = c. \frac{\text{cos.} \frac{1}{2} fsh}{\text{cos.} \frac{\beta - \alpha}{2T} fsh}$.

und der Pfeil $go = c \frac{\left(\text{cos.} \frac{\beta - \alpha}{2T} . fsh - \text{cos.} \frac{1}{2} fsh\right)}{\text{cos.} \frac{\beta - \alpha}{2T} fsh} = \frac{2c \text{ sin.} \frac{\beta}{2T} . fsh . \text{sin.} \frac{\alpha}{2T} fsh}{\text{cos.} \frac{\beta - \alpha}{2T} fsh}$.

Es ist aber $\frac{1}{2T} fsh$ ein beständiger Winkel, $= 29', 3498'' = 1774, 098''$, dessen Logarithmus ist: 3, 2489776471; setzen wir ihn nun gleich T; und drücken die Zeiten $\alpha. \beta$ in Tägen aus, so ist der Pfeil $go = \frac{2c \text{ sin. } \beta\tau . \text{ sin. } \alpha\tau}{\text{cos.} (\beta - \alpha) \tau}$. Dieses vorausgesetzt, sey der Planet, oder Comet in F beobachtet worden, nach der Zeit aber $\tau = \alpha + \beta$ in H, und man verlangte zu wissen, wo er nach der Zeit α stehen würde, nachdem er in F gewesen ist? So nehmen wir an, der gesuchte Ort sey G und da die Zeiten in jeder Laufbahn, sich wie die, um die Sonne S beschriebenen Flächen verhalten, so ist die Fläche FSG zur Fläche GSH, wie α zu β. Man ziehe die Chorda HF, welche SG in O schneidet, und bestimme auf nachfolgende Art den Pfeil GO. Weil die Krümmung der Bahn FGH von der Senckkraft herkömmt, so nehmen wir an, diese Kraft sey $= \varrho$, und in den Raum FGH beständig, welches wegen Nähe der Orte g. H, von der Wahrheit nicht sehr abweichet; um aber noch genauer zu seyn, setzen wir P sey jene Senckkraft die in dem mittleren Orte g wircket, und ihre Richtung, sey mit SG gleichlauffend. Gleichfalls sey jene Senckkraft, welche die Erde in der Cirkelbahn hält $= p$ sie wird also beständig seyn, und soll wie wir annehmen auf die Erde während sie den Raum fgh beschreibt, in der Richtung gs unverändert wircken. In F und f ziehe man die Tangenten FMN, fmn; und aus H und h die Linien HN; hn mit SG; sg parallel, so stellen HN, und hn die Wirkungen der Senckkräfte vor, und weil sie in der nämlichen Zeit $\alpha + \beta$ wircken, so sind sie auch denen Kräften selbst proportional, folglich wird, $HN : hn = P : p$. Aus der Natur der gleichförmigen Bewegung, mit welcher die Tangenten FN; fn beschrieben würden, wenn keine Senckkraft vorhanden wäre, sind die Raume $FM : MN = \alpha : \beta$ und $fm : mn = \alpha : \beta$, folglich wegen den ähnlichen Dreyecken FOM und FHN, ist auch: $FO : HO = \alpha : \beta$. Da also sowohl die Chorda FH, als auch das Verhältniß von α zu β gegeben wird; so schneide man, um den mittleren Ort g zu finden die Chorda FH in O dergestalt, daß, $FO : OH = \alpha : \beta$, so wird die aus S durch O gezogene Linie, durch den gesuchten Ort G gehen. Es übrigt also nur noch die Bestimmung des Pfeiles GO, welches aus der Wirkung der Kräfte am füglichsten auf folgende Art geschehen kann. Es ist klar, daß $HN : GM = FN^2 : FM^2 = (\alpha + \beta)^2 : \alpha^2$; und gleichfalls, $hn : gm = fn^2 : fm^2 = (\alpha + \beta)^2 :$

$(\alpha+\beta)^2 : \alpha^2$, daher auch, $HN : GM = hn : gm$; oder $HN : hn = GM : gn$; es ist aber auch, $HN : hn = OM : om$, woraus folgt $HN : hn = OG : og = P : p$, folglich ist, $OG = \frac{P}{p} og$. Weil ferners, $og = \frac{2c \text{ sin. } \alpha\tau . \text{ sin. } \beta\tau}{\text{cos.}(\beta-\alpha)\tau}$; so ist der gesuchte Pfeil $OG = \frac{2Pc \text{ sin. } \alpha\tau . \text{ sin. } \beta\tau}{p \text{ cos.}(\beta-\alpha)\tau}$: theilet man nun die Chorda FH in den Verhältniß der Zeiten $\alpha : \beta$ in O ziehet SO, und macht $GO = \frac{2Pc \text{ sin. } \alpha\tau . \text{ sin. } \beta\tau}{p \text{ cos.}(\beta-\alpha)\tau}$, so ist in g der gesuchte Ort des Planeten, wenn F und H nicht weit von einander entfernet sind. Da endlich die Senckkräfte, im umgekehrten quadratischen Verhältniß der Entfernungen von der Sonne sind, so ist, $P : p = c^2 : SG^2$, oder weil man die mittlere Kraft, zwischen den äußersten Kräften nehmen muß, so wird die Berechnung genauer, wenn man setzt: $P : p = 4c^2 : (SF + SH)^2$; wird nun auch dieses Verhältniß der Senckkräfte, in den Kalkul gebracht, so ist der Pfeil $OG = \frac{8c^3 \text{ sin. } \alpha\tau . \text{ sin. } \beta\tau}{(SF+SH)^2 . \text{ cos.}(\beta-\alpha)\tau}$.

1. Folgerung.

§. 44. Wenn das Verhältniß der Zeiten $\alpha : \beta$, und also auch der Abschnitt $FO : OH$ von der Chorde, der Gleichheit nahe kömmt, so kann man ohne Fehler anstatt $\frac{FS + SH}{2}$ schreiben SG; daß folglich $OG = \frac{2c^3 \text{ sin. } \alpha\tau . \text{ sin. } \beta\tau}{SG^2 . \text{ cos.}(\beta-\alpha)\tau}$; wären aber α und β einander gänzlich gleich, so wäre $OG = \frac{2c^3 \text{ sin.}^2 \alpha\tau}{SG^2} = \frac{c^3 \text{ sin. v. } 2\alpha\tau}{SG^2}$.

2. Folgerung.

§. 45. Wenn also im Gegentheil der Ort g gegeben ist, so können in den Linien SF und SH, welche die heliocentrischen Orte vorstellen, zween Punkte F und H bestimmet werden, in denen der Körper in der Zeit von α Tägen bevor er in G war, und in der Zeit von β Tägen nachdem er in g gewesen ist, zu stehen kömmt. Dann man nehme von g angefangen den Pfeil $GO = \frac{2c^3 \text{ sin. } \alpha\tau . \text{ sin. } \beta\tau}{SG^2 . \text{ cos.}(\beta-\alpha)\tau}$; und ziehe durch O die Linie FOH, daß $FO : HO = \alpha : \beta$; so werden F und H die gesuchten Orte seyn.

3. Folgerung.

§. 46. Je geringer die Zwischenräume der Zeiten α und β sind, und je näher sie der Gleichheit kommen, je mehr nahet sich diese Bestimmung der Wahrheit; obgleich übrigens der Fehler nie merklich seyn wird, es sey dann der Winkel FSH wäre etwas größer, und

betrüge über 10° oder 15° Grade, in welchem Falle, die Breite hinlangen würde, um andere nützliche Methoden, für Cometen und Planeten Bahnen herzuleiten.

11. Aufgabe.

§. 47. Wenn drey nicht sehr von einander entfernte geocentrische Orte, eines Himmelskörpers bekannt sind, nebst dessen wahren Entfernung von der Erde, zu Zeit der mitleren Beobachtung; man soll hieraus die wahre Laufbahn um die Sonne bestimmen?

Auflösung Fig. 5.

In der ersten Beobachtung sey die Erde in f die Sonne in $ſ$ die Länge der Sonne $=$ F. In der zweyten die Erde in g, der Sonnenlänge $= g$; in der dritten die Erde in h die Länge der Sonne $= h$. Die Zeit, von der ersten, zur zweyten Beobachtung heiße α, und von der zweyten zur dritten heiße β. So ist der Winkel $fſg = g - f$; und $gſh = h - g$, und die Theorie der Sonne, giebt die Entfernungen $ſf$; $ſg$; $ſh$. Das Papier stelle die Fläche der Ecliptik vor, und in der ersten Beobachtung sey die Länge des Planeten, oder Cometen, $=$ F, welches die Linie $f\zeta$ vorstelle; in der zweyten sey sie $=$ G, welches die Linie $g\eta$, und in der dritten sey diese Länge $=$ H, welches die Linie hb andeute. Endlich sey in der ersten Beobachtung die Breite des Cometen $= \zeta$ in der zweyten $= \eta$ in der dritten $= d$. Aus den beobachteten Längen, sind die Winkel:

$$ſf\zeta = F - f;\ ſr\eta = G - f.;\ fmg = G - F.$$
$$ſg\eta = G - g;\ ſp\zeta = F - g;\ gnh = H - G.$$
$$ſh\vartheta = H - h;\ ſs\vartheta = H - g;$$
$$ſp\eta = G - h;$$

man ziehe nun fx mit gm, und $g\eta$ mit hn parallel, so ist im Dreyecke $ſfx$ aus den bekannten Winkeln, und der Seite $ſf$.;

$$fx = \frac{\text{ſin.}\ (G-f)}{\text{ſin.}\ (G-g)}\ ſf;\ fx = \frac{\text{ſin.}\ (g-f)}{\text{ſin.}\ (G-g)}\ ſf;\ \text{und}\ gx = \frac{\text{ſin.}\ (G-f)}{\text{ſin.}\ (G-g)}.(ſf-ſg).$$

Ferners aus den Winkeln und der Seite $ſx$, ist in dem Dreyecke fpx:

$$fp = \frac{\text{ſin.}\ (G-g)}{\text{ſin.}\ (F-g)}\ fx = \frac{\text{ſin.}\ (g-f)}{\text{ſin.}\ (F-g)}\ ſf;\ px = \frac{\text{ſin.}\ (G-F)}{\text{ſin.}\ (F-g)}\ fx.$$ Folglich ist:

$$px : fp = \text{ſin.}\ (G-F)\ \text{ſin.}\ (G-g) = gx : fm;$$ woraus

$$fm = \frac{\text{ſin.}\ (G-f)}{\text{ſin.}\ (G-F)}\ ſf - \frac{\text{ſin.}\ (G-g)}{\text{ſin.}\ (G-F)}\ ſg.$$ Weiters ist; $pm = \dfrac{\text{ſin.}\ (g-f)}{\text{ſin.}\ (F-g)}\ ſf + fm$; also: $\text{ſin.}\ (G-g) : pm = \text{ſin.}\ (F-g) : gm$, woraus; $gm = \dfrac{\text{ſin.}\ (F-g)}{\text{ſin.}\ (G-g)}\ fm. + \dfrac{\text{ſin.}\ (g-f)}{\text{ſin.}\ (G-g)}\ ſf$; oder, $gm = \dfrac{\text{ſin.}\ (G-f)\ \text{ſin.}\ (F-g) + \text{ſin.}\ (g-f)\ \text{ſin.}\ (G-F)}{\text{ſin.}\ (G-g)\ \text{ſin.}\ (G-F)}\ ſf -$

ſin.

$\frac{\text{sin.}(F-g)}{\text{sin.}(G-F)} fg$. Es ist aber, $\text{sin.}(G-f)\,\text{sin.}(F-g) + \text{sin.}(g-f)\,\text{sin.}(G-F) = \text{sin.}(F-f)\,\text{sin.}(G-g$, also auch:

$gm = \frac{\text{sin.}(F-f)}{\text{sin.}(G-F)} ff - \frac{\text{sin.}(F-g)}{\text{sin.}(G-F)} fg$. Durch eben diesen Weg findet man auch die noch übrigen Werthe der Linien gn und hn; und es ist:

$$fm = \frac{\text{sin.}(G-f)}{\text{sin.}(G-F)} ff - \frac{\text{sin.}(G-g)}{\text{sin.}(G-F)} fg.$$

$$gm = \frac{\text{sin.}(F-f)}{\text{sin.}(G-F)} ff - \frac{\text{sin.}(F-g)}{\text{sin.}(G-F)} fg.$$

$$gn = \frac{\text{sin.}(H-g)}{\text{sin.}(H-G)} fg - \frac{\text{sin.}(H-h)}{\text{sin.}(H-G)} fh.$$

$$hn = \frac{\text{sin.}(G-g)}{\text{sin.}(H-G)} fg - \frac{\text{sin.}(g-h)}{\text{sin.}(H-G)} fh.$$

Da nun die Punkte m und n gefunden worden, deren wir in der Folge bedürfen, so setzen wir G sey der wahre Ort des Cometen in der zwoten Beobachtung, laße ein Loth $G\eta$ auf die Ecliptick fallen, und nenne die Entfernung von der Erde r, so wird wegen der beobachteten Breite $= \eta$ die Entfernung $g\eta = r\,\text{cos.}\,\eta$; und $G\eta = r\,\text{sin.}\,\eta$, woraus der auf die Ecliptick gebrachte Ort η des Cometen, sämmtlich den Linien $m\eta = g\eta - gm$; und $m\eta = g\eta - gn$ bekannt sind. Aus η werde die Linie $f\eta$ an die Sonne gezogen, und fällt aus f auf $g\eta$ das Loth SM, so ist, $SM = fg\,\text{sin.}(G-g)$, und $gM = fg\,\text{cos.}(G-g)$; woraus dann, $M\eta = g\eta - gM$; tang. $\eta SM = \frac{\eta M}{SM} = \text{cot.}\,S\eta M$; und $f\eta = \frac{SM}{\text{sin.}\,f\eta M}$.

Ferners werde die heliocentrische Breite gesucht; dann tang. $Gf\eta = \frac{G\eta}{f\eta}$, und die Entfernung von der Sonne $GS = \frac{G\eta}{\text{sin.}\,Gf\eta} = \frac{f\eta}{\text{cos.}\,Gf\eta}$. Es seyen nun F und H die Orte des Cometen in der ersten, und dritten Beobachtung, so müßen die auf die Ecliptick fallenden Lothe, an die Linien $f\zeta$ und $h\theta$ treffen, ziehet man die Chorda FH, welche von dem Radius SG in O geschnitten wird, so ist: $FO : HO = \alpha : \beta$, und der Pfeil $GO = \frac{2c^3\,\text{sin.}\,\alpha\tau\,.\,\text{sin.}\,\beta\tau}{fG^2\,\text{cos.}(\beta-\alpha)\tau}$ (§. 44.). Gleichfalls gehe von O das Loth Oo auf die Fläche der Ecliptick, welches die Linie $f\eta$ schneiden wird; und $\eta o : GO = f\eta : SG$, folglich; $\eta o = GO\,\text{cos.}\,Gf\eta$. Da nun $\zeta o\theta$ die auf der Ecliptick entworfene Chorda der Laufbahn ist, und da, $\theta o : \zeta o = HO : FO = \beta : \alpha$, so muß durch den Punkt O. die Linie $\zeta o\theta$ zwischen den Schenkeln $m\zeta$ und $n\theta$ also gezogen werden, daß $\zeta o : \theta o = \alpha : \beta$. Um dieses zu bewirken, nehme man in der verlängerten $f\eta$, die Linie oi dergestalten, daß, $lo : oi = \alpha : \beta$, und durch i werden θi parallel mit $m\zeta$ gezogen, der Punkt θ, wo sich θi und $n\theta$ schneiden,

 giebt

giebt die gesuchte Lage der Chorda $\zeta\theta$. Die Berechnung muß nun folgendermaßen angestellet werden, um die Punkte ζ und θ zu bestimmen. Man setze den bekannten Winkel $f\gamma M = \mu$ so ist im Dreyecke myl;

$$\text{sin.}(G - F + \mu) : my = \text{sin.}(G - F) : yl = \text{sin.}\,\mu : ml, \text{ folglich ist,}$$

$$yl = \frac{\text{sin.}\,(G-F)}{\text{sin.}\,(G-F+\mu)}\,my; \text{ und } ml = \frac{\text{sin.}\,\mu}{\text{sin.}\,(G-F+\mu)}\,my; \text{ woraus, } lo$$

$= yl - yo$; und $oi = \frac{\beta}{\alpha}\,lo$, und $li = \frac{(\alpha + \beta)}{\alpha}\,lo = \lambda\theta$, wenn $\lambda\theta$ parallel mit li gezogen wird. Betrachten wir nun das Dreyeck $\theta k\lambda$, so ist; $\text{sin.}\,(H - F) : \lambda\theta = \text{sin.}\,(G - F + \mu) : k\theta = \text{sin.}\,(\mu - H + G) : k\lambda$, woraus, $k\theta = \frac{\text{sin.}\,(\mu + G - F)}{\text{sin.}\,(H - F)}\,\lambda\theta$; und $k\lambda = \frac{\text{sin.}\,(\mu - H + G)}{\text{sin.}\,(H - F)}\,\lambda\theta$; auf diese Art erkennet man die Punkte θ und λ. Ferners ist $km = \frac{\text{sin.}\,(H-G)}{\text{sin.}\,(H-F)}\,mn$, und $nk = \frac{\text{sin.}\,(G-F)}{\text{sin.}\,(H-F)}$ mn; folglich $l\lambda = ml + km - k\lambda$. Endlich ist, $\beta : \alpha = l\lambda : l\zeta$, also $l\zeta = \frac{\alpha}{\beta}$ $l\lambda$, welches den Punkt ζ giebt. Da nun im Dreyecke $\zeta k\vartheta$ die Seiten $k\zeta$; $k\theta$ samt dem Winkel $\zeta k\theta = H - F$ bekannt sind, so findet sich die Seite $\zeta\theta$ und der Winkel $k\zeta\theta$ woraus der Winkel $so\zeta = 180° - k\zeta\theta - \mu - G + F$, also ist auch die Seite $\zeta\theta$, und ihre Lage gegeben. Weiters ist aus den beobachteten Breiten $F\zeta = f\zeta.\ \text{tang.}\ \zeta$ und $H\theta = h\vartheta\ \text{tang.}\ \vartheta$, welches die Lage der Chorda FH zeigt. Man verlängere die Chorda HF. bis sie in der Fläche der Ecliptick mit $\vartheta\zeta$ in N zusammenstosse, so wird SN der Ort seyn, wo die Cometen Bahn, und Ecliptick sich schneiden, oder die Knotenlinie; und zwar in N der aufsteigende Knoten, wenn die Breiten nördlich sind, und die Orte des Cometen, die in der Figur gezeichnete Lage heben. Diesen Punkt zu finden, setze man:

$$H\vartheta - F\zeta : \zeta\vartheta = H\vartheta : \vartheta N, \text{ woraus}$$

$$\vartheta N = \frac{\zeta\vartheta}{H\vartheta - F\zeta}\,H\vartheta; \text{ und } \frac{H\vartheta - F\zeta}{\zeta\vartheta} \text{ giebt die Tangente des Winkels } HN\vartheta.$$

In den Dreyeck SoN werden sodann aus den Seiten so, No und dem Winkel $SoN = So\zeta$ die Winkel Nso, SNo samt der Seite SN gefunden. Wenn also der Winkel $Ns\gamma + \gamma fg$ von der Länge der Erde $= G' + g$ in der mittleren Beobachtung abgezogen wird, so bleibt die heliocentrische Länge des Knotens N. Endlich falle aus o nach SN das Loth oP, und zieht man die Linie OP, so zeigt der Winkel OPo die Neigung der Cometen Bahn auf die Ecliptick; es ist aber $oP = No\ \text{sin.}\ SNo$; und $Oo = No.\ \text{tang.}\ HN\vartheta$, folglich $\text{tang.}\ OPo = \frac{\text{tang.}\ HN\vartheta}{\text{sin.}\ SNo} = \frac{H\vartheta - F\zeta}{\zeta\vartheta.\ \text{sin.}\ SNo}$. Ferners ist $\text{cos.}\ SNH = \frac{NP}{NO} = \frac{NP.\ No}{No.\ NO} = \text{cos.}\ SNo.\ \text{cos.}\ HN\vartheta$. Letztlich findet man $NF = \frac{F\zeta}{\text{sin.}\ HN\vartheta}$; und

HN=

$HN = \frac{H\vartheta}{\sin. HN\vartheta}$, auf diese Art, werden in der Fläche der Cometen Bahn SNFH, die Seiten SN; NF, und NH, sammt den Winkel SNH gegeben, woraus die Winkel NSF, NSH, mit den Seiten SF, und SH leicht zu finden sind; man kennet also zwo Entfernungen FS, HS des Cometen von der Sonne, sammt dem Winkel FSH, und der Zeit $\alpha + \beta$, in welcher der Comet von F nach H gekommen ist; woraus dann nach der vierten Aufgabe, die ganze Laufbahn bestimmet wird.

1. Folgerung.

§. 48. Damit diese gemachte Berechnung genau zutreffe, müßen die Beobachtungen nahe auf einander folgen, und das Verhältniß $\alpha : \beta$ von der Gleichheit nicht sehr entfernet seyn. Nebst diesen sollen auch die Beobachtungen mit großer Sorgfalt angestellt werden, und die Entfernung des Cometen von der Erde, zur Zeit der mittleren Beobachtung von der wahren, so wenig als möglich ist, abweichen.

2. Folgerung.

§. 49. Wenn die Länge des Cometen *gn* bey der mittleren Beobachtung, in die Länge der Sonne *gs* fällt, dann wird der Winkel *sng* entweder dem Nichts gleich, oder er wird 180°., und in diesem Falle würde die Berechnung nicht wenig verkürzet werden.

1. Zusatz.

§. 50. Die Berechnung kann entweder, durch genaue Zeichnung der Figur auf großem Papiere geschehen, oder welches ich vorziehe, durch trigonometrische Calculn, damit also das letztere mit möglichster Kürze geschehen möge, wollen wir die ganze Behandlung hieherseßen, auf daß man sich dessen mit mehr Bequemlichkeit, bey den Cometen Bahnen gebrauchen könne. Vor allen bemerke man, was aus den Beobachtungen gegeben ist, nämlich:

die Zeit von der ersten zur zweyten Beobachtung $= \alpha$ Täge,
von der zweyten zur dritten ——— $= \beta$ Täge; ferners

Beobachtung	Länge der ☉	Entfern. der ☉ von ♁	Länge des Comet.	Breite des Comet.
I.	*f*	*sf*	F	ζ
II.	*g*	*sg*	G	η
III.	*h*	*sh*	H	θ

Hier-

Hieraus bestimme man die Winkeln $fmg = \zeta m\eta = G - F$.
$gnh = \eta n\theta = H - G$.
$fkh = \zeta k\theta = H - F$.

Gleichfalls: $Sf\zeta = F - f$; $Sr\eta = G - f$; $Ss\theta = H - g$
$Sg\eta = G - g$; $Sp\zeta = F - g$; $Sq\eta = G - h$.
$Sh\theta = H - h$;

Dieses giebt nun: $fm = \frac{\sin. Sr\eta}{\sin. fmg} Sf - \frac{\sin. Sg\eta}{\sin. fmg} Sg.$

$$gm = \frac{\sin. Sf\zeta}{\sin. fmg} Sf - \frac{\sin. Sp\zeta}{\sin. fmg} Sg.$$

$$gn = \frac{\sin. Ss\theta}{\sin. gnh} Sg - \frac{\sin. Sh\theta}{\sin. gnh} Sh.$$

$$hn = \frac{\sin. Sg\eta}{\sin. gnh} Sg - \frac{\sin. Sq\eta}{\sin. gnh} Sh.$$

woraus dann, $mn = gm - gn$; $mk = \frac{\sin. gnh}{\sin. fkh} mn$; und $nk = \frac{\sin. fmg}{\sin. fkh} mn$. Es sey nun in der zwoten Beobachtung, die Distanz des Cometen von der Erde $= r$, so ist; $G\eta = r \sin. \eta$; $g\eta = r \cos. \eta$; $m\eta = g\eta - gm$; $n\eta = g\eta - gn$. Ferners ist auch $\tan. \frac{1}{2}(g\eta S - gS\eta) = \frac{gS - g\eta}{gS + g\eta} \cot. \frac{1}{2} Sg\eta$, woraus dann:
$g\eta S = \frac{1}{2}(g\eta S - gS\eta) + 90 - \frac{1}{2} Sg\eta$; und $gS\eta = 90 - \frac{1}{2} Sg\eta - \frac{1}{2}(g\eta S - gS\eta)$ und

$$S\eta = \frac{\sin. Sg\eta}{\sin. g\eta S} Sg.$$

Weiters ist: $\tan. GS\eta = \frac{G\eta}{S\eta}$; und $SG = \frac{G\eta}{\sin. GS\eta}$. Man setze den Winkel $1774, \frac{98''}{1000} = \tau$, daß $L\tau = 3,2489776$, und suche die Winkel $\alpha\tau$; $\beta\tau$, wenn $c = 100000$; so ist: $GO = \frac{2c^3 \sin. \alpha\tau . \sin. \beta\tau}{SG^2 . \cos. (\beta - \alpha)\tau}$; und $\eta o = GO \cos. GS\eta$; $So = S\eta - o\eta$; Ferners ist der Winkel $\zeta lo = g\eta S + \zeta m\eta$; und $l\eta = \frac{\sin. \zeta m\eta}{\sin. \zeta lo} . m\eta$; und $ml = \frac{\sin. g\eta S}{\sin. \zeta lo} m\eta$; woraus dann $lo = l\eta - \eta o$, und aus diesen: $\lambda\theta = \frac{\alpha + 6}{\alpha} lo$; $k\theta = \frac{\sin. \zeta lo}{\sin. \zeta k\theta} \lambda\vartheta$; und (weil $k\vartheta\lambda = \zeta lo - \zeta k\vartheta$) so ist $k\lambda = \frac{\sin. k\vartheta\lambda}{\sin. \zeta k\vartheta} \lambda\vartheta$; woraus $l\lambda = ml + km - k\lambda$;

$l\zeta$

$l\zeta = \frac{\alpha}{\beta} l\lambda$; $k\zeta = km + ml + l\zeta$; und $\text{tang.} \frac{1}{2} (k\vartheta\zeta - k\zeta\vartheta) = \frac{k\zeta - k\vartheta}{k\zeta + k\vartheta} \cot. \frac{1}{2}\zeta k\vartheta$; wie auch $k\vartheta\zeta = 90 - \frac{1}{2}\zeta k\vartheta + \frac{1}{2}(k\vartheta\zeta - k\zeta\vartheta)$; $k\zeta\vartheta = 90 - \frac{1}{2}\zeta k\vartheta - \frac{1}{2}(k\vartheta\zeta - k\zeta\vartheta)$; endlich, $\vartheta\zeta = \frac{\sin. \zeta k\vartheta}{\sin. k\zeta\vartheta} . k\vartheta$; und $so\zeta = 190^\circ . k\zeta\vartheta - \zeta' o$. Aus diesen ist ferners, $f\zeta = fm + ml + l\zeta$; $h\vartheta = hn + k\vartheta$; und $F\zeta = f\zeta \,\text{tang.}\, \zeta$; $H\vartheta = h\vartheta \,\text{tang.}\, \vartheta$; $\text{tang.}\, HN\vartheta = \frac{H\vartheta - F\zeta}{\zeta\vartheta}$; $\vartheta N = \frac{H\vartheta}{\text{tang.}\, HN\vartheta}$, und $\vartheta o = \frac{\beta}{\alpha + \beta}\zeta\vartheta$, wie auch $No = N\theta - \theta o$. Es ist auch $\text{tang.} \frac{1}{2}(SNo - oSN) = \frac{oS - oN}{oS + oN} \cot. \frac{1}{2} So\zeta$ und $SNo = 90 - \frac{1}{2} So\zeta + \frac{1}{2}(SNo - oSN)$; $oSN = 90 - \frac{1}{2} So\zeta - \frac{1}{2}(SNo - oSN)$, und $SN = \frac{\sin. So\zeta}{\sin. oSN} No$, woraus die heliocentrische Länge des Knoten wird; $N = 6' + g - gs\eta - osN$; und die Tangente der Neigung der Bahn auf die Ecliptik $= \frac{\text{tang.}\, HN\theta}{\sin.\, sNo}$. Ferners ist: $\cos. SNH = \cos. sNo \,.\, \cos. HN\vartheta$, und $FN = \frac{F\zeta}{\sin. HN\theta}$; $HN = \frac{H\theta}{\sin. HN\theta}$. Endlich wird, $\text{tang.} \frac{1}{2}(NFS - NSF) = \frac{SN - NF}{SN + NF} \cot. \frac{1}{2} SNH$; $NFS = 90 - \frac{1}{2} SNH + \frac{1}{2}(NFS - NSF)$; $NSF = 90 - \frac{1}{2} SNH - \frac{1}{2}(NFS - NSF)$ und $SF = \frac{\sin. SNH}{\sin. NFS} SN$; wie auch $\text{tang.} \frac{1}{2}(NHS - NSH) = \frac{SN - NH}{SN + NH} \cot. \frac{1}{2} SNH$; woraus dann, $NHS = 90 - \frac{1}{2} SNH + \frac{1}{2}(NHS - NSH)$, und $NSH = 90 - \frac{1}{2} SNH - \frac{1}{2}(NHS - NSH)$; und $SH = \frac{\sin. SNH}{\sin. NHS} SN$; und $FSH = NSH - NSF$.

2. Zusatz.

§. 51. Sind zwey Entfernungen FS; HS, sammt dem Winkel FSH und der Zeit von den Beobachtungen $= \alpha + \beta$ bekannt; so wird die Laufbahn durch folgende Berechnung bestimmet. Es sey die Entfernung $FS = y$ die Zeit $\alpha + \beta = \tau$; die Entfernung $HS = z$, der Winkel $FSH = \Phi$, weil nun $m = 271989{,}735$, und $lm = 5{,}4345525139$, so ist der Parameter $b = \left(\frac{y^2 z^2}{4 m^2 \tau^2} + \frac{1}{2} \sqrt{yz} \right) \sin.^2 \Phi$.

Wenn nun die Distanz von der Sonne im Perihelio $= a$, und die wahre Anomalie des Ortes F $= v$ so ist tang. $v =$ cot. $\phi - \frac{(b - z) y}{(b - y) z \text{ sin. } \phi}$ und $a = \frac{by \text{ cos. } v}{b - y + y \text{ cos. } v}$.

Man nehme tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(2a - b)}}{\sqrt{b}}$ tang $\frac{1}{2}v$, im Falle, daß $2a > b$, und die Bahn ellyptisch wäre: so ist die Zeit, in welcher der Comet vom Perihelio an den Ort F gelanget, in Tägen ausgedrückt $= \frac{a^3}{2m(2a - b)^{\frac{1}{2}}} \left(\omega - \frac{b - a}{a} \text{ sin. } \omega \right)$; sollte aber $b < 2a$, und die Bahn eine Hyperbel seyn, so nehme man, tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(b - 2a)}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$, und die Zeit, in welcher der Comet vom Perihelio nach F kömmt, ist in Tägen ausgedrückt $= \frac{a^3}{2m(b - a)^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{b - a}{a} \text{ tang. } \omega - \text{L tang. } (45° + \frac{1}{2}\omega) \right)$. Wäre aber die Laufbahn parabolisch, oder wiche sie nicht sehr davon ab, so setze man tang. $\frac{1}{2}v = t$; und $\delta = 2a - b$; $n = \frac{\delta}{b} = \frac{2a - b}{b}$, so ist die Zeit vom Perihelio bis auf F in Tägen $= \frac{a^2}{m\sqrt{b}} \left(t + \frac{1}{3}t^3 - \frac{2}{5}nt^5 + \frac{3}{7}n^2t^7 - \frac{4}{9}n^3t^9 + \frac{1}{5}n^2t^5 - \frac{4}{7}n^3t^7 + \frac{5}{9}n^4t^9 \text{ \&c.} \right)$

Aus der bekannten Zeit also, wenn der Comet in F gestanden hat, kann zugleich der Augenblick abgeleitet werden, wenn er durch das Perihelium gegangen ist; und wenn von der wahren Anomalie v des Ortes F der Winkel FSN abgezogen wird, bleibt die Distanz des Knoten N vom Perihelio. Uebrigens scheinet diese Aufgabe wenig Nutzen zu haben, da es nie möglich ist, die Parallaxe des Cometen so genau zu bestimmen, als es hiezu nothwendig wäre, doch aber wird der Vortheil unserer Auflösung in folgender Aufgabe sich klärer zeigen.

12. Aufgabe.

§. 52. Aus einigen Beobachtungen die wahre Bahn eines Cometen bestimmen.

Auflösung.

Durch Hülfe der Beobachtungen, aus welchen entweder dessen Entfernung von den Fixsternen, oder die Mitagshöhen bekannt sind, berechne man dessen geocentrische Länge, und Brei-

Breite, und bemerke bey jeder Beobachtung den Augenblick, wenn sie ist gemacht worden nach der mittleren Zeit. Aus diesen so eingerichteten Orten wähle man drey, nicht sehr von einander entfernte, so daß die Differenz der Zeiten beynahe in gleichem Verhältniße stehen, nehme in der mittleren Beobachtung die Entfernung des Cometen von der Erde für bekannt an, und bestimme hieraus nach der dritten Aufgabe die Bahn desselben, welche wahr oder falsch seyn wird, je nachdem die angenommene Distanz mit der Wahrheit übereinkömmt. Man suche also eine vierte Beobachtung, welche von den drey vorhergehenden, sehr weit entfernet ist, und berechne, mit der gefundenen Bahn, den geocentrischen Ort des Cometen für die vierte Beobachtung, trift selber mit der Beobachtung überein, so sind die Elementen richtig bestimmt, und so im Gegentheil. Zu diesem Ende nehme man zwey oder drey Distanzen für die mittlere Beobachtung an, berechne aus jeder die Laufbahn, und bemerke wohl, wie nahe jede derselben, der vierten Beobachtung komme, sollte nun gleich keine aus diesen Bahnen, mit der wahren eintreffen, so läßt sich doch hieraus abnehmen, welche der wahren am nächsten sey, und so könnte die wirkliche Laufbahn auch durch blosses Interpoliren gefunden werden, wenn die Unterschiede nicht sehr beträchtlich wären; wären sie aber sehr groß, so läßt sich doch leicht auf eine anders anzunehmende mittlere Distanz schliessen, und auf diese Art, nach widerholten vorigen Berechnungen endlich die Elementen der wahren Laufbahn mit möglicher Genauigkeit bestimmen.

1. Folgerung.

§. 53. Weil die erste Hypothese nur gemacht wird, um die wahre Laufbahn überhaupt zu erkennen, so darf die Berechnung nicht mit besonderer Schärfe geführet werden, sondern es ist eine geometrische Bezeichnung hiezu allerdings hinlänglich.

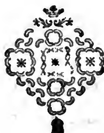
2. Folgerung.

§. 54. Auf gleiche Art, ließen sich auch die Bahnen der Planeten untersuchen, und durch vier Beobachtungen bestimmen, da aber durch Beobachtungen ihre periodischen Zeiten und Knoten Linien leicht gefunden werden, so führet dieses auf bequemere Methoden, als vorhergehende ist, deren man sich füglicher bedienen kann.

Zusatz.

§. 55. Der Nutzen unserer Methode wird sich übrigens am besten durch ein Beyspiel erklären laßen, welches auch die Art zeigen wird, wie die Berechnung bequem zu führen ist.

ist. Zu diesem Ende wähle ich den Cometen, welcher im Jahre 1680, und 1681 erschienen ist, und dessen Beobachtungen sowohl, als übrige Elementen mit größter Sorgfalt und Genauigkeit bestimmet sind. Da wir nun von ihm durch vier Monate richtige Beobachtungen haben, und seine Bahn selbst durch die Sorgfalt der berühmten Männer **Newton** und **Halley** ist berechnet worden, so sollte es überflüßig scheinen, wenn ich eben diese Arbeit vornehme; — ich werde es aber doch nicht unterlassen, weil dadurch meine Methode nicht nur sehr erleichtert, sondern auch durch Uebereinstimmung mit jenen kräftiger bewiesen wird. Die Beobachtungen führet **Newton** in den **mathematischen Anfangsgründen der natürlichen Weltweisheit** an, woraus ich selbe entlehnen werde.



Beobachtungen des Cometen von 1680 und 81, auf die mittlere Zeit, alten Styls, und den Meridian von Londen gebracht.

Jahr 1680.	T.	h.	′		s	Länge			Breite			
Monat Novemb.	16.	17.	10.		6.	8.	0.		0.	44.		südlich
	17.	17.	10.		6.	12.	52.		1.	0.		
	18.	21.	44.		6.	18.	40.		1.	18.		
	19.	17.	10.		6.	22.	48.		1.	30.		
	20.	17.			6.	27.	52.		1.	45.		
	21.	17.			7.	2.	56.		1.	58.		
	23.	17.	15.		7.	12.	58.		2.	20.		
	24.	17.	30.		7.	17.	53.		2.	29.		
Decembr.	12.	4.	46.	0.	9.	6.	31.	21.	8.	26.	0.	nördlich.
	21.	6.	36.	59.	10.	5.	7.	38.	21.	45.	30.	
	24.	6.	17.	52.	10.	18.	49.	10.	25.	23.	24.	
	26.	5.	20.	44.	10.	28.	24.	6.	27.	0.	57.	
	29.	8.	3.	2.	11.	13.	11.	45.	28.	10.	5.	
	30.	8.	10.	26.	11.	17.	39.	5.	28.	11.	12.	
1681 Jänner.	5.	6.	1.	38.	0.	8.	49.	10.	26.	15.	26.	
	9.	7.	0.	53.	0.	18.	43.	18.	24.	12.	42.	
	10.	6.	6.	10.	0.	20.	40.	57.	23.	44.	0.	
	13.	7.	8.	55.	0.	25.	59.	34.	22.	17.	36.	
	25.	7.	58.	42.	1.	9.	35.	48.	17.	56.	54.	
	30.	8.	21.	53.	1.	13.	19.	36.	16.	40.	57.	
Febr.	2.	6.	34.	51.	1.	15.	13.	48.	16.	2.	2.	
	5.	7.	4.	41.	1.	16.	59.	52.	15.	27.	23.	
	25.	8.	41.		1.	26.	18.	17.	12.	46.	54.	
	27.	8.	26.		1.	27.	4.	24.	12.	36.	12.	
März.	1.	11.	10.		1.	27.	53.	6.	12.	24.	52.	
	2.	8.	10.		1.	28.	12.	27.	12.	20.	0.	
	5.	11.	39.		1.	29.	20.	51.	12.	3.	30.	
	9.	8.	38.		2.	0.	43.	3.	11.	45.	53.	

Berechnung der Laufbahn.

Man wähle sich folgende drey im Jäner 1681 gemachte Beobachtungen.

Zeit.	Länge der ☉	Entfer. ☉ v. ♁	Länge des Comet.	Breite des Comet.
d h ′ ″	s ° ′ ″		s	
5. 6. 1. 38.	9. 26. 22. 18.	98363,5.	0. 8. 49. 10.	26. 15. 26. N.
9. 7. 0. 53.	10. 0. 29. 2.	98407,0.	0. 18. 43. 18.	24. 12. 42.
13. 7. 8. 55.	10. 4. 33. 20.	98458,8.	0. 25. 59. 34.	22. 17. 36.

Hieraus ist:

$\alpha = 4^d.\ 0^h.\ 59'.\ 15''. = 4{,}0411$; | $L\alpha = 0{,}6064996$

$\beta = 4^d.\ 0^h.\ 8'.\ 2''. = 4{,}0055$; | $L\beta = 0{,}6026567$

$\alpha + \beta = 8{,}0466$; $L.(\alpha + \beta) = 0{,}9056124$, ferners:

$f = 9^s.\ 26^\circ.\ 22'.\ 18''.$	$F = 0^s.\ 8^\circ.\ 49'.\ 10''.$	$\zeta = 26^\circ.\ 15'.\ 26''.$
$g = 10.\ 0.\ 29.\ 2.$	$G = 0.\ 18.\ 43.\ 18.$	$\eta = 24.\ 12.\ 42.$
$h = 10.\ 4.\ 33.\ 20.$	$H = 0.\ 25.\ 59.\ 34.$	$\theta = 22.\ 17.\ 36.$

$fmg = \zeta m\eta = G - F = 9^\circ.\ 54'.\ 8''.$

$gnh = \eta n\theta = H - G = 7.\ 16.\ 16.$

$fkh = \zeta k\theta = H - F = 17.\ 10.\ 24.$

$sf\zeta = F - f = 72.\ 16.\ 52.$

$sg\eta = G - g = 78.\ 14.\ 16.$

$sh\theta = H - h = 81.\ 26.\ 14.$

$sr\eta = G - f = 82.\ 21.\ 0.$

$sp\zeta = F - g = 68.\ 20.\ 8.$

$so\theta = H - g = 85.\ 30.\ 32.$

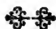
$sq\eta = G - h = 74.\ 9.\ 58.$

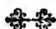
$sf = 98363{,}5$ | $L.\ sf = 49928340.$

$sg = 98407{,}0$ | $L.\ sg = 49930260.$

$sh = 98458{,}8$ | $L.\ sh = 49932515.$

+ L.





$$+\ \text{L.}\ ſſ \quad = \quad +\ 4,\ 9928340$$
$$-\ \text{L. ſin.}\ ſmg \quad = \quad -\ 9,\ 2354458$$
$$5,\ 7573882$$
$$\text{L. ſin.}\ ſrn \quad = \quad 9,\ 9961174$$
$$\text{L. ſin.}\ ſſ\zeta \quad = \quad 9,\ 9792946$$
$$\text{L}\ \frac{\text{ſin.}\ ſrn}{\text{ſin.}\ ſmg}\ ſſ \quad = \quad 5,\ 7535056$$
$$\text{L}\ \frac{\text{ſin.}\ ſſ\zeta}{\text{ſin.}\ ſmg}\ ſſ \quad = \quad 5,\ 7366828$$

$$\text{L.}\ ſg \quad = \quad 4,\ 9930260$$
$$\text{L. ſin.}\ ſmg \quad = \quad 9,\ 2354458$$
$$5,\ 7575802$$
$$\text{L. ſin.}\ ſgn \quad = \quad 9,\ 9907836$$
$$\text{L. ſin.}\ ſp\zeta \quad = \quad 9,\ 9681848$$
$$\text{L}\ \frac{\text{ſin.}\ ſgn}{\text{ſin.}\ ſmg}\ ſg \quad = \quad 5,\ 7483638$$
$$\text{L}\ \frac{\text{ſin.}\ ſp\zeta}{\text{ſin.}\ ſmg}\ ſg \quad = \quad 5,\ 7257650$$

$$\frac{\text{ſin.}\ ſrn}{\text{ſin.}\ ſmg}\ ſſ = +\ 566898,\ 9$$
$$\frac{\text{ſin}\ ſgn}{\text{ſin.}\ ſmg}\ ſg = -\ 560226,\ 8$$
$$ſm = 6672,\ 1$$
$$\frac{\text{ſin.}\ ſſ\zeta}{\text{ſin.}\ ſmg}\ ſſ = +\ 545359,\ 4$$
$$\frac{\text{ſin.}\ ſp\zeta}{\text{ſin.}\ ſmg}\ ſg = -\ 531820,\ 4$$
$$gm = 13539,\ 0$$
$$gn = 5875,\ 0$$
$$mn = 7664,\ 0$$

$$+\ \text{L}\ ſg \quad = \quad +\ 4,\ 9930260$$
$$-\ \text{L ſin.}\ gnh \quad = \quad -\ 9,\ 1023116$$
$$5,\ 8907144$$
$$\text{L ſin.}\ ſs\theta \quad = \quad 9,\ 9986644$$
$$\text{L ſin.}\ ſgn \quad = \quad 9,\ 9907836$$
$$\text{L}\ \frac{\text{ſin.}\ ſs\theta}{\text{ſin.}\ gnh}\ ſg = 5,\ 8893788$$
$$\text{L}\ \frac{\text{ſin.}\ ſgn}{\text{ſin.}\ gnh}\ ſg = 5,\ 8814980$$

$$\text{L}\ ſh \quad = \quad 4,\ 9932545$$
$$\text{L ſin.}\ gnh \quad = \quad 9,\ 1023116$$
$$5,\ 8909429$$
$$\text{L ſin.}\ ſh\theta \quad = \quad 9,\ 9951318$$
$$\text{L ſin.}\ ſqn \quad = \quad 9,\ 9832008$$
$$\text{L}\ \frac{\text{ſin.}\ ſh\theta}{\text{ſin.}\ gnh}\ ſh = 5,\ 8860747$$
$$\text{L}\ \frac{\text{ſin.}\ ſqn}{\text{ſin}\ \ gnh}\ ſh = 5,\ 8741437$$

$$\frac{\text{ſin.}\ ſs\theta}{\text{ſin.}\ gnh}\ ſg = +\ 775137,\ 7$$
$$\frac{\text{ſin.}\ ſh\theta}{\text{ſin.}\ gnh}\ ſh = -\ 769262,\ 7$$
$$gn = 55875,\ 0$$
$$\frac{\text{ſin.}\ ſgn}{\text{ſin.}\ gnh}\ ſg = +\ 761198,\ 5$$
$$\frac{\text{ſin.}\ ſqn}{\text{ſin.}\ gnh}\ ſh = -\ 748417,\ 0$$
$$hn = 12781,\ 5$$

$$\text{L}\ mn \quad = \quad 3,\ 8844555$$
$$\text{L ſin.}\ ſkh \quad = \quad 9,\ 4702096$$
$$4,\ 4142459$$

mk

mk	=	3285, 168		L sin. *gnh*	=	9, 1023116
nk	=	4436, 666		L sin. *fmg*	=	9, 2354458
				L *mK*	=	3, 5165575
				L *nK*	=	3, 6496917

Damit wir die Mühe erspahren, den Werth von $gG = r$ zu suchen, wollen wir selben aus der Theorie des Newton entlehnen, welcher für die Entfernung von der Sonne 110970 angiebt, woraus also $Gg = 72747$. Nehmen wir also statt *r* diese zween Werthe 72700, und 72800, so giebt dieß folgende Rechnung.

Es sey *r*	=	72700	72800
L *r*	=	4, 8615344	4, 8621314
addirt { L sin. *y*	=	9, 6128990	9, 6128990
addirt { L cos. *y*	=	9, 9600122	9, 9600122
L G*y*	=	4, 4744334	4, 4750304
L *gy*	=	4, 8215466	4, 8221436
gy	=	66305, 05	66396, 26
$fgy = 78°. 14'. 16''$ *gm*	=	13539, 0	13539, 0
$\frac{1}{2} fgy = 39 . 7 . 8$ *gn*	=	5857, 0	5857, 0
Complem. $= 50°. 52 . 32''$ *my*	=	52766, 05	52857, 26
ny	=	60430, 05	60521, 26
fg	=	98407, 0	98407, 0
gy	=	66305, 05	66396, 26
fg + *gy*	=	164712, 05	164803, 26
fg — *gy*	=	32101, 95	32010, 74
L (*fg* — *gy*)	=	4, 5065314	4, 5052957
L (*fg* + *gy*)	=	5, 2167254	5, 2169658
		9, 2898060	9, 288 299
L tang. (90 — $\frac{1}{2}$ *fgy*)	=	0, 0897890	10, 0897890
L tang. $\frac{1}{2}$ (*gyf* — *gfy*)	=	9, 3795950	9, 3781189

$\frac{1}{2}$(*gyf*

½ (gηʃ — gʃη) =	13. 28. 38	13. 25. 59″
(go — ½ ʃgη) =	50. 52. 52	50. 52. 52
gηʃ =	64. 21. 30	64. 18. 51
gʃη =	37. 24. 14	37. 26. 53
zu L ʃg =	4, 9930260	4, 9930260
addiret L sin. ʃgη =	9, 9907836	9, 9907836
	14, 8938096	14, 9838096
abgezogen L sin. gηʃ =	9, 9549744	9, 9548136
lʃη =	5, 0288352	5, 0289960
L gη =	4, 4744334	4, 4750304
L tang. Gʃη =	9, 4455982	9, 4460344
Gʃη =	15°. 35. 20	15. 36. 14
von LGη =	4, 4744334	4, 4750304
abgezogen L sin. Gʃη =	9, 4293210	9, 4297284
LSG =	5, 0451124	5, 0453020
lτ =	3, 2489276	
lα =	0, 6064996	
l 6 =	0, 6026567	
Lατ =	3, 8554772	
L6τ =	3, 8516343	
ατ =	7169″, 3 = 1°. 59′. 29″	
6τ =	7106, 1 = 1. 58. 26	
(α—6) τ =	63, 2 = 1. 3	
L sin. ατ =	8, 5409422	
L sin. 6τ =	8, 5371103	
L 2c³ =	15, 3010300	
	32, 3790825	
abgezogen L cos. (α — β) τ =	10, 0000000	
	12, 3790825	12, 3790825
abgezogen 2 L SG =	10, 0902248	10, 0906040

L GO =	2, 2888577	2, 2884785
addiret L cos. G fη =	9, 9837231	9, 9836924
L ηo =	2, 2725808	2, 2721709
ηo =	187, 32	187, 14
von fη =	106864, 9	106904, 5
So =	106677, 6	106717, 4
der Winkel gηf =	64. 24. 30″	64. 18. 51″
ζmη =	9. 54. 8	9. 54. 8
ζlo =	74. 15. 38	74. 12. 59
L mη =	4, 7223546	4, 7231046
abgezogen L sin. ζlo =	9, 9834031	9, 9833086
	4, 7389515	4, 7397960
addiret. L sin. ζmη =	9, 2354458	9, 2354458
addiret. L sin. gηf =	9, 9549744	9, 9548136
L lη =	3, 9743973	3, 9752418
L ml =	4, 6929259	4, 6946096
Folglich, lη =	9427, 52	9445, 87
abgezogen ηo =	187, 32	187, 14
lo =	9240, 20	9285, 73
L lo =	3, 9656814	3, 9665515
addiret, L $\frac{(\alpha+\beta)}{\alpha}$ =	0, 2991128	0, 2991128
so ist: L λθ =	4, 2647942	4, 2656643
der Winkel ζlo =	74. 15. 38	74. 12. 59
abgezogen ζKθ =	17. 10. 24	17. 10. 24
Kθλ =	57. 5. 14	57. 2. 35
Lλθ =	4, 2647942	4, 2656643
abgezogen L sin. ζKθ =	9, 4702096	9, 4702096
	4, 7945846	4, 7954547
addiret L sin. ζlo =	9, 9834031	9, 9833086
addiret L sin. Kθλ =	9, 9240200	9, 9238032

$L\ K\theta =$	4, 7779877	4, 7787633
$L\ K\lambda =$	4, 7186046	4, 7192579
$ml =$	49422, 63	49500, 50
$km =$	3285, 17	3285, 17
$kl =$	52707, 80	52785, 67
abgezogen $k\lambda =$	52312, 40	52391, 15
$l\lambda =$	395, 40	394, 52
$L\ l\lambda =$	2, 5970367	2, 5960690
addiret $L\ \frac{\alpha}{\beta} =$	0, 0038429	0, 0038429
$L\ l\zeta =$	2, 6008796	2, 5999119
$\frac{1}{2}\ \zeta k\theta =$	8°. 35'. 12"	8°. 35'. 12"
$90 - \frac{1}{2}\ \zeta k\theta =$	81°. 24'. 48"	81 ; 24 . 48
$k\zeta =$	3285, 17	3285, 17
$ml =$	49422, 63	49500, 50
$l\zeta =$	398, 91	398, 02
$k\zeta =$	53106, 71	53183, 69
$k\theta =$	59977, 42	60084, 63
$k\theta + k\zeta =$	113084, 13	113268, 32
$k\theta - k\zeta =$	6870, 71	6900, 94
$L\ (k\theta - k\zeta) =$	3, 8370016	3, 8389082
$L\ (k\theta + k\zeta =$	5, 0534016	5, 0541084
	8, 7836000	8, 7847998
$L.\ tang.\ (90 - \frac{1}{2}\ \zeta k\theta) =$	10, 8210294	10, 8210294
	9, 6046294	9, 6058292
$\frac{1}{2}\ (k\zeta\theta - k\theta\zeta) =$	21°. 55'. 7"	21°. 58'. 24"
$\frac{1}{2}\ (k\zeta\theta + k\theta\zeta) =$	81°. 24'. 48"	81 . 24 . 48
$k\zeta\theta =$	103°. 19'. 55"	103°. 23'. 12"
$k\theta\zeta =$	59°. 29'. 41"	59 . 26'. 24
$k\zeta\theta + \zeta o =$	177 . 35 . 33"	177 . 36'. 11
$\int o\zeta =$	2°. 24 . 27	2 . 23 . 49

Von L sin. ζkθ =	9, 4702096	9, 4702096
abgezogen L sin. kζθ =	9, 9881354	9, 9880368
	9, 4820742	9, 4821728
addiret L kθ =	4, 7779877	4, 7787633
L θζ =	4, 2600619	4, 2609361
fm =	6672, 1	6672, 1
ml =	49422, 6	49500, 5
lζ =	398, 9	398, 0
so ist: fζ =	56493, 6	56570, 6
hn =	12781, 5	12781, 5
nk =	4463, 6	4463, 6
kϑ =	59977, 4	60084, 6
so wird: hϑ =	77222, 6	77329, 8
zu L fζ =	4, 7519993	4, 7525908
addiret den L tang. ζ =	9, 6931129	9, 6931129
L Fζ =	4, 4451122	4, 4457037
L hϑ =	4, 8877445	4, 8883470
addiret L tang. ϑ =	9, 6127775	9, 6127775
L Hϑ =	4, 5005220	4, 5011245
Also Hϑ =	31666, 8	31704
F ζ =	27868, 4	27906, 4
Hϑ — Fζ =	3792, 4	3798, 4
L (Hϑ — Fζ) =	3, 5789141	3, 5796007
abgezogen L. ζϑ =	4, 2600619	4, 2609361
L tang. HNϑ =	9, 3188522	9, 3186646
L. Hϑ =	4, 5005220	4, 5011245
L. Nϑ =	5, 1816698	5, 1824599
der Winkel HNϑ =	11°. 46'. 15''.	11°. 45'. 57''
Nϑ =	151939, 2	152215, 9

L ζt

$L\,\zeta\theta =$	4, 2600619	4, 2609361
abgezogen $L\,\frac{\alpha+\beta}{\beta} =$	0, 3029557	0, 3029557
$L.\ \theta o =$	3, 9571062	3, 9579804
$\theta o =$	9059, 5	9077, 8
$No =$	142879, 7	143138, 1
$\frac{1}{2} So\zeta =$	1°. 12'. 13'', 5	1°. 11'. 54'', 5
$90 - \frac{1}{2} So\zeta =$	88. 47. 46'', 5	88. 48. 5, 5
$So =$	106677, 6	106717, 4
$No =$	142879, 7	143138, 4
$No + So =$	249557, 3	249855, 5
$No - So =$	36202, 1	36420, 7
von $L\,(No - So) =$	4, 5587338	4, 5613482
abgezogen $L\,(No = So) =$	5, 3971703	5, 3976889
	9, 16156,5	9, 1636583
addirt L tang. $(90 - \frac{1}{2} So\zeta) =$	11, 6775226	51, 6794316
L tang. $\frac{1}{2}(oSN - SNo) =$	10, 8390861	10, 8430899
$\frac{1}{2}(oSN - SNo) =$	81°. 45'. 29'', 5	81°. 49'. 58''
$\frac{1}{2}(oSN + SNo) =$	88°. 47. 46, 5	88. 48. 5'', 5
$oSN =$	170°. 33. 16'',	170°. 38. 3''½
$SNo =$	7. 2. 17''.	6. 58. 7'',5
von L sin. $So\zeta =$	8, 6233157	8, 6214086
abgezogen L sin. $oSN =$	9, 2151360	9, 2114815
	9, 4081297	9, 4099271
addirt $L.\ No =$	5, 1549705	5, 1557552
$L\ SN =$	4, 5631502	4, 5656823
der Winkel $gS\eta =$	37°. 24'. 14''	37°. 26'. 53''
addirt $oSN =$	5'. 20°. 33. 16	5'. 20. 38. 3
abgezogen,	6'. 27°. 57. 30	6'. 28. 4'. 56''
von $(6' + g) =$	16. 0. 29. 2''.	16. 0. 29. 2.

Länge des steigenden Knoten =	9ˢ. 2°. 31′. 32″	9ˢ. 2°. 24′. 6″
L tang. HNϑ =	9, 3188543	0, 3186645
abgezogen L sin. SNo =	9, 0882372	9, 0839610
L tang. der Inclination =	10, 2306151	10, 2347035
Neigung der Bahn gegen die Ecliptik =	59°. 32′. 38″	59°. 46′. 45″
L. cos. SNo =	9, 9967152	9, 9967798
addirt L. cos. HNϑ =	9, 9907700	9, 9907779
L. cos. SNH =	9, 9874852	9, 9876577
Also ist SNH =	13°. 41′. 19″	13°. 38′. 59
von { L. Fζ =	4, 4451122	4, 4457037
von { L. Hϑ =	4, 5005220	4, 5011245
abgezogen L sin. HNϑ =	9, 3096223	9, 3094424
L. FN =	5, 1354899	5, 1362613
L. HN =	5, 1908997	5, 1916821
½ SNH =	6°. 50′. 36½″	6°. 49′. 29″½
90° — ½ SNH =	83. 9. 20½	83°. 10′. 30″½
SN =	36572, 12	36785, 97
NF =	136612, 3	136855, 2
NF + SN =	173184, 4	173641, 2
NF — SN =	100040, 2	100069, 2
von L. (NF — NS) =	5, 0001745	5, 0003004
abgezogen L. (NF + SN) =	5, 2385087	5, 2396528
	9, 7616658	9, 7606476
addirt L tang. (90 — ½ SNH) =	10, 9207206	10, 9219679
L tang. ½ (NSF — NFS) =	10, 6823864	10, 6826155
½ (NSF — NFS) =	78°. 15′. 42″, 5.	78°. 16′. 4″, 5
½ (NSF + NFS) =	83. 9. 12″, 5.	83. 10, 30, 5
NSF =	161°. 25′. 3″.	161°. 26′. 35″
NFS =	4. 53. 38″.	4. 54. 26½
von L sin. SNH =	9, 3740724	9, 3728853
abgezogen L sin. NFS =	8, 9310033	8, 9321860

0,

	0, 4430690	0, 4406993
addirt L SN =	4, 5631502	4, 5656823
L. SF =	5, 0062193	5, 0063816
NH =	155202, 8	155482, 7
SN =	36572, 12	36785, 97
NH + SN =	191774, 9	192268, 7
NH — SN =	118630, 7	118696, 7
von L (NH — SN) =	5, 0741971	5, 0744387
abgezogen L (NH + SN) =	5, 2827918	5, 2839086
	9, 7914053	9, 7905301
addirt L tang. (90 — ½SNH) =	10, 9207206	10, 9219679
L tang. ½(NSH — NHS) =	10, 7121259	10, 7124980
½(NSH — NHS) =	79°. 1′. 9″ ⅓	79°. 1′. 42″, ½
½(NSH + NHS) =	83. 9. 20″ ⅓	83. 10. 30″, ½
NSH =	162°. 10. 29″ ⅔	162. 12. 13
NHS =	4. 8. 11 ⅓	4. 8. 48
von L fin. SNH =	9, 3740724	9, 3728853
abgezogen L fin. NHS =	8, 8581311	8, 8591973
	0, 5159413	0, 5136880
addirt L. SN =	4, 5631502	4, 5656823
L. SH =	5, 0790915	5, 0793703
NSH =	162°. 10′. 29″ ⅔	162°. 12′. 13″
NSF =	161. 25. 3.	161. 26. 35
FSH =	0°. 45′. 26″ ⅔	0°. 45′. 38″
FS = y =	101442, 3	101480, 3
HS = z =	119175, 2	120052, 2
L. T =	0, 9056124	0, 9056124
ϕ =	0°. 45′. 26″ ⅔	0. 45′. 38.
L fin. ϕ =	8, 1211936	8, 1229950
L cof. ϕ =	9, 9999635	9, 9999638

L.

L. cot. ϕ =	11, 8787699	11, 8769688
L. y =	5, 0062193	5, 0063816
L. z =	5, 0790915	5, 0793703
L. yz =	10, 0853108	10, 0857519
L. y^2z^2 =	20, 1706216	20, 1715038
L. 4 =	0, 6020600	
L. m^2 =	10, 8691050	
L. T^2 =	1, 8112248	
L. $4m^2T^2$ =	13, 2823898	13, 2823898
L. $\frac{y^2z^2}{4m^2T^2}$ =	6, 8882318	6, 8891140
addirt 2 L sin. ϕ =	16, 2423872	16, 2459900
	3, 1306190	3, 1351040
Der erstere Theil . . . . =	1350, 887	1364, 910
L. $\sqrt{yz}$ =	5, 0426554	5, 0428759
abgezogen L. 3 =	0, 4771213	0, 4771213
	4, 5655341	4, 5657546
addirt 2 L ϕ =	16, 2423872	16, 2459900
	0, 8079213	0, 8117446
der folgende Theil =	6,426	6,482
Also ist b =	1357,313	1371,392
y =	101442,003	101480,003
z =	119975, 2	120052, 2
$(y - b)$ =	100085, 0	100108, 9
$(z - b)$ =	118617, 9	118680, 8
von L $(z - b)$ =	5, 0741502	5, 0743804
abgezogen L $(y - b)$ =	5, 0004690	5, 0004728
	0, 0737812	0, 0739076
addirt L $\frac{y}{z}$ =	9, 9271278	9, 9270113

10,,

	10, 0009090	10, 0009189
Abgezogen L. sin. ϕ =	8, 1211936	8, 1229950
der Logarith. des folgenden Theils abgezogen . .	1, 8797154	1, 8779239
abgezogen dieses. . . . . von cot. ϕ =	75, 80807 75, 64322	75, 49600 75, 33014
— tang. ν =	0, 16485	0, 16586
Folglich ist — ν = die wahre Anomalie von F, oder ν = abgezogen FSN =	9°. 21′. 40″ 170 . 38 . 20 . 161 . 25 . 3	9°. 25′. 4″ 170 . 34 . 56 . 161 . 26 . 35
Distanz des ☊ vom Perihelio =	9°. 13′. 17″.	9°. 8′. 21″
zu L. y = addiret (L — cos. ν) =	5, 0062193 . 9, 9941775 .	5, 0063816 9, 9941065
L (— y cos. ν) = addiret L. b =	5, 0003968 3, 1326800	5, 0004881 3, 1371615
L des Zählers =	8, 1330768	8, 1376496
— y cos. ν = addiret (y — b) =	100091, 41 100085, 0	100112, 45 100108, 9
der Nenner = L des Nenners =	200176, 4 5, 3014129	200221, 3 5, 3015103
L a = Entfernung von der ☉ im Perihelio, a = folglich. 2a = und b =	2, 8316639 678, 628 1357, 356 1357, 313	2, 8361393 685, 708 1371, 416 1371, 392
δ = 2a — b =	0, 043	0, 024

In beeden Fällen ist also die Bahn des Cometen eine sehr eccentrische, und der Parabel nahe kommende Ellypse;

	von L δ = abgezogen L b =	(—2), 6331685 3, 1326800	(—2), 3802112 3, 1371615
Die Characteristick um 10	vermindert L n =	5, 5007885	5, 2430498

$\frac{1}{2} v =$	85°. 19′. 10″.	85°. 17′. 28″
L. $t =$	1, 0868576	1, 0842248
$n =$	0, 0000316	0, 0000175
L. $t^3 =$	3, 2605728	3, 2526744
L. $t^5 =$	5, 4342880	5, 4211240
L. $t^7 =$	7, 6080032	7, 5895736
L. $nt^5 =$	0, 9350765	0, 6641737
L. $n^2 t^7 =$	(−2), 6095802	(−2), 0756730
$t =$	12, 21399	12, 14017
$\frac{1}{3} t^3 =$	607, 36750	596, 42150
$t + \frac{1}{3} t^3 =$	619, 58149	608, 5616
abgezogen	3, 4445	1, 8460
addiret	0, 0174	0, 0051
$t + \frac{1}{3} t^3 - \frac{1}{5} n t^5 + \frac{1}{7} n^2 t^7 -$ &c. =	616, 1544	606, 7207
dessen Logarithmus =	2, 7896895	2, 7829888
2 L $a =$	5, 6633278	5, 6722786
abgezogen L. $\sqrt{b} =$	1, 5663400	1, 5685808
	4, 0969878	4, 1036978
abgezogen L $m =$	5, 4345525	5, 4345525
	8, 6624353	8, 6691473
addiret	2, 7896895	2, 7829888
	1, 4521248	1, 4521361
Täge vom Perihelio bis F =	28, 3221	28, 3228
oder =	$28^T. 7^h.$ 43′. 50″	$28^T. 7^h.$ 44′. 50″
Die Zeit in F ist aber 1680. Decembr. =	$36^T. 6^h.$ 1′. 38.	39. 9. 1′. 38″
Also giena der Comet durchs Perihel. 1680. Dec.	$7^T. 22^h.$ 17′. 48″	$7^T. 22^h.$ 16′. 48″
Entfern. im Perihelio von ☉ =	678, 678	685, 708
halbe Parameter =	1357, 313	1371, 392
Distanz des ☊ Knoten vom Perihelio =	9°. 13′. 17″	9°. 8′. 21″
Länge des ☊ Knoten =	$9^s.$ 2°. 31′. 32	$9^s.$ 2°. 24′. 6″
Neigung der Bahn auf die Ecliptik =	59°. 32′. 38.	59°. 46′. 45

Man vergleiche nun diese zwo herausgebrachten Bestimmungen, mit einer vierten Beobachtung; zum Beyspiel mit der die im Jahre 1680 den 12ten Decembr. gemacht worden welche ist:

J. 1680. Decembr; 12^{T}. 4^{h}. 46$'$. 0$''$.
Länge des Cometen; = 9^{s}. 6°. 31$'$. 21$''$
Breite desselben = 8°. 26$'$. 0$''$
Länge der Sonne = 9^{s}. 1°. 51. 23$''$.
Entfernung der ⊙ von der ♁ = 98275 dessen Logarith. = 4, 9924431

die vorgegebene Zeit, J. 1680 December.	$12^{T}.\ 4^{h}.\ 46'.\ 0''$	$12^{T}.\ 4^{h}.\ 46'.\ 0''$.
abgezogen die Zeit des Periheliums	7. 22. 17. 48	7. 22. 16. 48
die Zeit T =	4. 6. 28. 12	4. 6. 29. 12
In Tägen ist: T =	4, 26958	4, 27027
L T =	0, 6303852	0, 6304553
addiret L m =	5, 4345525	5, 4345525
	6, 0649377	6, 0650078
abgezogen L $\frac{a^2}{\sqrt{b}}$ =	4, 0969878	4, 1036978
Nach der 7 Aufgabe ist L n =	1, 9679499	1, 9613100
und n =	92, 88592	91, 47660
$\frac{1}{2}\ n$ =	46, 44296	45, 73830
also $\frac{3}{2}\ n$ =	139, 32888	137, 21490
L $\frac{3}{2}\ n$ =	2, 1440412	2, 1374012
2 L $\frac{3}{2}\ n$ =	4, 2880824	4, 2748024
$\frac{9}{4}\ n^2$ =	19413, 55	18827, 93
+ 1 =	19414, 55	18828, 93
L. $(\frac{9}{4} n^2 + 1)$ =	4, 2881271	4, 2748255
L. $\sqrt{(\frac{9}{4} n^2 + 1)}$ =	2, 1440636	2, 1374128
$\sqrt{(\frac{9}{4} n^2 + 1)}$ =	139, 3361	137, 2185
addiret $\frac{3}{2}\ n$ =	139, 3289	137, 2149

	278, 6650	274, 4334
$L\left(\frac{1}{2}n+\sqrt{\left(\frac{1}{4}n^2+1\right)}\right) =$	2, 4450823	2, 4384369
Logarith. des größern Theils =	0, 8150274	0, 8128123
Logarith. des kleinern Theils =	9, 1849725	9, 1871876
der größere Theil =	6, 531718	6, 498489
der kleinere Theil =	0, 153099	0, 153882
So ist: $\theta =$	6, 378619	6, 344607
$L.\ \theta =$	0, 8047267	0, 8024047
$L\ \frac{2\delta}{b} =$	(—5), 8018185	(—5), 5440797
$L\ \frac{2\delta\theta}{b} =$	(—4), 6065452)	(—4), 3464844
$2\ L\ \theta =$	1, 6094534	1, 6048094
$L.\ \frac{2\delta\theta^2}{b} =$	(—2), 2159986	(—2), 9512938
	0, 4771213	0, 4771213
$L.\ \frac{2\delta}{3b}\theta^3 =$	(—3), 7388773	(—3), 4741725
B. tang. $\theta =$	81°. 5'. 24".	81°. 2'. 35"
oder auch =	291924".	291755"
dessen Logarithme =	5, 4652698	5, 4650183
werde addirt	4, 6855749	4, 6855749
	0, 1508447	0, 1505932
$L.\ \frac{2\delta}{b} =$	(—5), 8018185	(—5), 5440799
$L.\ \frac{2\delta}{b}$ B. tang. $\theta =$	(—5), 9526632	(—5), 6946729
$\theta =$	6, 378619	6, 344607
Abgezogen $\frac{2\delta}{b}.\ \theta =$	0, 000404	0, 000222

	6, 378215	6, 344385
addirt $\frac{2\delta}{3b}$ t^3 =	0, 005481	0, 002980
$\frac{2\delta}{b}$ B. tang. θ =	0, 000089	0, 000049
t = tang. $\frac{1}{2}$ v =	6, 383785	6, 347414
L. tang $\frac{1}{2}$ v =	10, 8050782	10, 8025969
$\frac{1}{2}$ v =	81°. 5′. 50″.	81°. 2′. 49″.
und v =	162. 11. 40.	162. 5. 38.
b =	1357, 313	1371, 392
a =	678, 678	685, 708
$b - a$ =	678, 635	685, 684
L. $(b - a)$ =	2, 8316362	2, 8361240
L. a =	2, 8316639	2, 8361393
L. $\frac{(b-a)}{a}$ =	9, 9999723	9, 9999847
L. — cos. v =	9, 9786825	9, 9784370
L. $(b - a)$ =	9, 9999723	9, 9999847
	9, 9786548	9, 9784217
$-\frac{b-a}{a}$ cos. v =	0, 9525392	0, 9515284
Der Nenner =	0, 0479607	0, 0484715
Logarith. des Zählers = L. b =	3, 1326800	3, 1371615
Logarith. des Nenners =	8, 6808855	8, 6854865
L. y =	4, 4517945	4, 4516750
von v =	162°. 11′. 40″.	162°. 5′. 38″
abgez. die Distanz des ☊ vom Perihelio, =	9. 13. 17.	9. 8. 21
Entfernung des Cometen von Knoten =	152°. 58′. 23″.	152. 57. 17

Es sey also in dem bey B rechtwinklichten Kugeldreyecke CNP (Fig. 6.), der aufsteigende Knoten N, die Ecliptik NP, und die Bahn des Cometen NC, so ist:

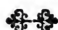
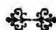
NC =	152°. 58′. 23″	152°. 57′. 17″
der Winkel CNP =	59. 32. 38.	59. 46. 45
(sin. CP = sin. NC. sin. N). L sin. NC =	9, 6574473	9, 6577197
(tang. NP = cos. N. tang. NC). L. sin. N =	9, 9355161	9, 9365599
L. sin. CP. =	9, 5929634	9, 5942796
heliocentrische Breite CP =	23°. 3′. 39″.	23°. 8′. 6″
L. cos. N. =	9, 7049036	9, 7018564
L. — tang. NC =	9, 7076705	9, 7080138
L. — tang. NP =	9, 4125741	9, 4098702
folglich NP =	165°. 30′. 10″.	165°. 35′. 20″,
oder NP =	5ˢ. 15°. 30′. 10.	5ˢ. 15°. 35′. 20″,
addirt die Länge des Knotens =	9ˢ. 2°. 31′. 32″.	9ˢ. 2°. 24′. 6″
heliocentrische Länge =	2ˢ. 18°. 1′. 42″	2ˢ. 17°. 59′. 26″
Länge der Erde =	3ˢ. 1°. 51′. 23″.	3. 1. 51. 23
also der Winkel *c* ST =	13°. 49′. 41″	13°. 51′. 57″
CS *c* =	23°. 3′. 39″	23°. 8′. 6″
L. *y* = L. CS =	4, 4517945	4, 4516750
addiret { L. sin. CS*c* =	9, 5929634	9, 5942796
addiret { L. cos. CS*c* =	9, 9638300	9, 9635903
L. C*c* =	4, 0447579	4, 0459546
L. S*c* =	4, 4156245	4, 4152653
addirt { L. sin. *c*ST =	9, 3784143	9, 3795762
addirt { L. cos. *c*ST =	9, 9872269	9, 9871565
L. *c*P =	3, 7940388	3, 7948415
L. SP =	4, 4028514	4, 4024218
SP =	25284, 32	25259, 32
von ST =	98275, 00	98275, 00
so ist TP =	72990, 68	73015, 68
von L, *c*P =	3, 7940388	3, 7948415
abgezogen L. TP =	4, 8632675	4, 8634162

L.

L. tang. STc =	8, 9307713	8, 9314253
STc =	4°. 52'. 24"	4°. 52'. 51"
addirt die Länge der Sonne =	9ˢ. 1°. 51. 23"	9ˢ. 1°. 51'. 23"
Die geocentrische Länge des Cometen =	9ˢ. 6°. 43'. 47"	9ˢ. 6°. 44'. 14"
von L. TP =	4, 8632675	4, 8634162
abgezogen L. cos. STc =	9, 9984272	9, 9984223
L. cT =	4, 8648403	4, 8649939
von L. Cc =	4, 0447579	4, 0459546
L. tang. CTc =	9, 1799176	9, 1809607
geocentrische Breite =	8°. 36'. 18"	8°. 37'. 32"

Es nähert sich also die erste Hypothese, in welcher wir angenommen $r = 72700$ mehr der Wahrheit, als die zweyte, woraus zu schließen, daß r viel kleiner seyn müße, als wir gesetzet haben. Und zwar zeigen die Breiten an, daß r um 835, die Längen aber, daß r um 2763 müsse vermindert werden, der mittlere Werth aus beyden wird also seyn $r = 72700 - 1800 = 70900$. Durch diese Hypothese wird die Bahn des Cometen der Ellypse näher gebracht, und kennt man einmal die Elementen davon, so ist leicht die periodische Zeit des Cometen zu bestimmen. Da diese Untersuchung von Wichtigkeit scheinet, so wollen wir sie weiters vornehmen, und abermals dem r zween Werthe geben, zwischen welchen der wahre enthalten ist. Es sey nun:

r =	70000	72000
so ist, L. r =	4, 8450980	4, 8573325
addirt { L. sin. ν =	9, 6128990	9, 6128990
addirt { L. cos. ν =	9, 9600122	9, 9600122
L. Gν =	4, 4579970	4, 4702315
L. gν =	4, 8051102	4, 8173417

gy =	63842, 5	65666, 6
gm =	13539, 0	13539, 0
gn =	5875, 0	5875, 0
my =	50303, 5	52127, 6
ny =	57967, 5	59791, 6
ſg =	98407, 0	98407, 0
gy =	63842, 5	65666, 6
ſg + gy =	162249, 5	164073, 6
ſg — gy =	34564, 5	32740, 4
L. (ſg — gy) =	4, 5386302	4, 5150840
L. (ſg + gy) =	5, 2101833	5, 2150387
	9, 3284469	9, 3000453
L. tang. (90 — ½ſgy =	10, 0897890	10, 0897890
L. tang. ½ (gyſ — gſy) =	9, 4182359	9, 3898343
½ (gyſ — gſy) =	14°. 40′. 46″	13°. 47′. 12″
½ (gyſ + gſy) =	50°. 52′. 52″	50°. 52. 52″.
gyſ =	65°. 33. 38″	64°. 40′. 4′
gſy =	36. 12. 6.	37. 5. 40
von L. ſg ſin. ſgy =	14, 9838096	14, 9838096
abgezogen L. ſin. gyſ =	9, 9592327	9, 9560926
L. ſy =	5, 0245769	5, 0277170
L. Gy =	4, 4579970	4, 4702315
L. tang. Gſy =	9, 4334201	9, 4425145
Gſy =	15°. 10′. 41″	15°. 29′. 2″
von L. Gy =	4, 4579970	4, 4702315
abgezogen L. ſin. Gſy =	9, 4180021	9, 4264582
L. ſG =	5, 0399949	5, 0437733
	12, 3790825	12, 3790825
abgezogen 2 L. ſG =	10, 0799898	10, 0875466
L. GO =	2, 2990927	2, 2915359
addirt L. coſ. Gſy =	9, 9845798	9, 9839443

L.

L. ηo =	2, 2836725	2, 2754802
Folglich ηo =	192, 164	188, 573
$s\eta$ =	105822, 22	106590, 12
S o =	105630, 06	106401, 55
die Winkel $g \eta s$ =	65°. 33′. 38″	64°. 40′. 4″
$\zeta m \eta$ =	9 . 54 . 8	9 . 54 . 8
ζlo =	75°. 27′. 46″.	74°. 34′. 12″.
von $lm\eta$ =	4, 7015982	4, 7170677
abgezogen L. sin. ζlo =	9, 9858686	9, 9840573
	4, 7157296	4, 7330104
addiret { L. sin. $\zeta m\eta$ =	9, 2354458	9, 2354458
addiret { L. sin. $g \eta s$ =	9, 9592327	9, 9560926
L. $l\eta$ =	3, 9511754	3, 9684562
L. ml =	4, 6749623	4, 6891030
Also: $l\eta$ =	8936, 67	9299, 43
abgezogen ηo =	192, 16	188, 57
lo =	8744, 51	9110, 86
L. lo =	3, 9417355	3, 9595593
addirt L. $\frac{\alpha+\beta}{\alpha}$ =	0, 2991128	0, 2991128
L. $\lambda\ \theta$ =	4, 2408483	4, 2586721
vom Winkel $\zeta\ lo$ =	75°. 27′. 46″	74°. 34′. 12″
abgezogen $\zeta k\ \theta$ =	17 . 10 . 24 .	17 . 10 . 24
$k\theta\lambda$ =	58 . 17 . 22	57°. 23 . 48
von $l\lambda\ \theta$ =	4, 2408483	4, 2586721
abgezogen L. sin. $\zeta k\ \theta$ =	9, 4702096	9, 4702096
	4, 7706387	4, 7884625
addirt { L. sin. $\zeta\ lo$ =	9, 9858686	9, 9840573
addirt { L. sin. $k\theta\lambda$ =	9, 92978[illegible]7	9, 9255293

L. $k\theta$ =	4, 7565073	4, 7725198
L. $k\lambda$ =	4, 7004224	4, 7139918
ml =	47311, 02	48876, 81
addirt km =	3285, 17	3285, 17
kl =	50596, 19	52161, 98
$k\lambda$ =	50167, 50	51759, 70
$l\lambda$ =	428, 69	402, 28
L. $l\lambda$ =	2, 6321433	2, 6045284
addirt L. $\frac{\alpha}{6}$ =	0, 0038429	0, 0038429
L. $l\zeta$ =	2, 6359862	2, 6083713
kl =	50596, 19	52161, 98
$l\zeta$ =	432, 50	405, 85
$k\zeta$ =	51028, 69	52567, 83
$k\theta$ =	57082, 07	59227, 02
$k\theta + k\zeta$ =	108110, 76	111794, 85
$k\theta - k\zeta$ =	6053, 38	6659, 19
L. $(k\theta - k\zeta)$ =	3, 7819979	3, 8234215
L. $(k\theta + k\zeta)$ =	5, 0338690	5, 0484219
	8, 7481289	8, 7749996
L. tang. $(90 - \frac{1}{2}\zeta k\theta)$ =	10, 8210294	10, 8210294
	9, 5691583	9, 5960290
$\frac{1}{2}(k\zeta\theta - k\theta\zeta)$ =	20°. 20′. 44″	21°. 31′. 42″,
$\frac{1}{2}(k\zeta\theta + k\theta\zeta)$ =	81 . 24 . 48 .	81 . 24 . 48
$k\zeta\theta$ =	101°. 45 . 32 .	102°. 56′. 30
$k\zeta\theta$ =	61°. 4 . 4 .	59 . 53 . 6
ζlo =	75 . 27 . 46 .	74 . 34 . 12
$k\zeta\theta + \zeta lo$ =	177°. 13 . 18 .	177 . 30 . 42 .
$So\zeta$ =	2°. 46′. 42″,	2°. 29′. 18″
von L. sin. $\zeta k\theta$ =	9, 4702096	9, 4702096
abgezogen L. sin. $k\zeta\theta$ =	9, 9907889	9, 9888258

ab-

	9, 9794207	9, 4813838
addirt L. $k\theta$ =	4, 7565073	4, 7725198
L. $\vartheta\zeta$ =	4, 2359280	4, 2539036
fm =	6672, 1	6672, 1
ml =	47311, 0	48876, 8
$l\zeta$ =	432, 5	405, 8
So ist: $f\zeta$ =	54415, 6	55954, 8
hk =	17245, 1	17245, 1
$k\theta$ =	57082, 1	59227, 0
und $h\theta$ =	74327, 2	76472, 1
L. $f\zeta$ =	4, 7357234	4, 7478373
L. tang. ζ =	9, 6931129	9, 6931129
L. F ζ =	4, 4288363	4, 4409502
L. $h\theta$ =	4, 8711478	4, 8835030
L. tang. θ =	9, 6127775	9, 6127775
L. Hθ =	4, 4839253	4, 4962805
So ist: Hθ =	30473, 7	31353, 1
Fζ =	26843, 3	27602, 6
(Hθ — Fζ) =	3630, 4	3750, 5
L. (Hθ — Fζ) =	3, 5599545	3, 5740892
L. $\zeta\theta$ =	4, 2359280	4, 2539036
L. tang. HNθ =	9, 3240265	9, 3201856
L. Hθ =	4, 4839253	4, 4962805
L. Nϑ =	5, 1598988	5, 1760949
der Winkel HNθ =	11°. 54′. 28″	11°. 48′. 21″.
Nθ =	144510, 3	150001, 3
von L. $\zeta\vartheta$ =	4, 2359280	4, 2539036
abgezogen L. $\frac{\alpha+\beta}{\beta}$ =	0, 3029557	0, 3029557
L. ϑo =	3, 9329723	3, 9509479
θo =	8569, 83	8931, 98

No =	135940, 5	141069, 3
½ Soζ =	1°. 23'. 21".	1°. 14'. 39"
90 — ½ Soζ =	88°. 36. 39.	88. 45. 21
So =	105630, 06	106401, 55
No =	135940, 5	141069, 3
So + No =	241570, 5	247470, 8
No — ſo =	30310, 5	34667, 8
L (No — ſo) =	4, 4815930	4, 5399263
L (No + ſo) =	5, 3830439	5, 3935239
	9, 0985491	9, 1464024
L. tang. (90 — ½ ſoζ) =	11, 6152831	11, 6631758
L. tang. ½ (oSN — SNo) =	10, 7138322	10, 8095782
½ (oſN — SNo) =	79°. 3'. 40".	81°. 11'. 15".
½ (oſN — SNo) =	88. 36. 39.	88. 45. 21
oſN =	167°. 40. 19.	169. 56. 36
SNo =	9. 32. 59.	10. 34. 6
von L ſin. ſoζ =	8, 6854914	8, 6376495
abgezogen L ſin. oſN =	9, 3294159	9, 2420989
	9, 3560755	9, 3955506
L. No =	5, 1333489	5, 1494324
L. SN =	4, 4894244	4, 5449830
der Winkel gſη =	36°. 12'. 6"	37°. 5'. 40"
oder	1ˢ. 6°. 12'. 6".	1ˢ. 7°. 5. 40"
oſN =	5ˢ. 17. 40. 19"	5ˢ. 19°. 56. 36
	6ˢ. 23°. 52'. 25"	6. 27. 2. 16"
6ˢ + g =	16. 0. 29. 2"	16. 0. 29. 2"
Länge des aufſteigenden Knoten	9ˢ. 6. 36'. 37".	9ˢ. 3°. 26'. 46"
L. tang. HN☋ =	9, 3240265	9, 3201856
abgezogen L. ſin. SNo =	9, 2178555	9, 1196138
	10, 1041710	10, 2005718

Rei-

Neigung der Bahn gegen die Ecliptic =	51°. 48′. 24″.	51°. 47′. 2″
L. cof. SNo =	9, 9939394	9, 9962000
addirt L. cof. HNϑ =	9, 9905525	9, 9907146
L. cof. SNH =	9, 9844919	9, 9869146
SNH =	15°. 13′. 15″.	13°. 59′. 40″.
von { L. Fζ =	4, 4288363	4, 4409502
{ L. Hϑ =	4, 4839253	4, 4962805
abgezogen L. fin. HNϑ =	9, 3145790	9, 3109002
L. FN =	5, 1142573	5, 1300500
L. HN =	5, 1693463	5, 1853803
½ SNH =	7°. 36′. 37″½	6°. 59′. 50″.
90 — ½ SNH =	82 . 23 . 22″½	83 . 0 . 10″
SN =	30862, 02	35073, 82
NF =	130094, 03	134911, 87
SN + NF =	160956, 05	169985, 7
NF — SN =	99232, 01	99838, 05
L (NF — SN) =	4, 9966517	4, 9992961
L (NF + SN) =	5, 2067073	5, 2304124
	9, 7899444	9, 7688837
L. tang. (90 — ½ SNH) =	10, 8741495	10, 9110303
L tang. ½ (NSF — NFS) =	10, 6640939	10, 6799140
½ (NSF — NFS) =	77°. 36′. 18″,	78°. 11′. 48″
½ (NSF + NFS) =	82 . 23 . 22″½	83 . 0 . 10″.
NSF =	160 . 9′. 41″.	161 . 11 58″
NFS =	4 . 37 . 4″.	4 . 48 . 22″.
L. fin. SNH =	9, 4191955	9, 3835062
abgezogen L. fin. NFS =	8, 9058404	8, 9231624
	0, 5133553	0, 4603438
L. SN =	4, 4894244	4, 5449830
L. SF =	5, 0027797	5, 0053268

NH =	147688, 39	153242, 89
SN =	30862, 02	35073, 82
(NH + SN) =	1785050, 41	188316, 71
(NH — SN) =	1168026, 37	118169, 07
L. (NH — SN) =	5, 0675410	5, 0725038
L. (NH + SN) =	5, 2517608	5, 2748889
	9, 8157802	9, 2976149
L. tang. (90 — ½ SNH) =	10, 4741495	10, 9110303
	10, 6899297	10, 7086452
½ (NSH — NHS) =	78°. 27′. 30″⅛	78°. 55′. 49″¼
½ (NSH + NHS) =	82 . 23 . 22½	83 . 0 . 10
NSH =	160°. 50. 53″⅛	161°. 56′. 9″¼
NSF =	160 . 9 . 41.	161 . 11 . 58
FSH =	0 . 41′. 12″⅛	0 . 44′. 11″¼
NHS =	3°. 55′. 52″.	4 . 4 . 11″
von L. sin. SNH =	9, 4191955	9, 3835062
abgezogen L. sin. NHS =	8, 8360518	8, 8510771
	0, 5831437	0, 5324291
L. SN =	4, 4894244	4, 5449830
L. SH =	5, 0725681	5, 0774121
FS = *y* =	100642, 1	101234, 1
HS = *z* =	118186, 6	119512, 2
φ =	0°. 41′. 12″,⅛	0°. 44′. 11″¼
L. sin. φ =	8, 0786123	8, 1090132
L. cos. φ =	9, 9999688	9, 9999641
L. cot. φ =	11, 9213565	11, 8909509
L. *y* =	5, 0027797	5, 0053268
L. *z* =	5, 0725681	5, 0774121
L. *yz* =	10, 0753478	10, 0827389

L.

L. $y^2 z^2$ =	20, 1506956	20, 1654778
abgezogen	13, 2823898	13, 2823898
	6, 8683058	6, 8830880
addirt 2 L. sin. ϕ =	16, 1572246	16, 2180264
	3, 0255304	3, 1011144
erster Theil =	1060, 548	1262, 160
L. $\sqrt{yz}$ =	5, 0376739	5, 0413694
	0, 4771213	0, 4771213
	4, 5605526	4, 5642481
2 L. sin. ϕ =	16, 1572246	16, 2180264
	0, 7177772	0, 7822745
folgender Theil =	5, 221	6, 057
also b =	1065, 769	1268, 217
y =	100642, 1	101234, 1
z =	118168, 6	119512, 2
$y - b$ =	99576, 4	99965, 9
$z - b$ =	117120, 9	118244, 0
von L. $(z - b)$ =	5, 0686344	5, 0727790
abgezogen L. $(y - b)$ =	4, 9981564	4, 9998519
	0, 0704780	0, 0729271
addirt L. $\frac{y}{z}$ =	9, 9302116	9, 9279147
	10, 0006896	10, 0008418
abgezogen L. sin. ϕ =	8, 0786123	8, 1090132
	1, 9220773	1, 8918286
abzuziehen =	83, 57518	77, 95234
von cot. ϕ =	83, 43658	77, 79487
— tang. v =	0, 13860	0, 15737
wahre Anomalie von F = v =	172°. 6′. 32″.	171°. 3′. 24″,
abgezogen FSN =	160°. 9. 41″.	161°. 11′. 58″

Distanz

Distanz des Knoten vom Perihelio =	11°. 56′. 51″.	9°. 51′. 26″.
L. y =	5, 0027797	5, 0053268
addirt L — cos. v =	9, 9958679	9, 9946878
L — y cos. v =	4, 9986476	5, 0000146
addirt L. b =	3, 0276634	3, 1031935
Logarith. des Zählers =	8, 0263110	8, 1032081
— y cos. v =	99689, 10	100003, 36
$y - b$ =	99576, 4	99965, 9
der Nenner =	199262, 5	199969, 2
L. des Nenners =	5, 2994320	5, 3009631
L. a =	2, 7268790	2, 8022450
Distanz von ☉ im Perihelio = a =	533, 1864	634, 1274
also $2a$ =	1066, 3728	1268, 4548
b =	1065, 769	1268, 217
$\delta = 2a - b$ =	0, 603	0, 237
L. δ =	9, 7803173	9, 3747483
L. b =	3, 0276634	3, 1031935
abgezogen 10 von der Charakter. L. n =	6, 7526539	6, 2715548
$\frac{1}{2}v$ =	86°. 3′. 16″	85°. 31′. 42″.
L. t =	1, 1613272	1, 1067702
L. t^3 =	3, 4839816	3, 3203106
L. t^5 =	5, 8066360	5, 5338510
L. t^7 =	8, 1292904	7, 7473914
L. n^2 =	13, 5053078	12, 5431096
L. nt^5 =	2, 5592899	1, 8054058
L. n^2t^5 =	9, 3119438	8, 0769606
L. n^2t^7 =	1, 6345982	0, 2905010
L. n^3t^7 =	8, 3872521	6, 5620558
L. n^3t^9 =	9, 5485793	7, 6688260

t =

t =	14, 4986	12, 7870
$\frac{1}{3} t^3$ =	1015, 9220	696, 9303
$\frac{2}{5} n^2 t^5$ =	0, 1231	0, 0071
$\frac{2}{7} n^2 t^7$ =	18, 4766	0, 8366
	1049, 0203	710, 5610
abgezogen $\frac{2}{5} n^3 t^5$ =	144, 9940	25, 5544
	904, 0263	685, 0066
abgezogen $\frac{4}{7} n^3 t^7$ =	0, 0139	0, 0002
$\frac{4}{9} n^3 t^9$ =	0, 1572	0, 0020
$t + \frac{1}{3} t^3 +$ &c. =	903, 8552	685, 0044
2 L. a =	5, 4537580	5, 6044900
L. $\sqrt{b}$ =	1, 5138317	1, 5515967
	3, 9399263	4, 0528933
L. m =	5, 4345525	5, 4345525
	8, 5053738	8, 6183408
addirt L. $(t + \frac{1}{3} t^3 +$ &c.$)$ =	3, 9560989	2, 8356934
	1, 4614727	1, 4540342
Tage von Perihelio bis an F =	28, 9383	28, 4468
oder =	28^{t}. 22^{h}. 31$'$. 9$''$.	28^{t}. 10^{h}. 43$'$. 23$''$.
der Comet war in F 1680 Monath Dec. =	36^{t}. 6^{h}. 1$'$, 38$''$	36. 6. 1. 38
Gieng durchs Perihelium, 1680 M. Dec. =	7^{t}. 7^{h}. 30$'$. 29$''$	7. 19. 18$'$. 15$''$
perihelische Distanz = a =	533, 1864	634, 2274
halbe Parameter = b =	1065, 769	1268, 217
Distanz des ☊ Knoten von Perihelio =	11°. 56$'$. 51$''$	9°. 51$'$. 26$''$
heliocentrische Länge des ☊ Knoten =	9^{s}. 6°. 36. 37.	9^{s}. 3°. 26$'$. 46
Neigung auf die Ecliptik =	51°. 48. 24$''$.	57°. 47. 2$''$

Auf die nämliche Art werde der geocentrische Ort des Cometen berechnet,

für 1680, Monath Decembr.	12^{t}. 4^{h}. 46$'$. 0$''$.	12^{t}. 4^{h}. 46$'$. 0$''$
abgezogen die Zeit des Perihelium	7. 7, 30. 29	7. 18. 19. 15

T =	$4^{T}.\ 21^{h}.\ 15'.\ 30''$	$4^{T}.\ 9^{h}.\ 27''.\ 45''$
in Zehntheilchen T =	4^{T}. 8857	4^{T}. 3943
(Aufgabe 8) L. $(2a-b)$ =	9, 7803173	9, 3747484
die Hälfte =	9, 8901586	9, 6873742
$\frac{1}{2}$ L. $(2a-b)$ =	9, 6704759	9, 0621225
L. T =	0, 6889268	0, 6428897
addirt =	11, 0500076	11, 0500076
	11, 4094103	10, 7550198
abgezogen 3 L a =	8, 1806370	8, 4067350
L u =	3, 2287733	2, 3482848
Folglich u =	1693'', 4	223'', 0
mittlere Anomalie = u =	0°. 28'. 13''.	0°. 3'. 43''
$b-a$ =	532, 583	633, 990
L. $(b-a)$ =	2, 7263872	2, 8020824
L. a =	2, 7268790	2, 8022450
L. $\frac{b-a}{a}$ =	9, 9995082	9, 9998374
Es seye ϱ =	21°. 30'. 0''	10°. 30'. 0''
L. sin. ϱ =	9, 5640754	9, 2606330
addirt	5, 3139333	5, 3142625
L. $\frac{(b-a)}{a}$ sin. ϱ =	4, 8780087	4, 5748955
$\frac{b-a}{a}$ sin. ϱ =	75510'', 7	37574'', 7
addiret u	1693 , 4	223 , 0
	77204 , 1	37797, 7
$u+\frac{b-a}{a}$ sin. ϱ =	21°. 26'. 44'',	10°. 29'. 57''.
abgezogen ϱ =	21 . 30. 0.	10 . 30. 0''

der

der Zähler = −	− 3′. 16″.	− 0′. 3″.
L. cos. ϱ =	9, 9686779	9, 9926661
L. $\frac{(b-a)}{a}$ =	9, 9995082	9, 9998374
	9, 9681861	9, 9925035
$1 - \frac{(b-a)}{a}$ =	0, 070634	0, 017112
so ist z =	− 46′. 15″.	− 2′. 55″.
und ω =	20°. 43′. 5″.	10°. 27′. 5″.
$\frac{1}{2}\omega$ =	10. 21. 32″ ½	5. 13. 32 ½
L. tang. $\frac{1}{2}\omega$ =	9, 2619149	8, 9612284
abgezogen L. $\frac{\sqrt{2a-b}}{b}$ =	8, 3763269	8, 1357774
L. tang. $\frac{1}{2}v$ =	10, 8856380	10, 8254510
Also $\frac{1}{2}v$ =	82°. 35′. 9″ ½	81°. 29′. 56″ ½
wahre Anomalie v =	165. 10. 19″	162. 59. 53.
L. − cos. v =	9, 9852909	9, 9805920
L. $\frac{b-a}{a}$ =	9, 9995082	9, 9998374
	9, 9847991	9, 9804294
$-\frac{b-a}{a}$ cos. v =	0, 965604	0, 955937
Nenner =	0, 034395	0, 044062
L. b =	3, 0276634	3, 1031935
Logarithmus des Nenners =	8, 5364953	8, 6440642
L. y =	4, 4911681	4, 4591293
von v =	165°. 10′. 10″.	162°. 59′. 53″.
Distanz des ☊ von Perihelium =	11. 56. 51	9. 51. 26″.
NC = Distanz des Comet von ☊ (Fig. 6) =	153. 13. 28″.	153. 8. 27″.
CNP =	51. 48. 24″	57. 47′. 2″.

L. sin. NC =	9, 6536916	9, 6549454
L. sin. N =	9, 8953998	5, 9273925
L. sin. CP =	9, 5490914	9, 5823379
L. cos. N =	9, 7911844	9, 7268202
L. — tang. NC =	9, 7029480	9, 7045221
L. — tang NP =	9, 4941324	9, 4313423
heliocentrische Breite CP =	20°. 44′. 12″.	22°. 28′. 21″.
NP =	162 . 40′. 22″.	164 . 53 . 28″
oder NP =	5ˢ. 12 . 40 . 22″.	5ˢ. 14 . 53 . 28″
addiret die Länge des ☊ =	9 . 6 . 36 . 37″.	9 . 3 . 26 . 46″
heliocentrische Länge =	2ˢ. 19 . 16 . 59″	2ˢ. 18 . 20 . 14″.
Länge der Erde =	3 . 1 . 51′. 23″	3 . 1 . 51 . 23
der Winkel cST =	12. 34. 24.	13 . 31 . 6
CSc =	20. 44. 12.	22 . 28 . 21
Ly = L. CS =	4, 4911681	4, 4591293
L. sin. CSc =	9, 5490914	9, 5823 79
L. cos. CSc =	9, 9709127	9, 9657017
L. Cc =	4, 0402595	4, 0414672
L. Sc =	4, 4620808	4, 4248310
addiret { L. sin. cST =	9, 3378364	9, 3687698
addiret { L. cos. cST =	9, 9894579	9, 9877967
L. cP =	3, 7999172	4, 7936208
L. SP =	4, 4515387	4, 4126277
SP =	28283, 9	25859, 9
von ST =	98275, 0	98275, 0
TP =	69991, 0	72415, 0
von L. cP =	3, 7999172	3, 7936208
abgezogen L. TP =	4, 8450422	4, 8598285
L. tang. STc =	8, 9548750	8, 9337923
STc =	5°. 9′. 1″	4°. 54 . 27″.
Länge der Sonne =	9ˢ. 1°. 51 . 23″.	9ˢ. 1°. 51′. 23″

gew-

geocentrische Länge des Cometen =	9^{s}. 7°. 0′. 24″.	9^{s}. 6°. 45′. 50″
von L. TP =	4, 8450422	4, 8598285
abgezogen L. cos. STc =	9, 9982431	9, 9984053
LcT =	4, 8467991	4, 8614232
L. Cc =	4, 0402595	4, 0414672
L. tang. CTc =	9, 1934604	9, 1800440
geocentrische Breite =	8°. 52′. 24″.	8°. 36′. 27″.

Es erhellet also aus den beobachteten Längen und Breiten, daß der wahre Werth von *r* größer seye als 72000: durch vorhergehende Hypothese haben wir aber den Werth von *r* kleiner erhalten als 72700; und alle vier berechneten Längen, so wohl als Breiten sind größer ausgefallen, als die Beobachtungen gaben; folglich ist klar, daß wenn wir den Werth θ von *r* zwischen 72000 und 72700 annehmen, dieses nothwendig die Längen und Breiten vermindern, und also der Wahrheit näher bringen müsse. Es geben aber alle zwischen 72000, und 72700 enthaltenen Werthe von *r* beynahe gleiche Längen, und Breiten, so wird der kleinste davon, dem mittleren Werthe 72350 entsprechen; welchen wir für den wahren Werth von *r* annehmen wollen, da es sonst schwer fallen würde ihn näher zu bestimmen. Vergleichen wir nun diese zwo Hypothesen mitsamm

Hypothese . . . . *r* . =	72000	72700
Durchgang durch das Perihelium 1680. Dec.	7^{T}. 19^{h}. 18′. 15″	7^{T}. 22^{h}. 17′. 48″.
Entfernung von ☉ im Perihelio =	634, 227	678, 678
halbe Parameter =	1268, 217	1357, 313
Distanz des Knoten vom Perihelio =	9°. 51′. 26″.	9°. 13′. 17″.
heliocentrische Länge des ☊ Knoten =	9^{s}. 3°. 26′. 46″.	9^{s}. 2°. 31′. 32″.
Neigung der Bahn gegen die Ecliptik =	57°. 47′. 2″.	59°. 32′. 38″,

Nimmt man also aus diesen verschiedenen Bestimmungen das Mittel, so erhält man folgende beynahe wahren Elementen des Cometen:

Die Zeit des Perihelium, 1680 Decemb.	7^{T}. 20^{h}. 48′. 0″
Entfernung von ☉ im Perihelio =	656, 4525
halbe Parameter =	1312, 7650
Entfernung des aufsteig. Knoten vom Perih. =	9°. 32′. 21″
heliocentrische Länge des ☊ Knoten =	9^{s}. 2°. 59′. 9″
Neigung gegen die Ecliptik =	58°. 39′. 50″

Diese Elementen sind von jenen nicht sehr unterschieden, welche Newton und Halley gefunden haben, jener durch die geometrische Zeichnung, dieser aber durch Berechnung, jedoch

so, daß er eben jenen Ort der Knoten, jene Neigung der Bahn, und dieselbe Zeit des Perihelium beybehielte, welche Newton angegeben hat, und beede betrachten die Laufbahn des Cometen als eine wahre Parabel. Da aber die blosse Zeichnung sehr unsicher ist, und Halley die meisten hiedurch gefundenen Elemente beybehielt, so darf der Unterschied zwischen meinen, und jenen Bestimmungen niemand befremden, und vielmehr ist merkwürdig, daß die Differenz nicht beträchtlicher ausgefallen ist. Die Elemente des Newton sind:

Die Zeit des Perihelium 1680. December.	$8^{T}. \; 0^{h}. \; 4'$.
Entfernung von ☉ im Perihelio =	607, 5
halbe Parameter =	1215, 0
Entfernung des ☊ vom Perihelio =	9°. 20′. 0″.
Länge des ☊ Knoten =	9ˢ. 1°. 53′. 0″.
Neigung gegen die Ecliptik =	61°. 20′. 20″.

Die Bahn dieses Cometen könnte auf weitere unten beschriebene Art verbessert, und mit Hülfe vieler und genauer Beobachtungen zu jenen Grad der Vollkommenheit gebracht werden, daß sich aus selben die grosse Achse der Bahn, und folglich auch die periodische Zeit angeben liesse. Diese Arbeit überlasse ich aber andern Liebhabern, und begnüge mich mit den herausgebrachten Elementen, aus welchen ich die periodische Zeit berechnen will:

Die Distanz im Perihelio von der Sonne = a =	656, 4525.
$2a$ =	1312, 9050
abgezogen b =	1312, 7650
so ist $2a - b$ =	0, 1400
Es ist aber L. a =	2, 8172032
folglich L. a^3 =	5, 6344064
abgezogen L $(2a - b)$ =	9, 1461280
Logarithmus der halben Zwerchachse =	6, 4882784
dessen Hälfte addirt, =	3, 2441392
	9, 7324176
abgezogen L. $c\sqrt{c}$ =	7, 5000000
	2, 2324176
die periodische Zeit ist =	170, 77 Jahre.

Dieser Comet soll also nach hundert siebenzig Jahren wieder an sein Perihelium kommen, und obgleich der geringste Unterschied in dem Werthe von $(2a - b)$, diese Zeit beträchtlich verändern könnte, so wird sie doch nicht sehr von der Wahrheit abweichen. Man könnte zwar einwenden, daß vor 170 Jahren dieser Comet nicht ist beobachtet worden, weder in Halleys Tafel sich einer findet, dessen Elemente mit diesen zusamm treffen, aber diese Einwendung erweiset gegen die Richtigkeit der Berechnung nicht das geringste; dann erstens hängt die scheinbare Lage des Cometen sehr viel von dem Orte der Erde in der Ecliptik ab, wenn sich diese

nun

nun an eben denen Zeichen befindet, welchen der Comet nahe ist, so wird er in vollem Glanz gesehen werden, und die scheinbare Länge seines Schweifes, wird nicht nach dessen wahrer Grösse, sondern in der Beziehung auf die Lage der Erde geschäzet. Beydes traf bey dem Cometen des Jahres 1680 ein, welcher nicht allein dem Orte der Erde sehr nahe kam, sondern auch solch eine Richtung Cc (Fig. 8) seines Schweifes längst der Erde T hatte, daß dessen scheinbare Grösse, oder der Winkel CTc außerordentlich groß gewesen ist; ob er gleich wegen den sehr kleinen Abstand im Perihelio, einen grösseren Schweif als die übrigen mag gehabt haben. Hieraus erhellet, wenn dieser Comet künftig wieder zurückkehren, oder schon öfter an seinem Perihelio gewesen seyn sollte, daß er jedesmal nach der veränderten Lage der Erde, anders müsse gesehen werden, so daß man ihn für eben denselben kaum würde erkennen können. Ferners ist besonders merkwürdig, daß dieser sehr grosse Himmelskörper, öfters zur Sonne zurückkehren kann, ohne doch von uns Erde Bewohnern entdeckt zu werden, dann er hat mit dem Cometen von 1742 dieses gemein, daß er beynahe früher verschwunden ist, als seine Entfernung von der Erde, die Entfernung von der Sonne übertroffen hat. Da nun die Erde zu jener Zeit, wo der Comet zurückgekehrt ist, so konnte gestanden haben, daß er immer weiter von ihr entfernet war, als sie von der Sonne, so war es unmöglich ihn zu beobachten; daher es nicht zu verwundern ist, wenn dieser Comet niemals noch ist gesehen worden, so viel sich wenigstens aus den Beobachtungen schliessen läßt. Hiedurch wird jenes bestärkt, was ich vorhin gemuthmasset habe, daß nämlich kein Comet kann beobachtet werden, welcher nicht der Erde näher ist, als die Sonne, und so könnten wohl viele Cometen, öfter um die Sonne ihre ordentliche Laufbahn beschreiben, ohne von uns bemerkt zu werden. Vielleicht ist also die Anzahl, der zu unseren Sonnensystem gehörenden Cometen grösser, als wir vermuthen; ob aber auch jene Cometen manchmal sichtbar sind, welche zu dem System irgend eines Fixsternes gehören, will ich eben nicht behaupten, besonders da ihre Entfernung in diesem Falle mehr als tausentmal grösser seyn müßte, als jene ist, in welcher sich die Cometen unsers Sonnensystems uns sichtbar darstellen.

Da übrigens die Cometen keine ungemein grosse Körper sind, und ihr Lauf sehr schnell ist, wenn sie am nächsten bey der Erde vorbeygehen, so kann ihre Wirkung auf diese nicht von großen Folgen seyn: ausgenommen sie stünden in ihren Knoten, und schnitten daselbst die Bahn der Erde, wo dann aus der wechselseitigen Anziehung sowohl, als auch dem Stoß gegen die Erde, die traurigsten Folgen zu befürchten wären. Daß sie aber in grösseren Entfernungen die Bewegung der Erde kaum zu verwirren im Stande sind, kömmt daher, weil die Kraft der Sonne, welche die Erde in ihrer Bahn erhält, ohne Vergleich grösser ist, als jede Kraft, die immer ein Comet haben könnte, und folglich diese, von jener ganz übertroffen, und vernichtet wird. Dieses alles ist jedoch nur von denen Kräften des Cometen zu verstehen, deren Richtungen in der Fläche der Ecliptik liegen; wenn aber die Richtung senkrecht auf selbe wäre, so würde sich die Sache ganz anders verhalten; dann da könnte die Kraft der Sonne sie nicht aufheben, sie würden also ungehindert wirken, und durch ihr Bestreben die Erde Süd- oder Nordwärts zu verrücken, würden sie selbe in eine andere Lage bringen. Dieses Verrücken könnte die Achse der Erde zwar nicht verändern, aber die Schiefe der Ecliptik, und die Lage der äquinoctial Punkte, würde diese Wirkung um so

mehr

mehr empfinden, je näher der Comet der Erde stünde, und je grösser zu selber Zeit die Breite desselben wäre. Aus diesen Gründen bin ich versucht, die wandelbare Schiefe der Ecliptik, und die jetzt bemerkte Veränderung in der Länge, und Breite der Fixsterne, ganz allein der Wirkung der Cometen zuzuschreiben, welcher Gedanke sich aber leicht beweisen, oder auch widerlegen liesse, wenn man auf die Schiefe der Ecliptik nach der Erscheinung eines Cometen Acht haben wollte. Und zwar, wären die Astronomen zu ersuchen auf den Cometen des Jahres 1742 wohl zu merken, ob in der Schiefe der Ecliptik eine merkliche Veränderung zu dieser Zeit sich zugetragen hat, oder nicht. Ueberhaupt aber besteht die Wirkung jener Cometen, die in ihrem Perigäo der Erde sehr nahe kommen, und zugleich eine sehr merkliche Breite haben in folgenden:

Wenn die Breite des Cometen nördlich ist, und

Die Sonne im Widder	so werden die äquinoctial Punkte nicht verändert, die Schiefe der Ecliptik aber wird vermehret.
Die Sonne im Krebse	so werden die äquinoctial Punkte fortgerückt, die Schiefe der Ecliptik bleibt unverändert.
Die Sonne in der Waage	so werden die äquinoktial Punkte nicht verändert, die Schiefe der Ecliptik aber wird vermindert.
Die Sonne im Steinbock	so gehen die äquinoctialpunkte zurück, die Schiefe der Ecliptik aber bleibt unverändert.

Wenn die Breite südlich ist, werden diese Wirkungen umgekehrt seyn.

Diese Veränderung der äquinoktialpunkte, muß von dem bekannten **Vorrücken der Nachtgleichen** wohl unterschieden werden, welches nicht von der veränderten Schiefe der Ecliptik, sondern von der veränderten Achse der Erde selbst herkömmt, die doch von Cometen nicht verrücket wird. Auch diese Art würde folglich, die von den Astronomen angenommene Regel: **daß die Nachtgleichen jährlich um 50″ zurücke gehen**, auch nicht geringe Ausnahme leiden. Daraus endlich, daß in den ältesten Zeiten die Schiefe der Ecliptik so sehr ist vermindert worden, ist zu schliessen, daß mehrere Cometen entweder mit einer nördlichen Breite, da die Sonne in nördlichen Zeichen war, oder mit einer südlichen Breite, da die Sonne in südlichen Zeichen gewesen ist, sich der Erde mögen genahet, und daß ihre Kräften die Oberhand müßen behauptet haben.



Berech-

Berechnung

der Bahn des Cometen von 1744.

Die Beobachtungen, durch welche ich diese Bahn zu bestimmen gedenke, sind mir von Paris überschicket worden, und da sie mit vieler Sorgfalt gemacht scheinen, hielte ich sie auf meine Methode sehr anwendbar. Die erste Beobachtung wurde zu Lausanne in der Schweiß, schon den 13. Decembr. 1743. gemacht, und verdienet also eine vorzügliche Bemerkung, weil sie die erste aus allen ist, die mir bekannt sind. Auf den Pariser Mittagskreise gebracht, lauten sie also:

scheinbare Zeit.	Länge des Cometen	Breite des Cometen nördlich
1743 Decemb. 13. 8. 1. 45.	♈. 28°. 26'. 13".	15°. 11'. 0".
1744 Jänner 3. 5. 27. 40.	14. 11. 10.	17. 32. 50.
Jänner 7. 5. 1. 43.	12. 3. 10.	17. 51. 30.
Jänner 18. 7. 2. 0.	♈. 6. 57. 15.	18. 37. 5.

Da ich zu meiner Berechnung drey Beobachtungen brauche, bey welchen die Unterscheide der Zeiten nicht sehr ungleich sind, so wähle ich die erste, zweyte, und vierte mit Auslassung der dritten, die der zweiten allzu nahe ist; dann da der Comet in dieser Zeit seine Länge nur wenig verändert hat, so ist es besser etwas entfernte Beobachtungen zu nehmen. Man bringe sie auf die mittlere Zeit, und berechne für selbe den Ort der Sonne, und ihre Distanz von der Erde, so ist:

Beobachtung.	Berlin, mittlere Zeit	Länge des Cometen	Breite desselben
I.	1743 Decemb. 13. 8. 40'.	0ˢ. 28°. 26'. 13"	15°. 11'. 0,
II.	1744 Jänner. 3. 6. 17'.	0. 14. 11. 10	17. 32. 50.
III.	Jänner. 18. 7. 57.	0. 6. 57. 15	18. 37. 5
	Ort der Sonne	Logar. der Distanz.	
I.	8ˢ. 21°. 30'. 14"	4, 992903	
II.	9. 12. 48. 18".	4, 992721	
III.	9. 28. 9. 37	4, 993032	

Die Zeit zwischen der ersten und zweyten Beobachtung ist, 20ᵀ. 21ʰ. 37'.

zwischen der zweyten und dritten = 15ᵀ. 1ʰ. 40.

Man

Man drücke Stunden und Minuten in Decimalen der Täge aus, um die Werthe von α und β zu erhalten, so ist:

$\alpha = 20,9008$	L. $\alpha = 1,320136$
$\beta = 15,0694$	L. $\beta = 1,178096$

Es werde sodann eine Figur, nach den Beobachtungen gezeichnet, in welcher (Fig. 9) die Tafel, der Ecliptik Fläche vorstelle; die Sonne sey in S die Erde in f; g; h zu Zeit der drey Beobachtungen; ferners die Länge des Cometen in der ersten Beobachtung $f\zeta$; in der zweyten $g\eta$, in der dritten $h\theta$; man ziehe nun diese Linien, davon die erste und dritte sich in k; die erste und zweyte in m; die zweyte und dritte in q schneiden, so ist:

L. $Sf = 4,992903$	$Sf\zeta = 126^\circ.\ 55'.\ 59''$
L. $Sg = 4,992721$	$Sg\eta = 91.\ 22'.\ 52''$
L. $Sh = 4,993032$	$Sh\theta = 68.\ 47'.\ 38''$
$fSg = 21^\circ.\ 18'.\ 4''.$	$fk\theta = 21^\circ.\ 28'.\ 58''$
$gSh = 15.\ 21.\ 19.$	$fmg = 14.\ 15.\ 3$
$fSh = 36.\ 39.\ 23.$	$g\eta h = 7.\ 13.\ 55$

Wäre nun die wahre Entfernung des Cometen von der Erde zu Zeit der mitleren Beobachtung bekannt, so ließe sich die Bahn des Cometen bestimmen; in Ermanglung dessen also, sind verschiedene Distanzen anzunehmen, und aus jeder ist die entsprechende Bahn abzuleiten, damit erhelle, welche der Parabel am nächsten komme, weil doch diese krumme Linie mit der wahren Cometen Bahn am besten eintrift. Sollte man aber daran zweifeln, so müßte eine vierte von den drey erstern sehr entfernte Beobachtung zu Hilfe genommen, und aus den verschiedentlich gefundenen Elementen der Ort zur Zeit der vierten Observation berechnet werden, damit sich zeige, welche Hypothese damit am besten übereinkomme. Zu diesem Ende wählte ich die auf unserer academischen Warte gemachte Beobachtung vom 18 Hornung, wo der Comet mit dem Sterne α in dem Flügel des Pegassus ist verglichen worden, und woraus ich erhielt:

		Länge	Breite.	
M. Z. 1744. Hornung	18. 6. 43.	11^s. 19°. 57. 0″	19°. 10′. 56″	N.
Die länge der Sonne war		10^s. 29°. 30′. 40″		

Enfernung von der Erde Log. = 4, 995309.

Nach

Nach verschiedenen Hypothesen über die Enfernung des Cometen von der Erde zu Zeit der mittleren Beobachtung fand ich jene am genauesten, welche zugleich die Parabel am nächsten vorstellte. Anfangs war ich der Meynung, daß dieser Comet wegen seines hellen Lichtes von uns nicht weit entfernet sey, setzte also die gesuchte Entfernung auf 20000, und 30000, wenn die mittlere der Erden = 100000, welches aber eine elliptische, dem Cirkel sehr nahe kommende Laufbahn gab, also zu sehr von der Wahrheit abwiche, die Distanz mußte folglich größer genommen werden, ich fand auch, daß die Laufbahn sich nicht bevor in eine Hyperbel veränderte, als bis ich die Entfernung = 110000 gesetzt hatte; und daß die Distanz, welche der vierten Beobachtung Genüge leistete, zwischen 101000 und 106000 fiele; also die Entfernung des Cometen von der Erde wieder alles Vermuthen größer wurde als ich anfangs glaubte. Es war folglich dieser Comet beynahe so weit von uns als die Sonne entfernet, und da dessen scheinbarer Durchmesser beyläufig auf eine Minute geschätzt wurde, so verhält sich sein wahrer Durchmesser zu dem der Erde fast wie drey zu eines.

Es sey nun der wahre Ort des Cometen zu Zeit der zweyten Beobachtung in G, von welchem ein Loth Gy auf die Eclirtik falle, und da die Entfernung Gg bekannt angenommen wird, weil der Winkel Ggy = 17°. 32′. 50″; so ist: Gy = Gg. sin. Ggy und gy = Gg cos. Ggy; die zwey oben gemachte Hypothesen geben nun folgende Rechnung:

		A.	B.
	Gg =	101000	106000
	L. Gg =	5, 004321	5, 025206
addirt	L. sin. Ggy =	9, 479275	9, 479275
	L. cos. Ggy =	9, 979306	9, 979306
	L. Gy =	4, 483596	4, 504581
	L. Gy =	4, 983627	5, 004612

Man ziehe nun aus der Sonne die Linie Sy, und weil im Dreyecke Sgy, die Seiten Sg; gy mit dem eingeschlossenen Winkel Sgy = 91°. 22′. 52″, bekannt ist, so wird die Summe der übrigen Winkel seyn, 88°. 37′. 8″. und die Hälfte, = 44°. 18′. 34″. woraus jeder der zween übrigen Winkel leicht zu finden, woraus dann $Sy = \frac{Sg \text{ sin. } Sgy}{\text{sin. } Syg}$.

	A.	B.
von L. fg =	4, 992721	4, 992721
abgezogen L. gn =	4, 983627	5, 004612
L. tang. =	10, 009094	10, 011891
des Winkels	45°. 36′. ½″	45°. 47′. 3″, 6
abgezogen	45°. 0 0.	45°. 0. 0
Rest der Winkel	0. 36′. ½″	0. 47′. 3″, 6
L. tang. =	8, 019943	8, 136401
L. tang. ½ Summe =	1, 989530	9, 989530
L. tang. ½ Differenz =	8, 009473	8, 125931
½ Differenz =	0°. 35′. 8″	0. 45′. 56″
½ Summe =	44. 18′. 34″	44. 18. 34″
fng =	44°. 53. 42″.	43°. 32′. 38″
gfn =	43. 43. 26″.	45. 4. 30
Ferners ist L. fg =	4, 992721	4, 992721
L. fgn =	9, 999874	9, 999874
	4, 992595	4, 992595
abgezogen L. sin. fng =	9, 848687,	9, 838162
L. fn =	5, 143908	5, 154433
fn =	139287	142763

Da nun im rechtwinklichten Drenecke G nf, die Seiten fn; G n gegeben sind, so ist:

$$\text{tang. } Gfn = \frac{Gn}{fn} \text{ und } Gf = \frac{fn}{\text{cos. } Gfn}.$$

	A.	B.
von L. G n =	4, 483596	4, 504581
abgezogen L. fn =	5, 143908	5, 154433
L. tang. Gfn =	9, 339688	9, 350148
II Beobachtung heliocentrische Breite Gfn =	12°. 19′. 55″	12°. 37′. 23″.
abgezogen L. cos. Gfn =	9, 989868	9, 989374
von L. fn =	5, 143908	5, 154433
Distanz des Cometen von ☉; L. SG =	5, 154047	5, 165059

Es

Es seyen nun F und H die wahren Orte des Cometen, in der ersten, und dritten Beobachtung, und die gezogene Chorde FH schneide SG in O. Ich zeigte nun in vorhergehenden (§. 44.) daß GO $= \frac{2c^3 \text{ fin. } \alpha\tau . \text{ fin. } \beta\tau}{SG^2 . \text{ cof. } (\alpha - \beta) \tau}$; wo τ die mittlere halbtägige Bewegung der Erde, 29′. 34″, 098 anzeiget, so daß τ = 1774, 098, und L. τ = 3, 248977; folglich weil die Werthe der Buchstaben α, β gegeben sind, werden die Winkel $\alpha\tau$; $\beta\tau$ auf folgende Art gefunden:

L. τ =	3, 248977	
addirt { L. α =	1, 320163	
addirt { L. β =	1, 178096	
L. $\alpha\tau$ =	4, 569149	
L. $\beta\tau$ =	4, 427073	
Daher $\alpha\tau$ =	37080″ =	10°. 18′. 0″.
$\beta\tau$ =	26734″ =	7°. 25′. 34″.
$(\alpha - \beta)\ \tau$ =	10346″ =	2°. 52′. 26″.

Da nun c die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde = 100000 gleich ist, so wird der Werth des Pfeiles GO auf folgende Art bestimmet:

	A.	B.
addirt { L. fin. $\alpha\tau$ =	9, 252373	
addirt { L. fin. $\beta\tau$ =	9, 111422	
	8, 363795	
abgezogen L. cof. $(\alpha - \beta)\ \tau$ =	9, 999453	
	8, 364342	
addirt L. $2c^3$ =	15, 301030	
	13, 665372	13, 665372
abgezogen 2L. SG =	10, 308094	10, 330118
L. GO =	3, 357278	3, 335254
addirt L. cof. GSη =	9, 989861	9, 989374
L. ηo =	3, 347139	3, 324628
daher ηo =	2224, 0	2112, 0
abgezogen von Sη =	139287, 0	142703, 0
bleibt So =	137063, 0	140591, 0

Wenn man nämlich aus dem Punkt O auf die Ecliptik das Loth Oo fällt. Ferners schneide die Linie Sn die übrigen Längen des Cometen in μ und ν, welche Punkte zu finden, in dem Dreyecke ſſμ gegeben sind:

	A.	B.
L. ſſ =	4, 992903	4, 992903
ſſμ =	126°. 55′. 59″	126°. 55′. 59″
dessen Nebenwinkel =	53. 4′. 1″	53. 4′. 1″
von gſn =	43. 43′. 26″	45. 4′. 30″
abgezogen fſg =	21. 18′. 4″	21. 18′. 4″
abgezogen fſμ =	22. 25′. 22″	23. 46′. 26″
von ſſk =	53. 4′. 1″	53. 4. 1
bleibt ſμf =	30. 38. 39	29. 17. 35

Wegen allen bekannten Winkeln ist also $f\mu = \frac{ſſ.\ \text{ſin.}\ fſ\mu}{\text{ſin.}\ ſ\mu f}$.

von L. ſſ =	4, 992903	4, 992903
abgezogen L. ſin. ſμf =	9, 707318	9, 689554
	5, 285585	5, 303349
addirt { L. ſin. fſμ =	9, 581424	9, 605443
addirt { L. ſin. ſſμ =	9, 902730	9, 902730
L. fμ =	4, 867009	4, 908792
L. ſμ =	5, 188385	5, 206079
also fμ =	72622	81057
ſμ =	154282	160723
abgezogen ſo =	137063	140591
bleibt oμ =	17219	20132

Auf gleiche Weise findet man im Dreyecke ſhν:

L. ſh =	4, 993032	4, 993032
ſhν =	68°. 47′. 38″	68°. 47′. 38″
der Nebenwinkel =	111. 12. 22″	111. 12. 22″
gſn =	43. 43. 26″	45. 4. 30″
addirt gſh =	15. 21. 19″	15. 21. 19″
hſν =	59. 4′. 45″	60. 25′. 49″
abgezogen vom äusseren =	111. 12. 22″	111. 12. 22″
bleibt ſνh =	52°. 7′. 37″	50°. 46′. 33″

Wegen

Wegen allen gegebenen Winkeln, und der Seite *fh*, ist $hv = \frac{fh.\ \sin.\ hfv}{\sin.\ fvh}$ und $fv = \frac{fh.\ \sin.\ fhv}{\sin.\ fvh}$. Also:

	A.	B.
von L. *fh* =	4, 993032	4, 993032
abgezogen L. sin. *fvh* =	9, 897282	9, 889121
	5, 095750	5, 103911
addirt { L. sin. *hfv* =	9, 933425	9, 939397
addirt { L. sin. *fhv* =	9, 969548	9, 969548
L. *hv* =	5, 029175	5, 043308
L. *fv* =	5, 065298	5, 073459
also *hv* =	106949,	110486
fv =	116225,	118429
abgezogen von *fo* =	137063,	140591
bleibt *ov* =	20838	22162

Es muß nun durch den Punkt *o* die Linie *ζoθ* gezogen werden, deren Theile *ζo* und *θo* im Verhältniß der Zeiten $\alpha : \beta$ sind. Man ziehe also *ov* bis nach *i* so daß $oi : vo = \alpha : \beta$ oder $oi = \frac{\alpha}{\beta}.\ ov$, alsdann ziehe man *iζ* parallel mit *hv*, so ist *ζoθ* die gesuchte gerade Linie.

	A.	B.
zu L. *ov* =	4, 318856	4, 345609
addirt L $\alpha : \beta$ =	0, 142067	0, 142067
L. *oi* =	4, 460929	4, 487676
Also *oi* =	28902	30738
abgezogen *oμ* =	17219	20132
bleibt *μi* =	11683	10606

Im

Im Dreyecke $\mu\zeta i$ sind alle Winkel mit der Seite μi gegeben:

	A.	B.
L. μi =	4, 067565	4, 025551
$\zeta\mu i$ =	30°. 38′. 39″.	29°. 17. 35″
$\mu\zeta i$ =	21. 28. 58.	21. 28. 58
180° — $\mu i\zeta$ =	52. 7. 37.	50. 46. 23

Es ist also $\zeta\mu = \frac{\mu i \text{ sin. } \mu i\zeta}{\text{sin. } \mu\zeta i}$, und $\zeta i = \frac{\mu i. \text{ sin. } \zeta\mu i}{\text{sin. } \mu\zeta i}$

	A.	B.
von L. μi =	4, 067565	4, 025551
abgezogen L. sin. $\mu\zeta i$ =	9, 563743	9, 563743
	4, 503822	4, 461808
addirt { L. sin. $\mu i\zeta$ =	9, 897282	9, 889121
addirt { L. sin. $\zeta\mu i$ =	9, 707318	9, 689554
L. $\zeta\mu$ =	4, 401104	4, 350929
L. ζi =	4, 211140	4, 151362
also $\zeta\mu$ =	25183,	22435
addirt $f\mu$ =	73622,	81057
so ist $f\zeta$ =	98805,	103492

Im Dreyecke $oi\zeta$ sind zwey Seiten, mit dem eingeschlossenen Winkel $oi\zeta$ gegeben.

	A.	B.
von L. oi =	4, 460923	4, 487676
abgezogen L. ζi =	4, 211140	4, 151362
L. tang. =	10, 249783	10, 336314
der Winkel =	60°. 38′. 13″.	65°. 15′. 38″
abgezogen......	45. 0.	45. 0
	15. 38. 13″.	20. 15. 38″
Summe der Winkel =	52. 7. 37.	50. 46. 33″
halbe Summe =	26. 3. 48″, 5	25. 23. 16, 5
L. tang. der halben Summe =	9, 689401	9, 676306
L. tang. des Winkels =	9, 447002	9, 566955

L. tang.

	A.	B.
L. tang. des halben Unterscheids	9, 136403	9, 243261
halber Unterscheid =	7°. 47'. 43".	9°. 55'. 52",
halbe Summe =	26. 6. 48".	25. 23. 16
$o\zeta i$ =	33. 51. 61	35. 19. 8
ζoi =	18. 16. 5.	15. 27. 24

Es ist ferners $o\zeta = \frac{oi \text{ sin. } oi\zeta}{\text{sin. } o\zeta i}$, folglich auch:

zu L. oi =	4, 460923	4, 487676
addirt L. sin. $oi\zeta$ =	9, 897282	9, 889121
	4, 358205	4, 376797
abgezogen L. sin. $o\zeta i$ =	9, 145968	9, 762022
L. $o\zeta$ =	4, 612237	4, 614775

verlängert man also die Chorda $\theta\zeta$ in n verlängert, so ist, weil $k\theta n = o\zeta i$; der Winkel $k\theta n$ = 33°. 51'. 31" | 35°. 19', 8"

Weiters, wegen ähnlichen Dreyecken $yo\theta$ und $io\zeta$, ist; $\theta y = \frac{\beta}{\alpha} . \zeta i$ und $\theta o = \frac{\beta}{\alpha} . o\zeta$, daher:

von L. ζi =	4, 211140	4, 151362
abgezogen L. $\alpha : \beta$ =	0, 142067	0, 142067
L. θv =	4, 069073	4, 009295
θv =	11724,	10216, 0
abgezogen von kv =	106949	110486
so ist, $k\theta$ =	95225	100270
von L. $o\zeta$ =	4, 612237	4, 614775
abgezogen L $\alpha : \beta$ =	0, 142067	0, 142067
L. θo =	4, 740170	4, 472708
es ist aber $o\zeta$ =	40948	41188
und $o\theta$ =	29524	29696
daher $\zeta\theta$ =	70472	70884

Aus den Punkten ʒ und θ ziehe man die Linien ſʒ; und ſθ, zu deren Bestimmung werde nun das Dreyeck ſſʒ, in welchem, wegen der gegebenen Seiten ſſ; ſʒ und dem eingeschlossenen Winkel ſſʒ, das übrige folgendermassen gefunden wird:

	A.	B.
abgezogen L. ſſ =	4, 992903	4, 992903
von L. ſʒ =	4, 994779	5, 014906
L. der tang. =	10, 001876	10, 022003
der Winkel =	45°. 7'. 25'', 5	46°. 27'. 2'', 8
	45 . 0	45 . 0
	0. 7. 25'', 5	1°. 27'. 2'', 8
Summe der Winkel =	53. 4. 1.	53. 4. 1
halbe Summe =	26. 32. 0'', 5	26. 32'. 0'', 5
L. tang. der halben Summe =	9, 698371	9, 698371
L. tang. des Winkels =	7, 334519	8, 403571
L. tang. der halben Differenz =	7, 032890	8, 101942
halbe Differenz =	0°. 3'. 42''.	0. 43'. 28''
halbe Summe =	26. 32. 0.	26. 32. 0
ſſʒ =	26. 35. 42''.	27. 15. 28''.
ſʒſ =	26. 28'. 18''.	25. 48'. 32''.

Es ist also $ſʒ = \frac{ſſ \ \text{ſin.}\ ſſʒ}{\text{ſin.}\ ſʒſ}$, dahero dann

L. ſſ =	4, 992903	4, 992903
addiet L. ſſʒ =	9, 902730	9, 902730
	4, 895633	4, 895633
abgezogen L. ſin. ſʒſ =	9, 649096	9, 638859
L. ſʒ =	5, 246537	5, 256774

Auf gleiche Art findet man im Dreyeck ſhθ aus den Seiten ſh; hθ und dem eingeschlossenen Winkel:

von

	A.	B.
von L. ſh =	4, 993032	4, 993032
abgezogen L. hθ =	4, 978751	5, 001171
L. der tang. =	10, 014281	10, 008139
der Winkel =	45°. 56'. 30", 7	45°. 32'. 12", 6
abgezogen	45°. 0	45°. 0
	0. 56'. 30", 7	0, 32'. 12", 6
Summe der Winkel =	111. 12. 22.	111. 12. 22
halbe Summe =	55. 36. 11.	55. 36. 11
L. tang. der Summe =	10, 164540	10, 164540
L. tang. des Winkels =	8, 131313	7, 971748
L. tang. der halben Differenz =	8, 295853	8, 136288
halbe Differenz =	1°. 7'. 56",	0°. 47'. 3"
halbe Summe =	55. 36. 11".	55. 36. 11"
hſθ =	54. 28. 15"	50. 23. 14"
ſθh =	56. 44. 7".	54. 49. 8".

Da ferners $ſθ = \frac{ſh . \text{ſin. } ſhθ}{\text{ſin. } ſθh}$, ſo iſt;

L. ſh =	4, 993032	4, 993032
addirt L. ſin. ſ hθ =	9, 969548	9, 969548
	4, 962580	4, 962580
abgezogen L. ſin. ſθh =	9, 922281	9, 912399
L. ſθ =	5, 040299	5, 050181

Aus dieſem wird die heliocentriſche Länge des Cometen für die Zeit der drey Beobachtungen, folgendermaßen beſtimmet:

Da ſſζ =	26°. 35'. 42".	27°. 15'. 28"
Länge der ♁ zur erſten Beobachtung =	2ˢ. 21. 30. 14.	2ˢ. 21°. 30'. 14"
heliocentriſche Länge des Cometen zur I. =	1ˢ. 24°. 54'. 32".	1ˢ. 24°. 14. 46"
abgezogen ſn =	1ˢ. 13°. 43'. 26".	1ˢ. 15°. 4'. 30"
von der Länge der Erde zur II =	3ˢ. 12. 48'. 18".	3ˢ. 12°. 48'. 18"

	A.	B.
II. heliocentrische Länge des Cometen	1ˢ. 29°. 4′. 52″.	1ˢ. 27°. 43. 48″
ferners ist $hfℑ$ =	1. 24. 28. 15	1. 26. 23. 14
Länge der Erde zur III. Beobachtung	3. 28. 9. 37.	3. 28. 9. 37
III. heliocentrische Länge des Cometen =	2. 3. 41. 22.	2. 1. 46. 23.
$ζfℑ$ =	8. 46. 50	7. 31. 37

Da nun die Länge des Cometen von der ersten zur zweyten Beobachtung anwächst, so ist klar, daß der Lauf desselben direct gewesen ist, ob er gleich von der Erde aus für rückgehend gehalten worden.

Ferners wird die Lage der Linie $ζϑ$ gegen die Linien $fζ$; $fϑ$ gefunden, wenn man $ζϑ$ nach n verlängert:

Da nun $hℑn$ =	33°. 51′. 31″.	35°. 19′. 8″
abgezogen von $fℑh$ =	56. 44. 7.	54. 49. 8
so ist $fℑn$ =	22. 52. 56″.	19. 30′. 0″
abgezogen von $ℑfζ$ =	8. 46. 50″.	7. 31. 37
so ist $fζn$ =	14. 5. 46″.	11. 58. 23″.

Aus den geocentrischen Breiten findet man die Lothe $Fζ$; $Hϑ$, nebst den wahren Entfernungen fF; Hh; von der Erde. Dann es ist $Fζ = fζ$ tang. der Breite, in der ersten Beobachtung; $Ff = \frac{fS}{\text{cos. der Breite in der I. Beobachtung}}$; und $Hϑ = hL$ tang. der Breite in der dritten Beobachtung; woraus $Hh = \frac{hϑ}{\text{cos. der Breite in der dritten Beobacht.}}$;

L. $fζ$ =	3, 994779	5, 014906
L. tang. der Breite I	9, 433580	9, 433580
abgezogen L. Cosinus der Breite II	9, 984569	9, 984569
so ist L. $Fζ$ =	4, 428359	4, 448486
und L. Ff =	5, 010210	5, 030337
folglich $Fζ$ =	26813	28085
I Distanz des Cometen von der Erde Ff =	102379	107235

L.

	A.	B.
L. hℨ =	4, 978751	5, 001171
addirt L. tang. der Breite III =	9, 527485	9, 527485
abgezogen L. cos. der Breite III =	9, 976656	9, 976656
so ist L. Hℨ =	4, 506236	4, 529656
und L. Hh =	5, 002095	5, 024515
Hℨ =	32080	33780
Hh =	100484	105807
Gg =	101000	106000

Sind nun die Lothe Hℨ und F𝔷 bekannt, so werde die Linie HF verlängert, bis sie mit ℨ𝔷 in N zusammtrift, so ist ℨN die Knoten Linie des Cometen; es ist aber; $\frac{Hℨ - F𝔷}{𝔷ℨ}$ = tang. HNℨ; und ℨN $\frac{Hℨ}{\text{tang. HNℨ}}$: folglich:

von Hℨ =	32080	33780
abgezogen F𝔷 =	26813	28085
so ist Hℨ — F𝔷 =	5267	5695
L. (Hℨ — F𝔷) =	3, 721563	3, 755494
abgezogen L. 𝔷ℨ =	4, 848017	4, 850548
L. tang. HNℨ =	8, 873546	8, 904946
abgezogen von L. Hℨ =	4, 506236	4, 528656
L. ℨN =	5, 632690	5, 623710

Man betrachte nun das Dreyeck SℨN, von welchem die Seiten Sℨ; ℨN, samt den eingeschlossenen Winkel bekannt sind, so wird der Winkel ℨSN gefunden, dann

von L. ℨN =	5, 632690	5, 623710
abgezogen L. Sℨ =	5, 040299	5, 050181
L. der tang. =	10, 592391	10, 573529
der Winkel =	75°. 39′. 39″.	75°. 3′. 7″
abgezogen	45°.	45

	A.	B.
	30°. 39′. 39″	30°. 3′. 7″
Summe der Winkel Sℨn =	22. 52. 36.	19. 30. 0
halbe Summe =	11. 26. 18.	9. 45. 0
L. tang. der halben Summe =	9, 306063	9, 235102
L. tang. des Winkels =	9, 772930	9, 762348
L. tang. der halben Differenz =	9, 078993	8, 997450
halbe Differenz =	6°. 50′. 23″	5°. 40′. 38″
halbe Summe =	11. 26. 18.	9. 45. 0
ℨSN =	18°. 16′. 41″	15°. 25′. 38″
III heliocentrische Länge des Punkts ℨ =	2ˢ. 3°. 41. 22.	2ˢ. 1°. 46′. 23″
Länge des Knoten ☊ =	1ˢ. 15°. 24′. 41″.	1ˢ. 16°. 20′. 45″

Man lasse nun aus ℨ auf die Knoten Linie SN das Loth ℨP fallen, und ziehe PH, so ist der Winkel HPℨ die Neigung der Bahn gegen die Ecliptik; ferners ℨP = Sℨ sin. ℨSN und tang. HPℨ = $\frac{Hℨ}{ℨP}$.

	A.	B.
L. Sℨ =	5, 040299	5, 050181
addirt L. sin. ℨSN =	9, 496415	9, 424905
L. ℨP =	4, 536714	4, 475086
L. Hℨ =	4, 506236	4, 528656
L. tang. HPℨ =	9, 969522	10, 053570
HPℨ =	42°. 59′. 28″	48°. 31′. 29″.
Neigung der Bahn =	42°. 59′. 28″.	48°. 31′. 29″

Bestimmen wir nun jetzt auch die heliocentrischen Breiten des Cometen, welche sind: tang. FS♌ = $\frac{F♌}{S♌}$ und tang. HSℨ = $\frac{Hℨ}{Sℨ}$. Die Entfernung aber des Cometen von der Sonne sind: SF = $\frac{S♌}{\text{cos. } FS♌}$; und SH = $\frac{Sℨ}{\text{cos. } HSℨ}$.

von

	A.	B.
von L. F☊ =	4, 428359	4, 448495
abgezogen L. S☊ =	5, 246537	5, 256774
L. tang. FS☊ =	9, 181822	9, 191712
I. heliocentrische Breite FS☊ =	8°. 38′. 32″.	8°. 50′. 18″
von L. S☊ =	5, 246537	5, 256774
abgezogen L. cos. FS☊ =	9, 995040	9, 994813
I. Distanz von der Sonne L. SF =	5, 251497	5, 261961
von L. H☋ =	4, 506236	4, 528656
abgezogen L. S☋ =	5, 040299	5, 050181
L. tang. HS☋ =	9, 465937	9, 478475
III. heliocentrische Breite HS☋ =	16°. 17′. 51″.	16°. 44′. 54″.
von L S☋ =	5, 040299	5, 050181
abgezogen L. cos. HS☋ =	9, 982188	9, 981175
III. Distanz von der Sonne L. SH =	5, 058111	5, 069006

Nun müssen auch die heliocentrische Weiten des Cometen von dem aufsteigenden Knoten, oder die Linie SN bestimmet werden; denn es ist; cos. FSN = cos. FS☊ . cos. ☊SN; und cos. HSN = cos. HS☋ , cos. ☋SN

	A.	B.
von ☋SN =	18°. 16′. 41″.	15°. 25′. 38″
abgezogen ☋S☊ =	8 . 46′. 50″.	7 . 31′. 37″
so bleibt ☊SM =	9 . 29. 57″	7 . 54. 1″
L. cos. FS☊ =	9, 995040	9, 994813
L. cos. ☊SN =	9, 994005	9, 995858

L. cos.

	A.	B.
L. cof. FSN =	9, 989046	9, 990671
FSN =	12°. 48′. 52″.	11°. 49′. 59″
L. cof. HS☊ =	9, 982188	9, 981175
L. cof. ☊SN =	9, 977516	9, 984063
L. cof. HSN =	9, 959704	9, 965238
HSN =	24. 18. 6.	22. 37. 11
FSN =	12. 48. 52.	11. 49. 59
FSH =	11. 29. 14.	10. 47. 12.

Da wir also zween Punkte des Cometen F und H in der wahren Bahn kennen, deren Entfernungen von der Sonne S nebst dem Winkel FSH gleichfalls bekannt sind, so läßt sich hieraus die Natur der Laufbahn bestimmen; und weil SH > SF, so folgt, daß der Comet zur Zeit dieser Beobachtungen dem Perihelio sich genahet habe. Zu diesem Ende sey nun (Fig. 10.) AHF die wahre, um die in S stehende Sonne, beschriebe. Laufbahn, deren Scheitel in A ist; die Distanz AS im Perihelio $= a$, der halbe Parameter BS $= b$, die wahre Anomalie ASH $= v$, man nehme die Entfernung, SH $= y$; SF $= z$ für bekannt an, samt den Winkel FSH $= \phi$, und setze die Zeit, in welcher der Bogen FH durchlossen wird $= \tau$, so ist $b = \frac{y^2 z^2}{4m^2\, \tau^2}$ sin.$^2 \phi +$ $\frac{\sqrt{yz}}{3}$ sin. $^2\phi$; allwo $m = 271989{,}735$; und L$m = 5{,}4345525$; woraus L. $2m =$ $5{,}7355825$. Ferners sey, tang. $v =$ cot. $\phi - \frac{\sqrt{(z-b)\,y}}{(y-b)\,z \text{ sin. } \phi}$, und $a =$ $\frac{by \text{ cos. } v}{b - y + y \text{ cos. } v}$. Man setze: $\frac{2a-b}{b} = n$; tang. $\frac{1}{2}v = t$; so ist die Zeit, in welcher der Comet von H zum Perihelium gelanget, im Falle einer Parabel:

$$\frac{aa}{n.\sqrt{b}}\left(t + \tfrac{1}{3}t^3 - \tfrac{2}{5}n\,t^5 + \tfrac{3}{7}n^2t^7 - \tfrac{4}{9}n^3t^9 + \text{\&c.} \atop + \tfrac{2}{5}n^2t^5 - \tfrac{3}{7}n^3t^7 + \tfrac{4}{9}n^4t^9 - \text{\&c.}\right)$$ in Tägen, und Decimalen.

Weil nun die Zeit der dritten Beobachtung, wo der Comet in H war, bekannt ist, so kennet man auch hieraus den Augenblick des Periheliums:

Also

	A.	B.
Also ist L. y =	5, 058111	5, 069006
L. z =	5, 251497	5, 261961
L. yz =	10, 306908	10, 330967
$T = \alpha + \beta$ =	35, 9702	
L. T =	1, 555941	
ϕ =	11°. 29′. 14″	10°. 47′. 12″
L. sin. ϕ =	9, 299178	9, 272196
L. T^2 =	3, 111882	
L. 4 m^2 =	11, 471165	
L. 4 m^2 T^2 =	14, 583047	
L. y^2 z^2 =	20, 619216	20, 661934
addirt 2 L. sin. ϕ =	8, 598356	8, 544392
	19, 217572	19, 206326
abgezogen L. 4 m^2 T^2 =	14, 583047	14, 583047
L. des ersten Theils =	4, 634525	4, 623279
L. $\sqrt{yz}$ =	5, 154804	5, 165484
addirt 2 L. sin. ϕ =	8, 598356	8, 544392
	3, 753160	3, 709876
abgezogen L. 3 =	0, 477121,	0, 477121
L. des letzten Theils =	3, 276039	3, 232755
erster Theil =	43105,	42003
letzter Theil =	1888	1709
b =	44993	43712
y =	114317	117221
z =	178442	182794

	A.	B.
$y - b =$	69324	73509
$z - b =$	133449	139082
von L. $(z - b) =$	5, 125316	5, 143270
abgezogen L. $(y - b) =$	4, 840884	4, 866341
	0, 284432	0, 276929
addirt L. $\frac{y}{z} =$	9, 806617	9, 807045
	0, 091046	0, 083974
abgezogen L. sin. $\phi =$	9, 299178	9, 272196
	0, 791868	0, 811778
	6, 19253	6, 48303
cot. $\phi =$	4, 92077	5, 24883
$-$ tang. $v =$	1, 27176	1, 23420
$180° - v =$	51°. 49′. 18″.	50°. 59′. 3″
$v =$	128 . 10′. 42″.	129 . 0 . 57
ASH =	4ˢ. 8°. 10′. 42″.	4ˢ. 9°. 0′. 57″.
addirt HSN =	24 . 18 . 6 .	22 . 37 . 11
Distanz des Perihel. vom Knoten, ☊ =	5ˢ. 2°. 28′. 48″	5ˢ. 1°. 38′, 8″
Distanz des ☋ von Perihelium =	27 . 31 . 12 .	28 . 21 . 52
L. $-$ cos. $v =$	9, 791067	9, 799021
L. $y =$	5, 058111	5, 069006
L. $- y$ cos. $v =$	4, 849178	4, 868027
addirt L. $b =$	4, 653145	4, 640601
L. $-$ des Zählers =	9, 502323	9, 508628
$- y$ cos. $v =$	70661	73795
$y - b =$	69324	73509

$-b$

	A.	B.
$-b+y-y$ cos. v =	139985	144304
L. — des Nenners =	5. 146081	5, 168214
L. — des Zählers =	9, 502323	9, 508628
L. a =	4, 356242	4, 340414
a =	22711	21898
$2a$ =	45422	43796
b =	44993	43712
$2a-b$ =	492	84
L. $(2a-b)$ =	2, 632458	1, 924280
abgezogen L. b =	4, 653145	4, 640601
L. n =	7, 979313	7, 283679
L. a^2 =	8, 712484	8, 680828
L. $\sqrt{b}$ =	2, 326572	2, 320300
	6, 385912	6, 360528
abgezogen L. m =	5, 434553	5, 434553
L. $\frac{a^2}{m\sqrt{b}}$ =	0, 951359	0, 925975
Weil v =	128°. 10′. 42″.	129°. 0′. 57″
so ist, $\frac{1}{2}v$ =	64. 5′. 21″.	64. 30′. 28″
L. t. =	0, 313536	0, 321655
L. t^2 =	0, 627072	0, 643310
L. t^3 =	0, 940608	0, 964965
L. t^5 =	1, 567680	1, 608275
L. t^7 =	2, 194752	2, 251585
L. t^9 =	2, 821824	2, 894895
L. $n\,t^5$ =	9, 546993	8, 891954
L. $n^2\,t^5$ =	7, 526306	6, 175633

	A.	B.
L. $n^4 t^5$ =	8, 153378	6, 818943
L. $n^3 t^7$ =	6, 132691	4, 102622
L. $n^3 t^9$ =	6, 759763	4, 745932
Also ist, t =	2, 05843	2, 09727
$+ \frac{1}{3} t^3$ =	2, 90728	3, 07499
	4, 96871	5, 17226
abgezogen $\frac{3}{5} n t^5 + \frac{1}{7} n^3 t^7 + \frac{4}{9} n^3 t^9$ =	0, 14126	0, 03119
	4, 82445	5, 14107
addirt $\frac{1}{5} n^4 t^5 + \frac{8}{7} n^2 t^7$ =	811	9
$t + \frac{1}{3} t^3$ =	4, 83256	5, 14116
L. $(t + \frac{1}{3} t^3)$ =	0, 684177	0, 711062
addirt L. $\frac{a^2}{m\sqrt{b}}$ =	0, 951359	0, 925975
L. der Zeit =	1, 635536	1, 637037
die Zeit =	43, 205	43, 355
oder =	43. T. 4. h. 55′.	43. T. 8. h. 31′.
die dritte Beobachtung im Jänner	18. T. 7. h. 57′	18. T. 7. h. 57′
der Comet im Perihelio im März	1. T. 12. h. 52″	1. T. 16. h. 28′.

Die Laufbahn also des Cometen, wird durch folgende sechs Elementen bestimmet:

Für Gg =	101000	106000
a =	22711	21898
L. a =	4, 356242	4, 340414
b =	44993	43712
und L. b =	4, 653145	4, 640601

1744.

	A.	B.
1744. Mittl. Zeit des Perihel. März	$1^{T}.\ 12^{h}.\ 52'.$	$1^{T}.\ 16^{h}.\ 28'.$
Distanz des Perihel von Knoten ☊ =	$152°.\ 28'.\ 48''$	$151°.\ 38'.\ 8''$
also die wahre Anomalie =	$27.\ 31.\ 12.$	$28.\ 21.\ 52$
heliocentr. Länge des aufsteigend. Knoten	$1^{s}.\ 15°.\ 24'.\ 41''.$	$1^{s}.\ 16°.\ 20'.\ 45''$
heliocentr. Länge des abnehmend. Knoten	$7.\ 15°.\ 24'.\ 41''.$	$7.\ 16°.\ 20'.\ 45''$
Neigung gegen die Ecliptic =	$42°.\ 59'.\ 28''.$	$48°.\ 31'.\ 29''$

Wir werden bald sehen, daß die wahre Bahn des Cometen, zwischen diesen zwar nicht sehr unterschiedenen Bestimmungen enthalten ist.

Man berechne also, nach beyden Elementen den Ort des Cometen für den 18ten Hornung, welche Zeit dem Augenblick des Perihelium vorgehet; und nenne den Unterscheid zwischen der Beobachtung, und der Zeit des Perihelium = T, in Tägen und Decimalen ausgedrückt, so ist:

	A.	B.
die Zeit des Perihel. März	$1^{T}.\ 12^{h}.\ 52'.$	$1^{T}.\ 16^{h}.\ 28'.$
abgezogen Hornung	$18.\ 6^{h}.\ 43'.$	$18.\ 6^{h}.\ 43'.$
	$12^{T}.\ 6^{h}\ 9'.$	$12^{T}.\ 9^{h}.\ 45'.$
also ist: T =	$12^{T}.\ 25^{h}.\ 62'.$	$12^{h}.\ 40^{h}.\ 62'$
L. T =	1, 088355	1, 093639

Es sey die wahre Anomalie, für diese Zeit $= v$, und tang. $\frac{1}{2}\ v = t$; so ist; $T = \frac{a^2}{m\sqrt{b}}\Big(t + \frac{1}{3}\ t^3 - \frac{2}{5}\ n\, t^5 + \frac{3}{7} n^2 t^7$ &c) Da nun die krumme Linie, von der Parabel nicht sehr abweichet, so suche man aus der Tafel, für die parabelische Bewegung, den Werth von θ, so daß $\theta + \frac{1}{3}\theta^3 = \frac{m\sqrt{b}}{a^2}$ T = der parabolischen Area; aus diesem Werthe ist sodann; $\theta + \frac{1}{3}\theta^3 = (t + \frac{1}{3}\ t^3 - \frac{2}{5}\ n\ \ t^5 + \frac{3}{7} n^2 t^7 - + \frac{1}{2} n^2 t^5 - \frac{4}{7} n^3\ t^7 +)$ &c. oder, weil t von θ nicht viel unterschieden ist, setzen wir $t = \theta + q$, so ist; $o = (q + \theta^2 q - \frac{2}{5}\, n\, \theta^5 + \frac{3}{7} n^2 \theta^7 - + \frac{1}{2} n^2 \theta^5 - \frac{4}{7} n^3 \theta^7 +$ &c.), und folglich:

$$q = \frac{(\frac{2}{5} - \frac{1}{2}n^2)\,\theta^5 - (\frac{3}{7}n^2 - \frac{4}{7}\,n^3)\,\theta^7 + (\frac{4}{9}\,n^3 - \frac{5}{9}\,n^4)\,\theta^9 -}{1 + \theta^2}$$ &c, Die Berechnung hievon, ist nun folgende:

	A.	B.
von LT =	1, 098355	1, 093639
abgezogen L. $\frac{a^2}{m\sqrt{b}}$ =	0, 951359	0, 925975
L. $(\theta + \frac{1}{3}\theta^3)$ =	0, 136996	0, 167664
Also 2 B tang. θ =	91°. 3′. 20″.	93°. 41′. 55″.
und B tang. θ =	45. 31′. 40″.	46. 50. 57
L. θ =	0, 008001	0, 028052
L. θ^2 =	0, 016002	0, 056104
L. θ^5 =	0, 040005	0, 140260
L. n =	7, 979313	7, 283679
L. $n\theta^5$ =	8, 019318	7, 423939
L. $n^2\theta^5$ =	5, 998631	4, 708618
L. $n^2\theta^7$ =	6, 014633	4, 763722
L. $n^3\theta^7$ =	3, 977946	
+ $\frac{2}{5} n\theta^5$ =	0, 004182	0, 001062
− $\frac{1}{5} n^2\theta^5$ =	59	3
	0, 004123	0, 001059
− $\frac{1}{7} n^2\theta^7$ =	44	3
der Zähler =	0, 004079	0, 001056
θ^2 =	1, 037535	1, 137900
der Nenner 1 + θ^2 =	2, 037535	2, 137900
L. des Zählers =	7, 610554	7, 023664
L. des Nenners =	0, 309104	0, 329987
L. q =	7, 301450	6, 693677
q =	0, 002002	0, 000494
θ =	1, 018595	1, 066725
t =	1, 020597	1, 067219
Also $\frac{1}{2}v$ =	45. 35′. 2″.	46. 51′. 45″.
wahre Anomalie v =	91. 10′. 4″.	93. 43′. 30″.
Distanz des Perihel. vom aufsteig. Knoten =	152. 28′. 48″.	151. 38′. 8″.
Distanz des Cometen von Knoten =	61°. 18′. 44″.	57°. 54′. 38″.

Die

Die Entfernung des Cometen von der Sonne, ist ferners $= \frac{b}{1 + \frac{b - a}{a} \text{cos. } v}$

	A.	B.
also ist $b =$	44993	43712
abgezogen $a =$	22711	21898
$b - a =$	22282	21814
L. $(b - a) =$	4, 347954	4, 338735
abgezogen L. $a =$	4, 356242	4, 340414
so ist L. $\frac{(b - a)}{a} =$	9, 991712	9, 998321
addirt L. — cos. $v =$	8, 309196	8, 812697
L. $\frac{a - b}{a}$ cos. $v =$	8, 300908	8, 811018
$- \frac{b + a}{a}$ cos. $v =$	0, 019994	0, 064717
Nenner	0, 980005	0, 935282
L. $b =$	4, 653145	4, 640601
L. des Nenners $=$	9, 991228	9, 270942
L. der Distanz des Cometen von der ☉ $=$	4, 661917	4, 669659

Wir müßen nun das Kugeldreyeck ☊ C*c* (Fig. 11.) auflösen, in welchem, C☊ die Entfernung des Cometen von aufsteigenden Knoten ist, und der Winkel ☊ die Neigung gegen die Ecliptik vorstellet. Es ist aber sin. C*c* = sin. ☊ C. sin. ☊ und tang. ☊*c* = tang. ☊C. cos. ☊.

☊C =	61°. 18′. 44″.	57°. 54′. 38″.
☊ =	42°. 59′. 28″.	48°. 31′. 29″.
L. sin. ☊C =	9, 943122	9, 927995
L. sin. ☊ =	9, 833710	9, 874621
L. tang. ☊C =	9, 776832	9, 802616
L. cof. ☊ =	10, 261847	10, 202702
L. tang. ☊*c* =	9, 864190	9, 821052
L. sin. C*c* =	10, 126037	10, 023754

Also

	A.	B.
Also die heliocentrische Breite = Cc =	36°. 44′. 20″.	39°. 24′. 10″.
und ☊c =	1ˢ. 23°. 12′. 0″.	1ˢ. 16°. 34′. 0″.
addirt die Länge des ☊ =	1. 15. 24′. 41″.	1. 16. 20′. 45″.
heliocentrische Länge { des Cometen =	3ˢ. 8°. 36′. 41″.	3. 2°. 54′. 45″.
heliocentrische Länge { der Erde =	4. 29°. 30′. 40″.	1. 29°. 30′. 40″.
F. 12. Der Winkel TSc =	1ˢ. 20°. 53′. 59″.	1. 26°. 35′. 55″.
Summe der Winkel =	129°. 6′. 1″.	123°. 24′. 5″.
halbe Summe =	64°. 33′. 0″.	61°. 42′. 2″.
L. SC =	4, 661917	4, 669659
L. sin. CSc =	9, 776824	9, 802615
L. cos. CSc =	9, 903833	9, 888012
L. Cc =	4, 438741	4, 472274
L. Sc =	4, 565750	4, 557671
von L. ST =	4, 995309	4, 995309
L. tang. =	10, 429559	10, 437638
der Winkel =	69°. 35′. 57″.	69°. 56′. 42″.
abgezogen	45.	45
	24. 35′. 57″.	24°. 56′. 42″.
L. tang. =	9, 660692	9, 667583
L. tang. ½ Summe =	10, 322480	10, 268869
L. tang. ½ Differenz =	9, 983172	9, 936452
halbe Differenz =	43°. 53′. 25″.	40°. 49′. 25″.
halbe Summe =	64. 33′. 0.	61. 42. 2
der Winkel STc =	20°. 39′. 35″.	20. 52′. 37″.
addirt die Länge der Sonne =	10ˢ. 29°. 30′. 40″.	10ˢ. 29°. 30′. 40″.
geocentrische Länge des Cometen =	11ˢ. 20°. 10′. 15″.	11ˢ. 23°. 20′. 17″.

Da nun die beobachtete Länge 11ˢ. 19°. 57′. 0″ gewesen ist, so scheinet die wahre Bahn ausser diesen zwey gemachten Hypothesen zu fallen, so, daß man setzen sollte: Gz = 56000. Die Breite zu finden, ist $Tz = \frac{Sc \text{ sin. } TSc}{\text{sin. } STc}$, also:

L. Sc

L. Sc =	4, 565750	4, 556771
abgezogen L. sin. STc =	9, 547550	9, 551890
	5, 018200	5, 005781
addirt L. sin. TSc =	9, 889887	9, 921600
L. Tc =	4, 908087	4, 927381
von L. Cc =	4, 438741	4, 472274
L. tang. der Breite =	9, 530654	9, 544893
geocentrische Breite =	18°. 44'. 50".	19°. 19'. 30".

Die Beobachtung der Breite giebt 19°. 10'. 56", und so sollte die wahre Bahn, in obige Bestimmungen fallen. Es scheinet aber, daß die Breite mehr Glauben verdienet, als die Länge; würden jedoch beyde als gleich genau angenommen, und die Fehler ebenmäßig vertheilet, so müßte man die Hypothese A für die wahre halten. Uebrigens haben die Fehler der Beobachtungen, einen sehr großen Einfluß auf die Bestimmung der Laufbahn, sie mögen so klein, als immer möglich ist angenommen werden, und dieses ist die einzige Ursache, warum die Cometen Bahn keine genauere Angebung zuläßt.

Unterdessen kann man doch sicher behaupten, daß der Comet in einer sehr eccentrischen Ellypse sich bewege, woraus die Entfernung im Aphelio $= \frac{ab}{2a - b}$, und die halbe Zwerchachse $= \frac{a^2}{2a - b} = c$.

	A.	B.
Also, von 2 La =	8, 714284	4, 680828
abgezogen L. (2a — b) =	2, 632458	1, 924280
L. c =	6, 080026	6, 756548
L. $\sqrt{c}$ =	3, 040013	3, 378274
L. $c\sqrt{c}$ =	9, 120039	10, 134822
abgezogen L. $c\sqrt{c}$ =	7, 500000	7, 500000
	1, 620039	2, 634822
	J.	J.
die periodische Zeit wäre also	41, 69	431, 34

Dieser Comet ist der Sonne in seinem Perihelio näher gekommen, als Merkur in dem seinigen; dann in diesem Falle ist die Entfernung des letzteren von der Sonne = 30740; die Distanz des Cometen aber war 22000, folglich jene zu dieser beynahe wie 7 zu 5.

Bestimmen wir nun auch die Zeit, wenn der Comet durch den absteigenden Knoten gegangen ist; die entsprechende wahre Anomalie sey:

	A.	B.
$v =$	27°. 31'. 12".	28°. 21'. 52".

Da aber $\frac{1}{2}$ v sehr klein, kann man den Werth von $t + \frac{1}{3} t^3$, beynahe parabolisch rechnen, und da ist:

	A.	B.
L. $(t + \frac{1}{3} t^3 + \&c.) =$	9, 397478	9, 411748
addirt L. $\frac{a^2}{m\sqrt{b}} =$	0, 951359	0, 925975
	0, 348837	0, 337723
Periodische Zeit in Tägen =	2, 2327	2, 1764
oder auch, =	2^d. 5^h. 45'.	2^d. 4^h. 13'.
addirt die Zeit des Perihel. März	1^d. 12^h. 52'.	1^d. 16^h. 28'.
der Com. gieng durch den abnehm. Kn. im März	3^d. 18^h. 37'.	3^d. 20^h. 41'.

Es ist also der Comet, den 4ten März gegen Aufgang der Sonne, durch die Ecliptik auf der Mittag Seite gegangen, und seine Bewegung war so schnell, daß er binnen zween Tagen beynahe 30 Grade in seiner Bahn zurücke geleget hat. Die Zeit, wenn er durch den aufsteigenden Knoten gegangen ist, kann übrigens nicht so genau bestimmet werden, weil der geringste Fehler, wegen seiner allzu großen wahren Anomalie 151°. einen beträchtlich großen, in der Laufbahn hervorbringen würde; unterdessen läßt sich aus der Hypothese B abnehmen, daß der Comet am 7ten August 1743 durch selben Knoten gegangen sey.

Ob nun gleich die Laufbahn, durch diese Methode ziemlich genau ist bestimmt worden, so kann dieses doch, durch eben die gebrauchten Beobachtungen noch viel genauer geschehen, wenn man so verfährt, wie ich in den Miscel. Berol. VII. Band die Anleitung gegeben habe, wo ich zeigte, wie eine schon beynahe bekannte Cometen Bahn durch die Beobachtungen zu verbessern seye. Setzen wir also eine, mit der wahren ziemlich eintreffende parabolische Laufbahn, welche diese vier Bedingnisse hat:

	angenommene Laufbahn	wahre Laufbahn
Entfern. von ☉ in Perihel.	22000	22000 — α
$b : a$	2 : 1	$2 - \frac{\beta}{10000} : 1$
Zeit des Perihelium	1^T. 6^h. $0'$	1^T. 6^h. γ'
Distanz des Perihelium von ☊	151°.	151°. δ
heliocentrische Länge des ☊ —	1^s. 16°.	1^s. 16° — ε
Neigung der Bahn	45°	45° + ζ.

Um die Werthe der Linien α; β; γ; δ; ε; ζ; zu bestimmen, mache ich sechs Hypothesen, deren jede in einem einzigen Stück von der angenommenen Cometen Bahn abweichet; diese Hypothesen sind:

Hy-

Hypothese I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
22000	22000	22000	22000	22000	22000
2 : 1	2 : 1	2 : 1.	2 : 1	2 : 1	$2 - \frac{50}{10000} : 1$
$1^{T}.\ 6^{h}.$	$1^{T}.\ 6^{h}.$	$1^{T}.\ 6^{h}.$	$1^{T}.\ 18^{h}$	$1^{T}.\ 6^{h}.$	$1^{T}.\ 6^{h}.$
151°.	151°.	152°	151°.	151°.	151°
1′. 16°.	1′. 15°	1′. 16°.	1′. 16°.	1′. 16°	1′. 16°
50°	45°.	45°	45°.	45°.	45°.

Nach diesem erwähle ich vier mit aller Achtsamkeit angestellte Beobachtungen, und berechne für die entsprechenden Zeiten, die zugehörigen Längen und Breiten des Cometen aus der angenommenen Laufbahn sowohl, als aus den Hypothesen; und aus den Unterscheid einer jeden Hypothese von der angenommenen Bahn, läßt sich der Ort des Cometen bestimmen, welchen die wahre Laufbahn geben würde; und dieser mit der Beobachtung verglichen, giebt eine Gleichung. Da aber nur sechs Gleichungen erfodert werden, so übergehen wir aus den vier Beobachtungen zwey Breiten des Cometen, weil sie ohnehin durch die übrigen bestimmet sind: und auf diese Art vollendete ich eine Berechnung, die ich wegen allzu großer Weitläuftigkeit nicht hieher setzen will, und welche mir endlich folgende sechs Gleichungen gab:

I. Aus der beobachteten Länge von 13 Dec. $8^{h}.\ 40'$.

$$483\,\zeta + 9383\,\varepsilon - 6366\,\delta - 46\,\gamma + 335\,\alpha + 4220\,\beta - 41000 = 0.$$

II. Aus der beobachteten Länge von 3ten Jänner $6^{h}.\ 17'$.

$$1550\,\zeta + 6116\,\varepsilon - 3716\,\delta - 130\,\gamma + 179\,\alpha + 3620\,\beta - 124000 = 0$$

III. Aus der beobachteten Breite von 3ten Jänner $6^{h}.\ 17'$

$$1260\,\zeta + 1566\,\varepsilon + 6866\,\delta - 88\,\gamma - 495\,\alpha - 1380\,\beta - 421000 = 0$$

IV. Aus der beobachteten Länge vom 18 Jänner $7^{h}.\ 57'$.

$$1517\,\zeta + 3883\,\varepsilon - 1233\,\delta - 188\,\gamma + 63\,\alpha + 2640\,\beta - 156000 = 0$$

V. Aus der beobachteten Breite, von 18 Jänner $7^{h}.\ 57'$.

$$1257\,\zeta - 1566\,\varepsilon + 5583\,\delta - 86\,\gamma - 459\,\alpha - 1100\,\beta - 378000 = 0$$

VI. Aus der beobachteten Länge, vom 18 Hornung $6^{h}.\ 43'$.

$$1140\,\zeta - 1817\,\varepsilon + 1733\,\delta - 544\,\gamma - 250\,\alpha + 560\,\beta - 131000 = 0$$

Aus diesen Gleichungen entstehen folgende sechs Werthe von ζ, nämlich:

$$0 = \zeta + 19{,}426\,\varepsilon - 13{,}180\,\delta - 0{,}0952\,\gamma + 0{,}6936\,\alpha + 8{,}737\,\beta - 84{,}886.$$
$$0 = \zeta + 3{,}946\,\varepsilon - 2{,}397\,\delta - 0{,}0838\,\gamma + 0{,}1154\,\alpha + 2{,}335\,\beta - 80{,}000.$$
$$0 = \zeta - 1{,}243\,\varepsilon - 5{,}449\,\delta - 0{,}0705\,\gamma - 0{,}3930\,\alpha - 1{,}100\,\beta - 334{,}127.$$
$$0 = \zeta + 2{,}259\,\varepsilon - 9{,}813\,\delta - 0{,}1239\,\gamma + 0{,}0415\,\alpha + 1{,}740\,\beta - 102{,}834.$$
$$0 = \zeta - 1{,}246\,\varepsilon + 4{,}442\,\delta - 0{,}0684\,\gamma - 0{,}3651\,\alpha - 0{,}875\,\beta - 300{,}716.$$
$$0 = \zeta - 1{,}594\,\varepsilon + 1{,}520\,\delta - 0{,}4772\,\gamma - 0{,}2193\,\alpha + 0{,}291\,\beta - 114{,}912.$$

Man ziehe jede einzelne Gleichung von der ersten ab, so ist:

$$0 = 15,480\varepsilon - 10,783\delta - 0,0114\gamma + 0,5782\alpha + 6,402\beta - 4,886$$
$$0 = 20,699\varepsilon - 18,629\delta - 0,0247\gamma + 1,0866\alpha + 9,837\beta + 249,241$$
$$0 = 16,867\varepsilon - 12,367\delta + 0,0287\gamma + 0,6521\alpha + 6,997\beta + 17,948$$
$$0 = 20,672\varepsilon - 17,622\delta - 0,0268\gamma + 1,0587\alpha + 9,612\beta + 215,830$$
$$0 = 21,020\varepsilon - 14,700\delta + 0,3820\gamma + 0,9189\alpha + 8,246\beta + 30,026.$$

Hieraus folgen fünf Werthe für ε:

$$0 = \varepsilon - 0,6966\delta - 0,0007\gamma + 0,0373\alpha + 0,4135\beta - 0,3156$$
$$0 = \varepsilon - 0,9013\delta - 0,0012\gamma + 0,0526\alpha + 0,4776\beta + 12,0587$$
$$0 = \varepsilon - 0,7332\delta + 0,0017\gamma + 0,0387\alpha + 0,4148\beta + 1,0641$$
$$0 = \varepsilon - 0,8525\delta - 0,0013\gamma + 0,0512\alpha + 0,4650\beta + 10,4410$$
$$0 = \varepsilon - 0,6993\delta + 0,0182\gamma + 0,0437\alpha + 0,3923\beta + 1,4284.$$

Man ziehe jede Gleichung von der letzten ab, so ist:

$$0 = 0,0189\gamma - 0,0027\delta + 0,0064\alpha - 0,0212\beta + 1,7440$$
$$0 = 0,0194\gamma + 0,2020\delta - 0,0089\alpha - 0,0853\beta - 10,6303$$
$$0 = 0,0165\gamma + 0,0339\delta + 0,0050\alpha - 0,0225\beta + 0,3643$$
$$0 = 0,0195\gamma + 0,1532\delta - 0,0075\alpha - 0,0727\beta - 9,0126.$$

Man findet also auch vier Werthe von γ:

$$0 = \gamma - 0,1428\delta + 0,3386\alpha - 1,1217\beta + 92,275$$
$$0 = \gamma + 10,4124\delta - 0,4587\alpha - 4,4890\beta - 547,950$$
$$0 = \gamma + 0,2054\delta - 0,3030\alpha - 1,3636\beta + 22,078$$
$$0 = \gamma + 7,8564\delta - 0,3846\alpha - 3,7282\beta - 162,485.$$

Man ziehe die erste und dritte von der zweyten, und die erste von der vierten, so ist:

$$0 = 10,5552\delta - 0,7973\alpha - 3,3673\beta - 640,225$$
$$0 = 10,2070\delta - 0,7617\alpha - 3,1254\beta - 570,028$$
$$0 = 7,9992\delta - 0,7232\alpha - 2,6065\beta - 554,460.$$

Woraus dann drey Werthe von δ gefunden werden:

$$\delta = 0,07554\alpha + 0,31902\beta + 60,655$$
$$\delta = 0,07462\alpha + 0,30620\beta + 55,846$$
$$\delta = 0,09041\alpha + 0,32585\beta + 69,315.$$

Der mittlere, werde von beyden äußersten abgezogen, so ist:

$$0 = 0,00092\alpha + 0,01282\beta + 4,809$$
$$0 = 0,01579\alpha + 0,01965\beta + 13,469.$$

Hieraus erhält man zween Werthe für β:

$$\beta = -0,07176\alpha - 375,118$$
$$\beta = -0,80356\alpha - 685,492.$$

Der

Der letzte vom ersten abgezogen, giebt:

$0,73180\,\alpha + 310,374 = 0$, woraus dann:

$\alpha = -424,125$	L. $-\alpha = 2,627493$
$\beta = -344,680$	L. $-\beta = 2,537416$
$\delta = -81,345$	L. $-\delta = 1,910331$
$\gamma = -346,889$	L. $-\gamma = 2,540190$
$\varepsilon = +101,755$	L. $+\varepsilon = 2,007555$
$\zeta = +311,44$	L. $+\zeta = 2,493374$

Weil nun β negativ ist, so wird die Cometen Bahn eine Hyperbel, von folgenden sechs Elementen:

$a =$	22424
$b : a =$	$2 + \frac{344}{10000} : 1$
$b =$	45619
die Zeit des Perihel. =	1. 0. 14'. März. 1744. (t h)
Distanz des Perihel. vom ☊ =	149°. 39'.
heliocentrische Länge des ☊ =	1ˢ. 17°. 41'.
Neigung der Bahn =	50°. 11'.

Es erhellet aber hieraus, daß diese Bestimmungen von der Güte der Observationen größtentheils abhängen, deren geringste Veränderung, die gefundene Hyperbel, leicht in eine Ellypse verwandeln könnte. Ferners wäre auch die Berechnung so sorgfältig anzustellen, daß man nicht einmal einzelne Secunden vernachlässigte; welche Arbeit, bey nicht gar zu sicheren Beobachtungen, wohl niemand so leicht über sich nehmen würde. Es genügt mir dahero, eine Methode gegeben zu haben, durch welche, bey sehr genauen Observationen, die wahre Laufbahn kann gefunden werden, die weitere Berechnung kann ich also füglich anderen überlaßen.

Da sich nun aus Mangel gehöriger Beobachtungen die Laufbahn sehr genau nicht bestimmen läßt, so will ich diese Abhandlung schliessen, und nur bevor noch einige Anmerkungen, von dem beobachteten und künftigen Lauf dieses Cometen beyfügen. Und zwar schiene er weder die Ecliptik, noch den Equator geschnitten zu haben, sondern seine Breite, war während den Beobachtungen immer nördlich; und seine periodische Zeit, wenn er doch welche hat, muß viele Jahrhunderte betragen. Er hielt sich nur sechs Monate in dem nördlichen Theil des Himmels auf, die ganze übrige Zeit seiner langen Periode, hat er in dem südlichen Theil verweilet. Vom 7 August, wo er durch den aufsteigenden Knoten gieng, bis zum 25ten Hornung, hat er sich von der Ecliptik entfernet, und ist mit sehr großer Geschwindigkeit, schon den 4 März durch dem absteigenden Knoten gegangen, welche ungemein große Anomalie, gewiß ausser der newtonianischen Theorie, mit keiner anderen kann verbunden werden. Gegen das Ende der Erscheinung, ist sein scheinbarer Weg, von einem großen Cirkel sehr stark abgewichen, woraus erhellet, daß die Fläche, in welcher dieser Comet sich beweget hat, nicht durch den Mittelpunkt der Erde gegangen ist. Im absteigenden

Knoten, war er der Sonne näher, als Merkur, und stund diesem immer so nahe, daß wenn der Comet eine merkliche Anziehungskraft gehabt hätte, die Bewegung dieses Planeten, nicht wenig wäre verwirret worden: dann zu eben der Zeit war der Comet im 15° des Scorpions, und Merkur im 26°; und der Körper des Cometen, wenn wir seinen Durchmesser in gleicher Entfernung als die Sonne von der Erde auf eine Minute setzen, muß mehr als 30mal die Erde übertroffen haben. Es lohnet sich also der Mühe, zu untersuchen, ob die Bewegung des Merkur, mit den astronomischen Tafeln noch übereinstimmet.

Nach dem letzten Hornung, wo der Comet noch vor Aufgang der Sonne zu sehen war, verschwand er gänzlich, theils wegen Nähe der Sonne, theils wegen seiner verminderten nördlichen Breite, dann weil er nach dem vierten März in den südlichen Theil trat, so konnte er vor Sonnenaufgang über unsern Horizont sich nicht mehr erheben. In welchen Orten des Himmels er nachgehends sich aufhielt, kann aus dem angeführten leicht abgenommen werden. So zum Beyspiel mußte er den 15 April wieder nach Ordnung der Zeichen lauffen, und im 8° des Widders stehn, mit einer südlichen Breite von beynahe 30°; und da er von der Erde etwas weiter entfernt seyn wird, als diese von der Sonne ist, so muß er sich denen Südländern zeigen, welche ihn, nach den 4ten März, vor Sonnenaufgang, in großen Glanz sehen mußten. Wären also daselbst Astronomen, so könnten sie die Beobachtungen des Cometen noch lange fortsetzen, und vielleicht bis nach Ende July, wenn sie mit guten Fernröhren versehen wären. Dann seine Länge vom ersten July mußte seyn ♈. 27°. die südliche Breite 48°., den sechsten September ♈. 3°. die Breite 53°; und seine Entfernung von der Erde, wird sich zur Distanz von der Sonne verhalten, wie 2, 5 zu 1, dahero man ihn nur durch sehr gute Röhre wird sehen können. Solche, im südlichen Theile der Erde, angestellte Beobachtungen wären sehr nützlich, weil aus ihnen noch manches könnte ergänzet, und nachgeholet werden, welches uns an der Kenntniß seiner Bahn noch abgehet; und es wäre sehr zu wünschen, daß um selbe Zeit, ein erfahrner Beobachter, auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung sich befände, von dessen Geschicklichkeit, solche nützliche Beobachtungen zu erwarten wären.



An-

Anhang.

Anhang.

§. 1. Da ich die vorhergehende Abhandlung schon vollendet, und die nach meiner Theorie, durch angeführte Beobachtungen bestimmte Cometen Bahn an die königl. Gesellschaft der Wissenschaften von Paris geschicket hatte; war der berühmte Hr. Cassini so gütig, mir alle seine Beobachtungen von diesem Cometen mitzutheilen, um meiner Absicht, die Theorie durch Observationen zu prüfen, Genüge zu leisten. Die Beobachtungen sind folgende:

		Mittlere	Zeit.	Paris.	Länge	des	Cometen.		Breite	des	Cometen
1743.	Decemb.	21^T.	6^h.	58′	0ˢ.	22°.	23′.	0″	16°.	18′.	57″
		30.	5.	54	0.	16.	29.	38	17.	12.	55″
1744.	Jenner.	1.	5.	41	0.	15.	19.	35	17.	23.	23
		3.	5.	28	0.	14.	11.	18	17.	32.	39
		4.	5.	21	0.	13.	38.	11	17.	37.	27
		5.	5.	14	0.	13.	5.	57	17.	42.	16
		6.	5.	8	0.	12.	34.	44	17.	46.	20
		7.	5.	2	0.	12.	3.	12	17.	51.	23
		8.	4.	55	0.	11.	33.	8	17.	55.	50
		10.	9.	42	0.	10.	24.	34	18.	5.	14
		11.	9.	1	0.	9.	58.	40	18.	9.	35
		12.	9.	11	0.	9.	31.	15	18.	13.	26
		13.	7.	52	0.	9.	5.	30	18.	17.	4
		16.	8.	43	0.	7.	45.	15	18.	30.	26
		17.	7.	41	0.	7.	20.	58	18.	34.	22
		18.	7.	0	0.	6.	56.	46	18.	38.	2
	Febr.	1.	7.	55	0.	1.	9.	54	19.	34.	0
		5.	7.	49	0.	0.	18.	26	19.	42.	53
		7.	7.	55	11.	28.	16.	22	19.	53.	54
		10.	7.	17	11.	26.	32.	1	19.	56.	23
		11.	5.	47	11.	25.	52.	51	19.	57.	35
		12.	5.	51	11.	25.	12.	45	19.	56.	4
		13.	5.	39	11.	24.	28.	25	19.	53.	15
		15.	6.	46	11.	22.	46.	47	19.	44.	15
		16.	6.	19	11.	21.	54.	54	19.	36.	0
		17.	6.	30	11.	20.	55.	51	19.	23.	0
		18.	6.	3	11.	19.	54.	0	19.	10.	30
		23.	5.	34	11.	13.	12.	44	16.	41.	3
		24.	5.	47	11.	11.	36.	30	15.	48.	4
		25.	5.	22	11.	9.	52.	46	14.	39.	7
		29^T.	18^h.	44′	11ˢ.	2°.	31′.	59″	6°.	28′.	21″

§. 2. Ueberhaupt betrachtet, wird unsere Theorie durch diese Beobachtungen fürtreflich erwiesen. Dann da der Comet vom Anfange seiner Erscheinung bis auf den 18 Hornung fast immer die nämliche Breite gehabt, sich auch in die Länge sehr langsam bewegt hat, so wendete er sich plötzlich gegen die Ecliptik, und beschleunigt seine Bewegung in die Länge. Hieraus ist abzunehmen, wie er schon vor dem 4ten März in die Ecliptik kommen konnte, wie es auch die Theorie verlangte. Und wenn man auf die Zeiten der Observationen, die Orte des Cometen, nach unseren Elementen berechnet, so wird sich kaum ein merklicher Unterschied ergeben, welches anzeigt, daß wir der Natur der Cometen Bahn ziemlich nahe gekommen sind.

§. 3. Was aber besonders zu diesem Anhange Gelegenheit gab, ist die Bemerkung, daß aus angeführten Beobachtungen, die von uns berechnete Laufbahn leicht kann verbessert, und der Wahrheit näher gebracht werden. Zu dieser Absicht könnte selbst jene Methode gebraucht werden, deren wir uns vorhin bedienet haben, weil sie aber sehr nahe Beobachtungen voraussetzet, so würden uns die vielen, und weit entfernte Observationen wenig nützen, obgleich diese zwey Bedingnisse zu Bestimmung einer Cometen Bahn sehr wesentlich sind; wir bedarfen aber auch dieser Methode nicht mehr, da die Laufbahn uns schon bekannt ist, und wir eine andere Anleitung für solche Fälle gegeben haben

§. 4. Unterdessen hat aber auch, die von uns zu Bestimmung einer Cometen Bahn gebrauchte Methode nicht geringe Schwierigkeiten. Erstlich, erfodert sie sehr lange, und verdrüßliche Berechnungen, und die Menge der unbekannten Größen, welche aus den Abweichungen von der Observation sollen bestimmet werden, machen die Ausführung nicht nur beschwerlich, sondern auch wegen viel vernachläßigten Größen, sehr ungewiß; und ob diese gleich so geringe sind, daß jede einzeln ohne großen Fehler kann weggelassen werden, so könnten doch alle zusammengenommen, einen merklichen Irrthum verursachen. Dieses bewog mich eine andere Methode zu suchen, durch welche eine schon halb bekannte Laufbahn, nicht allein leicht, und behende kann verbessert werden, sondern die auch zugleich weniger unbekannte Größen fodert; und ich schmeichle mir, eine solche Methode gefunden zu haben.

§. 5. Damit wir aber nicht alle sechs Bestandtheile der Cometen Bahn zugleich in die Rechnung bringen, so wollen wir aus ihnen nur einige als bekannt annehmen, um durch sie aus den gegebenen geocentrischen Ort eines Cometen den heliocentrischen zu berechnen. Dieses aber kann füglich aus der Lage der Knoten Linie, und der Neigung gegen die Ecliptik geschehen; dann wenn diese zwey Stücke bekannt sind, so ist hieraus der heliocentrische Ort, nebst der Entfernung von der Sonne leicht zu finden, nach einer Methode, die zwar schon bekannt ist, bey den Planeten aber wegen ihrer gar geringen Neigung auf die Ecliptik sich nicht wohl anwenden läßt, es sey dann, man habe Beobachtungen, die bis auf einzelne Secunden richtig sind; sollte aber die Inclination ganz verschwinden, so fände man gar nichts aus dieser Methode; und überhaupt, je geringer die Neigung, um so unsicherer ist die Berechnung nach dieser Methode. Dahero sie bey den Cometen, mit ungemeinen Vortheil kann gebraucht werden, weil diese unter sehr großen Winkeln, sich gegen die Ecliptik neigen.

§. 6. Wenn wir also die Lage der Knoten Linie samt der Inclination der Laufbahn als bekannt annehmen, so läßt sich aus jedem beobachteten Orte der wahre Ort durch nach-

folgen-

folgende Aufgabe finden; und obgleich beyde Stücke uns nur beynahe bekannt sind, so schadet doch dieses der Genauigkeit dieser Auflösung nichts, weil wir nachgehends eine Methode anführen werden, wie eine schon beynahe bekannte Laufbahn durch drey Beobachtungen noch genauer zu bestimmen ist.

1. Aufgabe Fig. 13.

Aus der Lage der Knoten Linie, und der Neigung einer Cometen Bahn gegen die Ecliptik, für jeden beobachteten geocentrischen Ort die heliocentrische Länge, samt dem Abstand von der Sonne finden.

Auflösung.

§. 7. Man berechne für die gegebene Zeit den Ort der Sonne, und die Entfernung ST $= c$ von der Erde; und da die Lage der Knoten Linie SN bekannt ist, so wird es auch der Winkel TSN $= s$ seyn. Ferners werde nach der beobachteten Länge des Cometen, die Linie TN gezogen, welche die Knotenlinie in N schneide, so ist der Winkel STN der Unterschied zwischen den Längen der Sonne, und des Cometen, folglich bekannt. Man setze nun STN $= t$, so wird SNT $= 180^\circ - s - t. = n$, und im Dreyecke STN wegen allen bekannten Winkeln samt der Seite ST $= c$ findet man TN $= \frac{\text{ST fin. } s}{\text{fin. } n}$, und SN $= \frac{\text{ST fin. } t}{\text{fin. } n}$. Nach diesen Voraussetzungen sey der Comet in C, wovon ein Loth Cc auf die Fläche der Ecliptik TSN falle, so ist CT$c = p$ die geocentrische Breite; aus c werde auf SN der Perpendikel cP gezogen, und mit CP verbunden, so stellt der Winkel CP$c = i$ die Neigung gegen die Ecliptik vor, woraus nun der Punkt C bestimmet wird. Dann wenn cN $= x$, und TN $= \frac{c \text{ fin. } s}{\text{fin. } n} = a$ so ist T$c = a - x$. Ferners im Dreyecke cNP ist cP $= x$ fin. n, und im Dreyecke CPc wird C$c = x$ fin. n tang. i, wie auch aus dem Dreyeck CTc wird C$c =$ $(a - x)$ tang. p, vergleicht man beede Werthe, so ist:

$$x = \frac{a \text{ tang. } p}{\text{tang. } p + \text{fin. } n \text{ tang. } i} = c\text{N. und T}c = \frac{a \text{ fin. } n \text{ tang } i}{\text{tang. } p + \text{fin. } n. \text{ tang. } i}$$

$= \frac{c \text{ fin. } s \text{ tang. } i}{\text{tang. } p + \text{fin. } n \text{ tang. } i}$, woraus TC $= \frac{c \text{ fin. } s \text{ tang. } i}{\text{fin. } p + \text{fin. } n \text{ . cof. } p \text{ . tang. } i}$, welches die Entfernung des Cometen von der Erde ist. Aus dem gefundenen Werthe von cN $= x$, wird PN $= x$ cof. n; und cP $= x$ fin. n; wie auch SP $=$ SN $-$ NP, woraus tang. cSN $= \frac{c\text{P}}{\text{SP}}$, und S$c = \frac{c\text{P}}{\text{fin. } c\text{SN}} = \frac{\text{SP}}{\text{cof. } c\text{SN}}$. Ferners wird auch tang. CS$c = \frac{\text{C}c}{\text{S}c}$ und folglich kennet man die heliocentrische Breite CSc, aus welcher die Entfernung des Cometen von der Sonne SC $= \frac{\text{C}c}{\text{fin. CS}c} = \frac{\text{S}c}{\text{cof. CS}c}$. Endlich, weil $\frac{\text{SP}}{\text{SC}} =$ cof.

CSN, so zeigt dieser Winkel die heliocentrische Weite des Cometen, vom Knoten N. Da nun die Fläche der Cometen Bahn gegeben ist, so wird aus dem Winkel NSC und der Linie SC, der wahre, aus der Sonne gesehene Ort des Cometen gefunden.

1. Folgerung.

§. 8. Da $\frac{C \text{ sin. } s}{\text{sin. } n} = a$; so ist $x = cN = \frac{c \text{ sin. } s. \text{ tang. } p}{\text{sin. } n . (\text{tang. } p + \text{sin. } n . \text{tang. } i)}$ und $cP = \frac{c . \text{sin. } s. \text{ tang. } p}{(\text{tang. } p + \text{sin. } n . \text{tang. } i)}$; folglich $CP = \frac{c . \text{sin. } s . \text{tang. } p . \text{cos. } i}{\text{tang. } p + \text{sin. } n . \text{tang. } i}$. Ferners ist $PN = \frac{c . \text{sin. } s . \text{tang. } p . \text{cot. } n}{\text{tang. } p + \text{sin. } n . \text{tang. } i}$, welcher Werth von $SN = \frac{c \text{ sin. } t}{\text{sin. } n}$ abgezogen, zurückläßt $SP =$

$$\frac{c . (\text{sin. } t. \text{ tang. } p + \text{sin. } n . \text{sin. } t . \text{tang. } i - \text{cos. } n . \text{sin. } s . \text{tang. } p)}{\text{sin. } n . (\text{tang. } p + \text{sin } n . \text{tang. } i)}$$

Weil aber $\text{sin. } t = \text{sin. } n . \text{cos. } s + \text{cos. } n . \text{sin. } s$, so ist $SP = \frac{c \ (\text{cos. } s . \text{tang. } p + \text{sin. } p . \text{tang. } i)}{\text{tang. } p + \text{sin. } n . \text{tang. } i .}$.

2. Folgerung.

§. 9. Weil nun $\frac{CP}{SP}$ die Tangente des Winkels CSN giebt, so ist, tang. CSN $= \frac{\text{sin. } s . \text{tang. } p}{\text{cos. } i . \text{cos. } s . \text{tang. } p + \text{sin. } t . \text{sin. } i}$, woraus dann, cot. CSN $= \frac{\text{cos. } i}{\text{tang. } s} + \frac{\text{sin. } t. \text{ sin. } i}{\text{sin. } s. \text{ tang. } p}$; es wird also, aus den Winkeln s, t, i, und p, die Elongation des Cometen, vom Knoten, oder der Winkel CSN gefunden.

3. Folgerung.

§. 10. Man setze den gefundenen Winkel CSN $= m$, so daß $\text{cot. } m = \frac{\text{cos. } i}{\text{tang. } s} + \frac{\text{sin. } t. \text{ sin. } i}{\text{sin. } s. \text{ tang. } p}$; so wird, $\frac{\text{sin. } i}{\text{tang. } p} = \frac{\text{sin. } s \text{ cot. } m}{\text{sin. } t} - \frac{\text{sin. } s. \text{ cos. } i}{\text{sin. } t. \text{ tang. } s}$. Weil wir nun gefunden haben, $CP = \frac{c. \text{ sin. } s. \text{ tang. } p : \text{cos. } i}{\text{tang. } p + \text{sin. } n. \text{ tang. } i} = \frac{c. \text{ sin. } s}{\text{cos. } i + \text{sin. } n. \text{ sin. } i : \text{tang. } p}$, wenn dieser letzte Werth, anstatt $\frac{\text{sin. } i}{\text{tang. } p}$ gesetzt wird, so kömmt, $CP = \frac{c \text{ sin. } t}{\text{cos. } i . \text{cos. } n + \text{sin. } n. \text{ cot. } m}$.

4. Folgerung.

§. 11. Da ferners $\frac{CP}{\text{sin. } m} = SC$, so ist $SC = \frac{c. \text{ sin. } t}{\text{sin. } m \text{ cos. } n. \text{ cos. } i + \text{sin. } n. \text{cos. } m}$, und so wird aus der Entfernung der Erde von der Sonne $ST = c$, sammt den Winkeln

m, n, i und t die Entfernung SC des Cometen von der Sonne gefunden. Weil aber $\sin. m. \cos. n = \frac{1}{2} \sin. (m+n) + \frac{1}{2} \sin. (m-n)$; $\cos. m. \sin. n = \frac{1}{2} \sin. (m+n) - \frac{1}{2} \sin. (m-n)$ und $\frac{1+\cos. i}{2} = \cos.^2 \frac{1}{2} i$ und $\frac{1-\cos. i}{2} = \sin.^2 \frac{1}{2} i$, so ist: $CS = \frac{c \sin. t}{\sin. (m+n) \cos.^2 \frac{1}{2} i - \sin. (m-n). \sin.^2 \frac{1}{2} i}$.

5. Folgerung.

§. 12. Die Berechnung also würde füglicher angestellt werden, wenn man zuvor, folgende Werthe suchen wollte.

$$\cot. CSN = \frac{\cos. i}{\tang. s} + \frac{\sin. t. \sin. i}{\sin. s. \tang. p}$$

$$\frac{ST}{CP} = \frac{\cos. i}{\sin. s} + \frac{\sin. n. \sin. i}{\sin. s. \tang. p};$$

woraus dann, $SC = \frac{CP}{\sin. CSN}$.

6. Folgerung.

§. 13. Ist nun aber die Linie CP gefunden, so ergiebt sich hieraus leicht die Entfernung CT des Cometen von der Erde. Dann weil, $\sin. p = \frac{Cc}{cT}$ und $\sin. i = \frac{Cc}{CP}$, so ist $\frac{\sin. p}{\sin. i} = \frac{CP}{CT}$, dahero $CT = \frac{CP \sin. i}{\sin. p}$; wir brauchen aber zu unserem Vorhaben, die Entfernung des Cometen von der Erde nicht.

7. Folgerung.

§. 14. Wenn der Comet in der Ecliptik selbst beobachtet würde, daß dessen geocentrische Breite verschwindet, so ist, $\cot. CSN = \infty$, folglich verschwindet auch der Winkel CSN selbst, der Comet wird also in den Punkt N sich befinden, und seine Entfernung von der Sonne wird seyn $= \frac{c \sin. t.}{\sin. n}$.

8. Folgerung.

§. 15. Wenn die Erde in ihren Knoten ist, so wird der Winkel $TSN = s = o$; in welchem Fall sowohl CP als auch der Winkel CSN zu verschwinden scheinen. Aber alsdann wird auch $\tang. p + \sin. n. \tang. i = o$, so daß cP und CP dannoch bestimmte Werthe bekommen, obgleich ihre beiderseitige Größe sich nicht angeben läßt. Beobachtungen von dieser Art scheinen zu unserer Absicht zwar gänzlich überflüssig, sie sind es aber nicht, dann wenn die Lage der Knoten Linie bekannt ist, so kann hieraus die Neigung der Bahn zu-

verläßig bestimmet werden, welche ist, $\text{tang. } i = -\frac{\text{tang. } p}{\text{sin. } n}$, welches für die Planeten von ausgebreiteten Nutzen wäre.

9. Folgerung.

§. 16. Wenn der Winkel $n = o$, das heißt, wenn die von der Erden aus gesehene Länge des Cometen, mit der heliocentrischen Länge des Knoten übereinskömmt, so werden die Sinusse der Winkel s und t gleich seyn, und die Entfernung des Cometen von der Erde ist sodann, $TC = \frac{c. \text{sin. } s \text{ tang. } i}{\text{sin. } p}$ und $\text{cot. } CSN = \frac{\text{cos. } i}{\text{tang. } s} + \frac{\text{sin. } i}{\text{tang. } p}$; endlich, $\frac{ST}{CP} = \frac{\text{cos } i}{\text{sin. } s}$ oder $CP = \frac{\text{sin. } s}{\text{cos. } i} \cdot ST$.

10. Folgerung.

§. 17. Wenn der Comet zur Zeit der Opposition, oder Verbindung mit der Sonne ist beobachtet worden, so wird $\text{sin. } t = o$; und in diesem Falle ist: $\text{cot. } CSN = \frac{\text{cos. } i}{\text{tang. } s}$, und $\frac{ST}{CP} = \frac{\text{cos. } i}{\text{sin. } s} + \frac{\text{sin. } i}{\text{tang. } p}$, weil $\text{sin. } n = \text{sin. } s$.

11. Folgerung.

§. 18. Sollte endlich die Neigung des Cometen gegen die Ecliptik verschwinden, so daß $i = o$, so müßte auch die beobachtete Breite p nichts werden, und in diesem Falle, ließe sich nichts herausbringen, weil der Bruch $\frac{\text{sin. } i}{\text{tang. } p} = o$.

12. Folgerung.

§. 19. Aus den beobachteten geocentrischen Ort, kann man also immer dessen wahren Ort finden, das heißt: die heliocentrische Elongation von dem Knoten, nebst der Entfernung von der Sonne, ausgenommen die Erde stünde zu Zeit der Beobachtung nahe bey der Knoten Linie.

§. 20. Nimmt man also die Knoten Linie, und Neigung als bekannt an, so laßen sich aus drey beobachteten Orten des Cometen, die entsprechende drey wahre Orte in seiner Bahn finden. Und da man weiß, daß die Laufbahn ein Kegelschnitt ist, dessen einen Brennpunkt die Sonne einnimmt, so läßt sich aus diesen drey Punkten, die ganze krumme Linie, durch folgende Aufgabe bestimmen.

2. Fol-

2. Aufgabe. Fig. 14.

Aus drey gegebenen wahren Orten eines Cometen, samt dessen Entfernungen von der Sonne, die ganze Laufbahn finden; nämlich, die Lage der Sonnennähe, die Distanz von der Sonne, und den Parameter.

Auflösung.

§. 21. Die Tafel stelle die Fläche vor in welcher sich der Comet beweget, in S seye die Sonne, und ☊ s ☋ die Knoten Linie. F, G, und H sind die drey wahren Orte des Cometen in seiner Bahn, die bekannten Entfernungen von der Sonne sind, $SF = F$; $SG = g$; $SH = h$; durch vorhergehende Methode kennet man die Winkel FS☋; GS☋, und HS☋, aus welchen $FSG = \phi$; und $FSH = \psi$. Nach diesen Vorrichtungen, sey das Perihelium in A, die Axe der Laufbahn ASC; und die senkrechte Ordinate BS sey der halbe Parameter. Setzen wir nun $AS = a$; $BS = b$; $ASF = v$ die wahre Anomalie des Ortes F; so ist folglich $ASG = v + \phi$, und $ASH = v + \psi$, aber aus der Natur der Kegelschnitte, ist $f = \frac{ab}{a + (b - a)\cos v}$, woraus $a = \frac{bf \cos v}{b - f + f \cos v}$. Eben so aus dem zweyten Orte G ist: $a = \frac{bg \cos(v + \phi)}{b - g + g \cos(v + \phi)}$ und aus den dritten, ist: $a = \frac{bh \cos(v + \psi)}{b - h + h \cos(v + \psi)}$. Aus der ersten, und zweyten Gleichung wird, $(b - g) f \cos v = (b - f) g \cos(v + \phi) = (b - f) g (\cos v \cos \phi - \sin v \sin \phi)$, theilt man alles durch $\cos v$, so ist: $(b - g) f = (b - f) g \cos \phi - (b - f) g \sin \phi \tan v$, woraus dann: $\tan v = \cot \phi - \frac{f(b - g)}{g(b - f)} \text{cos. ac}\, \phi = \frac{1}{\tan \phi} - \frac{f(b - g)}{g(b - f) \sin \phi}$. Gleichfalls giebt die erste, und dritte Gleichung: $\tan v = \frac{1}{\tan \psi} - \frac{f(b - h)}{h(b - f) \sin \psi}$. vergleicht man beyde Werthe von $\tan v$, so wird:

$$\frac{1}{\tan \phi} - \frac{f(b - g)}{g(b - f) \sin \phi} = \frac{1}{\tan \psi} - \frac{f(b - h)}{h(b - f) \sin \psi}.$$

oder, $\frac{(b - f)}{f \tan \psi} - \frac{(b + g)}{g \sin \phi} = \frac{(b - f)}{f \tan \psi} - \frac{(b + h)}{h \sin \psi}$, woraus dann:

$$b = \frac{\frac{1}{\tan \phi} - \frac{1}{\sin \phi} - \frac{1}{\tan \psi} + \frac{1}{\sin \psi}}{\frac{1}{f \tan \phi} - \frac{1}{g \sin \phi} - \frac{1}{f \tan \psi} + \frac{1}{h \sin \psi}},$$

welche Formel leicht kann berechnet werden, und mit größerem Vortheile zu gebrauchen ist, als die gewöhnliche geometrischen Verzeichnungen so man von dieser Aufgabe hat. Aus dem halben Parameter b, läßt sich die

die Lage der Absiden Linie durch den Winkel v bestimmen, welcher aus einer von folgenden zwo Gleichungen gefunden wird:

$$\operatorname{tang.} v = \frac{1}{\operatorname{tang.} \phi} - \frac{f(b-g)}{g(b-f)\sin. \phi}; \quad \operatorname{tang.} v = \frac{1}{\operatorname{tang.} \phi} - \frac{f(b-h)}{h(b-f)\sin. \psi};$$ und

hieraus die Entfernung im Perihelio, $a = \frac{bf \cos. v}{b-f+f\cos. v}$, und auf solche Art bestimmt man die ganze Laufbahn.

1. Folgerung.

§. 22. Wenn wir aus obiger Gleichung: $(b-g) f = (b-f) g \cos. \phi - (b-f) g \sin. \phi \operatorname{tang.} v$, anstatt tang. v, den Werth von b suchen, so wird:

$$b = \frac{fg - fg \cos \phi + fg \sin. \phi \operatorname{tang.} v}{f - g \cos. \phi + g \sin. \phi \operatorname{tang.} v}.$$ Gleichfalls ist aus der dritten Beobachtung,

$$b = \frac{fh - fh \cos. \psi + fh \sin. \psi \operatorname{tang.} v}{f - h \cos. \psi + h \sin. \psi \operatorname{tang.} v},$$ vergleicht man nun beyde, so erhält man:

$$\begin{aligned} & g(1-\cos. \phi).(f-h\cos. \psi) + g(f-h\cos. \psi).\sin. \phi \operatorname{tang.} v \\ - & h(1-\cos. \psi)\ (f-g\cos. \phi) + gh(1-\cos. \phi).\sin. \psi \operatorname{tang.} v = 0 \\ & \qquad - h(f-g\cos. \phi) \sin. \psi \operatorname{tang} v \\ & \qquad - gh(1-\cos. \psi) \sin. \phi \operatorname{tang.} v \end{aligned}$$ oder,

$f(g-h) - g(f-h)\cos. \phi + h(f-g)\cos. \psi + g(f-h)\sin. \phi \operatorname{tang.} v - h(f-g) \sin. \psi \operatorname{tang.} v = o$ woraus dann gefunden wird:

$$\operatorname{tang.} v = \frac{f(h-g) - g(h-f)\cos. \phi + h(g-f)\cos. \psi}{h(g-f)\sin. \psi - g(h-f)\sin. \phi}.$$

2. Folgerung.

§. 23. Wenn der Winkel $\phi = 180$, so daß **FS**; **FG** in einer geraden Linie liegen, und $\sin. \phi = o$; $\operatorname{tang.} \phi = o$, wird $b = \dfrac{\frac{1}{\operatorname{tang.} \phi} - \frac{1}{\sin. \phi}}{\frac{1}{f \operatorname{tang.} \phi} - \frac{1}{g \sin. \phi}} = \dfrac{\cos. \phi - 1}{\frac{\cos. \phi}{f} - \frac{1}{g}}$.

Es ist aber $\cos. \phi = -1$, folglich, $b = \frac{2fg}{f+g}$, welches auf eine schon bekannte Eigenschaft der Kegelschnitte führet.

3. Folgerung.

§. 24. Wenn wir den allgemeinen Ausdruck des Parameters durch Linien andeuten, so erhalten wir folgenden Lehrsatz, welcher die Natur der Kegelschnitte nicht wenig erkläret:

Lehr-

Lehrsatz Fig. 15.

Wenn von drey beliebigen Punkten F; G; H eines Kegelschnittes, gerade Linien FS, GS, HS, auf den einen Brennpunkt S gezogen, und zwey davon G, H, mit dem dritten F durch die Linien GF, HF verbunden werden, und wenn man endlich aus G die Linie GTK parallel mit FS ziehet, welche die Linien HF, HS, in I und k schneiden; so ist: GI zu (SK + KG — SG), wie SF zum halben Parameter.

Beweis.

§. 25. Man heiße wie vorhin, die Entfernungen FS $= f$; GS $= g$; HS $= h$. und die Winkel FSG $= \phi$; FSH $= \psi$; ferners falle aus S auf GIK das Loth SL $= r$. Da nun die Winkel GSL; KSL die Ergänzungen der Winkel ϕ und ψ sind, so ist GL $= \frac{r}{\text{tang. } \phi}$; KL $= \frac{r}{\text{tang. } \psi}$; SG $= \frac{r}{\text{sin. } \phi}$; SK $= \frac{r}{\text{sin. } \psi}$. Hieraus nun wird SK + KG — SG $= \frac{r}{\text{sin. } \psi} + \frac{r}{\text{tang. } \phi} - \frac{r}{\text{tang. } \psi} - \frac{r}{\text{sin. } \phi}$. Man ziehe KM parallel mit HF; so ist, SH : SK = SF : SM oder, $h : \frac{r}{\text{sin. } \psi} = f :$ SM; woraus dann SM $= \frac{fr}{h \text{ sin. } \psi}$, folglich FM = IK $= f - \frac{fr}{h \text{ sin. } \psi} = \frac{fr}{r} - \frac{fr}{h \text{ sin. } \psi}$. Weil aber SG $= \frac{r}{\text{sin. } \phi} = g$ so ist $r = g \text{ sin. } \phi$, und hieraus IK $= \frac{fr}{g \text{ sin. } \phi} - \frac{fr}{h \text{ sin. } \psi}$. Folglich, GI = KG — KI $= \frac{r}{\text{tang. } \phi} - \frac{r}{\text{tang. } \psi} - \frac{fr}{g \text{ sin. } \phi} + \frac{fr}{h \text{ sin. } \psi}$, da wir aber gefunden haben, $b =$

$$\frac{\frac{1}{\text{tang. } \phi} - \frac{1}{\text{sin. } \phi} - \frac{1}{\text{tang. } \psi} + \frac{1}{\text{sin. } \psi}}{\frac{1}{f \text{ tang.} \phi} - \frac{1}{g \text{ sin. } \phi} - \frac{1}{f \text{ tang. } \psi} + \frac{1}{h \text{ sin. } \psi}} =$$

$$\frac{\frac{r}{\text{tang. } \phi} - \frac{r}{\text{sin. } \phi} - \frac{r}{\text{tang. } \psi} + \frac{r}{\text{sin. } \psi}}{\frac{r}{\text{tang. } \phi} - \frac{r}{g \text{ sin. } \phi} - \frac{r}{\text{tang. } \psi} + \frac{fr}{h \text{ sin. } \psi}} . f,$$

so ist der halbe Parameter, $b = \frac{\text{SK} + \text{KG} - \text{SG}}{\text{GI}} . \text{SF}$, folglich GI : SF = SK + KG — SG zum halben Parameter.

§. 26. Bisher haben wir die zwischen den Beobachtungen verflossenen Zeiten nicht betrachtet; jetzt aber können wir aus der schon bekannten Laufbahn die Zeiten bestimmen, in welchen der Comet vom Perihelium A zu jeden der drey Punkte F, G, H. gelangen

mußte, woraus dann die Zeit von einer Beobachtung zu der andern sich von selbst ergiebt. Stimmen nun diese Zeiten mit den beobachteten überein, so ist es ein gewisses Zeichen, daß die Lage der Knoten Linie, und die Neigung der Bahn richtig angenommen sey; weichen sie aber von den beobachteten ab, so zeigt dieses, daß in einem von beyden Stücken ist gefehlet worden. Ist dieser Fehler nicht sehr beträchtlich, (und er kann es nicht seyn, weil wir diese Elementen schon durch die erste Methode ziemlich genau kennen,) so läßt er sich durch seine Abweichung von den Beobachtungen selbst verbessern, und weil wir zwey Unterschiede der Zeit haben, die mit den berechneten können verglichen werden, so entstehen hieraus zwey Gleichungen, durch welche die begangenen Fehler zu verbessern sind. Man bedarf also nur drey Beobachtungen, um die wahre Bahn eines Cometen zu bestimmen.

§. 27. Kennet man nun einmal durch vorhergehende Methode die Laufbahn des Cometen überhaupt, so weiß man auch die Lage der Knoten Linie, und die Neigung gegen die Ecliptik mit hinlänglicher Genauigkeit, für unsere Absicht. Man dürfte selbst die Berechnung nicht mit vieler Strenge führen, sondern eine geometrische Verzeichnung wäre ebenfalls genug, und würde das ganze Verfahren nicht wenig abkürzen. Ist man endlich so weit gekommen, daß man die Lage der Knoten Linie, und die Neigung ziemlich beynahe weiß, so kann man sich gleich folgender Methode bedienen.

3. Aufgabe.

Aus der schon beyläufig bekannten Knoten Linie, und der Neigung auf die Ecliptik die wahre Laufbahn durch drey Beobachtungen genau bestimmen.

Auflösung.

§. 28. Die durch vorhergehende Methode gefundene Länge des aufsteigenden Knoten sey $= l$, und die Neigung der Bahn auf die Ecliptik $= n$. Man wähle sich nun drey Hypothesen, in der ersten heiße die Länge des Knoten, und die Neigung wie vorhin; in der zweyten sey die Länge $= l$ die Neigung aber $n + \eta$, (wo man für η einen, zwey, oder mehr Grade kann gelten laßen, nachdem man den Fehler kleiner, oder größer schätzet;) In der dritten endlich heisse die Länge des Knoten $l + \lambda$ und die Neigung $= n$, (allwo von λ eben das gilt, was von η gesagt worden.) je genauer man also die Werthe von l und n kennet, desto kleiner darfen η und λ angenommen werden, wenn nur die wahre Laufbahn in den drey Hypothesen enthalten ist. Ferners suche man drey sehr weit von einander entfernte Beobachtungen, wo man aber sorgen muß, keine solche zu nehmen, wo die Erde der Knoten Linie schon nahe gestanden hat.

Für die Zeiten dieser Beobachtungen werden die Orte der Sonne, nebst ihren Distanzen von der Erde berechnet, und nach der ersten Aufgabe dieses Anhanges für jede Hypothese, die Entfernungen des Cometen von der Sonne, und seine Elongationen von der Knoten Linie; ist dieses geschehen, so suche man durch die vorhergehende Aufgabe die Laufbahn des Cometen für jede Hypothese, wo wir dann drey verschiedene Bahnen bekommen, zwischen welchen die wahre enthalten seyn muß. Um diese zu bestimmen, suche man die zwischen den Beobachtungen verflossenen Zeiten, nach einer jeden Hypothese. Es sey also T die

die Zeit von der ersten, zu der zweyten Beobachtung, die aus der ersten Hypothese gefunden wird; $T + p$ die Zeit aus der zweyten, $T + q$ die Zeit aus der dritten Hypothese; die beobachtete Zeit sey aber $T + k$; ferners in der wahren Laufbahn sey die Länge des aufsteigenden Knoten $l + x$, die Neigung $n + y$, so setze man:

	I. Hypothese	II.	III.	wahre Laufbahn
Länge des Knoten =	l	l	$l + \lambda$	$l + x$
Neigung =	n	$n + \eta$	n	$n + y$
Zeit von der I zur II Beobachtung =	T	$T + p$	$T + q$	$T + k$

Nun kann man folgendermassen urtheilen. Wenn wir die Neigung n und η vermehren, so wird die Zeit T um p vergrössert, und der Zuwachs y der Neigung giebt den Zuwachs der Zeit $= \frac{py}{\eta}$: weil ferners die Vermehrung λ des Knoten die Zeit um q vermehret, so wird die Vermehrung x des Knoten l die Zeit um $\frac{qx}{\lambda}$ vergrössern; es ist folglich in der wahren Laufbahn die Zeit von der ersten zur zweyten Beobachtung, $= T + \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda}$, welches der beobachteten Zeit $T + k$ gleich seyn muß, also: $\frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda} = k$. Eine ähnliche Gleichung findet man aus der Zeit von der ersten zur dritten Beobachtung, und aus diesen giebt sich der Werth von x und y, wie auch die wahre Größe von $l + x$ und $n + y$. Da endlich aus dem Vergleich der drey angenommenen Hypothesen erhellet, was für eine Veränderung die Vermehrungen η und λ sowohl in dem Parameter b, als auch in der Entfernung im Perihelio a, ferners in der wahren Anomalie v für die erste Beobachtung, und in der Zeit vom Perihelio bis auf die erste Observation hervorgebracht haben, so kann man leicht aus x und y bestimmen, wie groß diese Vermehrungen seyn müßen. Und auf diese Art läßt sich der Parameter der wahren Laufbahn, die Entfernung im Perihelio von der Sonne sowohl, als von den Orten der Beobachtungen, und endlich die Zeit des Perihelium leicht finden.

1. Folgerung.

§. 29. Aus den gefundenen wahren Anomalien eines Cometen, für jede Beobachtung kann man die Zeit, um welche sie von dem Augenblicke des Perihelium unterschieden sind, ebenfalls angeben. Dann wenn die Entfernung von der Sonne im Perihelium $= a$, der hal-

halbe Parameter $= b$, die wahre Anomalie $= v$, so setze man: $\frac{2a - b}{b} = n$, wo n bey parabolischen Laufbahnen eine sehr kleine Zahl seyn wird; und $t =$ tang. $\frac{1}{2}v$, und suche den Werth von dieser Reihe:

$$S = t + \frac{1}{3}t^3 - \frac{2}{5}n t^5 + \frac{3}{7}n^2 t^7 - \frac{4}{9}n^3 t^9 + \frac{5}{11}n^4 t^{11}$$
$$+ \frac{1}{5}n^2 t^5 - \frac{4}{7}n^3 t^7 + \frac{6}{9}n^4 t^9 - \frac{6}{11}n^5 t^{11}$$

&c. woraus die periodische Zeit in Tägen ausgedrückt seyn wird $= \frac{a^2}{m\sqrt{b}}S$. wo $m = 271989, 739$ und $Lm = 5, 4345525139$.

2. Folgerung.

§. 30. Wenn die auf solche Art gefundene Verbesserungen x und y zu groß herauskommen sollten, so würden sie auch nicht sehr genau seyn. Wir setzten zwar, daß die Veränderungen aus dem Anwachse von der Länge des Knoten, und der Neigung der Bahn dem Anwachse selbst proportional sind, dieses aber kann nur in der Voraussetzung gelten, wenn die Anwuchse ganz klein sind. Unterdessen ist doch diese Arbeit nie fruchtlos, und führet uns immer auf eine genauere Kenntniß der Knoten Linie, und der Neigung, wodurch wir im Stande sind, neue Hypothesen mit mehr Zuverläßigkeit zu machen; und wird die vorhin angestellte Berechnung wiederholet, so gelangen wir endlich zur Laufbahn des Cometen so genau, als die bey den Beobachtungen, unvermeidlichen Fehler es gestatten können.

§. 31. Dieser Methode bediente ich mich, um die vorhin gefundene Bahn des Cometen zu verbessern. Da aber die damals vorröthigen Beobachtungen zu sehr vom Perihelio entfernet waren, so konnte die herausgebrachte Neigung der Bahn nicht anders als sehr unsicher herauskommen, weil die kleinste Veränderung in der Distanz des Cometen von der Erde einen Unterschied von einigen Graden hervorbrachte. Ich mußte also die Berechnung zweymal anfangen, davon die erste mir gleich zeigte, daß die Neigung um viel kleiner sey, als ich vermuthete, und kaum 47° übersteige. Zu der zweyten bediente ich mich aus den Beobachtungen des berühmten Hr. Cassini, der ersten und letzten, weil sie weit von einander entfernet sind, und der Comet bey der letzten nahe am Perihelium war, wo folglich wegen seines geschwinden Laufes der geringste Fehler einen sehr merklichen Unterscheid verursachen mußte; zu diesem wählte ich noch die vorletzte, und ob sie gleich der letzten sehr nahe ist, so beschrieb doch der Comet während dieser Zeit einen sehr beträchtlichen Winkel, daß also diese drey Punkte mir besonders tauglich schienen, die Laufbahn mit Sicherheit zu bestimmen. Diese zweyte Berechnung will ich nun ganz hiehersetzen, mit Weglassung der ersteren, welche nach dieser Vorschrift leicht kann angestellet werden.

Für

Für Paris mittlere Zeit.

1743.	Länge des Com.	Breite nördlich	
Decembr. 21. 6h. 57′	0′. 22°. 23′. 0″.	16°. 18′. 57″.	= *p*.
Länge der Sonne =	8 . 29 . 36 . 0	4, 992675	= L. ST
t = STN =	3 . 22 . 47 . 0	112°. 47′. 0″	
	I. Hypothese.	II.	III.
i =	46. 50. 0″	47. 10. 0	46. 50. 0
heliocentrische Länge des ☊ =	1′. 15. 50. 0	1′. 15. 50. 0	1′. 16. 10. 0
Länge der Erde =	2 . 29. 36. 0	2 . 29. 36. 0	2 . 29. 36. 0
s = TSN =	43. 46. 0	43. 46. 0	43. 26. 0
t = STN =	112. 47. 0	112. 47. 0	112. 47. 0
s + *t* =	156. 33. 0	156. 33. 0	156. 13. 0
n = SNT =	23. 27. 0	23. 27. 0	23. 47. 0
von L. cos. *i* =	9, 835134	9, 832425	9, 835134
abgezogen { L. tang. *s* =	9, 981297	9, 981297	9, 976238
abgezogen { L. sin. *s* =	9, 839932	9, 839932	9, 837279
L. cos. *i*: tang. *s* =	9, 853837	9, 851128	9, 858896
L. cos. *i*: sin. *s* =	9, 995202	9, 992493	9, 997855
zu L. tang. *p* =	9, 466453	9, 466453	9, 466453
addirt L. sin. *s* =	9, 839932	9, 839932	9, 837279
	9, 306385	9, 306385	9, 303732
L. sin. *i* =	9, 862946	9, 865302	9, 862946
	0, 556561	0, 558917	0, 559214
addirt { L. sin. *t* =	9, 964719	9, 964719	9, 964719
addirt { L. sin. *n* =	0, 599827	9, 599827	9, 605606
L. sin. *t*. sin. *i*: sin. *s*. tang. *p* =	0, 521280	0, 523636	0, 523933
L. sin. *n*. sin. *i*: sin. *s*. tang. *p* =	0, 156388	0, 158714	0, 164[illegible]20
cos. *i*: tang. *s* =	0, 714228	0, 709787	0, 722597
sin. *t*. sin. *i*: sin. *s*. tang. *p* =	3, 321080	3, 339160	3, 341440
cot. CSN =	4, 035308	4, 048947	4, 064037
L. cot. CSN =	10, 605876	10, 607342	10, 608958

Also CSN =	13°. 55′. 5″.	13°. 52. 25″.	13°. 49′. 25″
cos. i : sin. s =	0, 989015	0, 982865	0, 995075
sin. n . sin. i : sin. s . tang. p =	1, 433470	1, 441270	1, 461576
	2, 422485	2, 424135	2, 456651
L. =	0, 384260	0, 384556	0, 390343
von L. ST =	4, 992675	4, 992675	0, 992675
L. CP =	4, 608415	4, 608119	4, 602332
abgezogen L. sin. CSN =	9, 381170	9, 379810	9, 378270
L. SC =	5, 227245	5, 228309	5, 224062
SC =	168754	169165	167518

II. Beobachtung.

1744.	Länge des Com.	nördliche Breite.	
Hornung 25. 5. 36	11ˢ.9°. 52′.46″.	14°. 39′. 7″	= p.
Länge der Sonne =	11 .6 .31 .37 .	4, 996003	= L. ST.
t = STN =	3°. 21′. 10″.		
Neigung der Bahn = i =	46°. 50′. 0″.	47°. 10′. 0″	46°. 50′. 0″
heliocentrische Länge des ☊ =	1ˢ.15°. 50′. 0 .	1ˢ.15°. 50′. 0″.	1ˢ. 16°. 10′. 0″
Länge der Erde =	5 . 6 .31 .40 .	5 . 6 . 31 . 40 .	5 . 6 . 31 . 40
s = TSN =	3 . 20 . 41 . 40 .	3 . 20 . 41 . 40 .	3 . 20 . 21 . 40
t = STN =	3 . 21 . 10 .	3 . 21 . 10 .	3 . 21 . 10
$s + t$ =	3 . 24 . 2 . 50 .	3 . 24 . 2 . 50 .	3 . 23 . 42 . 50
n = SNT =	65 . 57 . 10 .	65 . 57 . 10 .	66 . 17 . 10
von L. cos. i =	9, 835134	9, 832925	9, 835134
abgezogen { L. — tang. s =	10, 422787	10, 422787	10, 4[illegible]0481
abgezogen { L. sin. s =	9, 971034	9, 97[illegible]034	9, 971980
L. — cos. i : tang. s =	9, 412347	9, 409638	4, 404653
L. cos. i : sin. s =	9, 864100	9, 861[illegible]91	9, 863154
zu L. tang. p =	9, 417386	9, 417386	9, 417386
addirt L. sin. s =	9, 971034	9, 971034	9, 971980

zu

	9, 388420	9, 388420	9, 389366
zu L. sin. i =	9, 822946	9, 865302	9, 862946
	0, 474526	0, 476882	0, 473580
addirt { L. sin. t =	8, 767038	8, 767038	8, 767038
addirt { L. sin. n =	9, 960571	9, 960571	9, 961689
L. sin. t. sin. i : sin. s. tang. p =	9, 241564	9, 243920	9, 240618
L. sin. n. sin. i : sin. s. tang. p =	0, 435097	0, 437453	0, 435269
— cos. i : tang. s =	0, 258433	0, 256826	0, 253895
sin. t. sin. i : sin. s. tang. p =	0, 174407	0, 175356	0, 174027
— cot. CSN =	0, 084026	0, 081470	0, 079868
L. — cot. CSN =	8, 924414	8, 910998	8, 902373
Also, CS ☋ =	85°. 11′. 45″.	85°. 20′. 35″.	85°. 26′, 0″
cos. i : sin. s =	0, 731308	0, 726760	0, 729716
sin. n. sin. i : sin. s. tang. p =	2, 723313	2, 738135	2, 724390
	3, 454621	3, 464895	3, 454106
L. =	0, 538400	0, 539690	0, 538335
von L. ST =	4, 996003	4, 996003	4, 996003
L. CP =	4, 458603	4, 456313	4, 457668
abgezogen L. sin. CS ☋ =	9, 998471	9, 998564	9, 998619
L. SC =	4, 460132	4, 457749	4, 459049
SC =	28849	28691	28777

III. Beobachtung.

1744.	Länge des Comet.	Breite, nördlich.	
Hornung $29^{T}. 18^{h}. 57''$	11ˢ. 2°. 32′. 0″.	6°. 28′. 21″	= p
Länge der Sonne =	11. 11. 5. 40.	4, 996506	= L. ST.
— t = STN =	8. 33. 40.		
i =	46°. 50′. 0.	47°. 10′. 0″.	46°. 50′. 0″
heliocentrische Länge des ☊ =	1ˢ. 15°. 50. 0.	1ˢ. 15. 50. 0.	1ˢ. 16°. 10. 0″
Länge der Erde =	5. 11. 5. 40.	5. 11. 5. 40.	5. 11. 5. 40
s = TSN =	3ˢ. 25°. 15′. 40″.	3ˢ. 25°. 15. 40′	3ˢ. 24°. 55′. 40″
— t = STN =	8°. 33′. 40″.	8°. 33′. 48″	8°. 33′. 40′

$s + t$ =

s+t =	3ˢ. 16°. 42′. 0″.	3ˢ. 16°. 42′. 0″.	3ˢ. 16°. 22′. 0″
n = SNT =	73°. 18. 0.	73. 18. 0.	73. 38′. 0″
von L. cos. i =	9, 835134	9, 832425	9, 835134
abgezogen { L. tang. s =	10, 326180	10, 326180	10, 332758
abgezogen { L. sin. s =	9, 956347	9, 956347	9, 957531
L. — cos. i: tang. s =	9, 508954	9, 506245	9, 502376
L. cos. i sin. s =	9, 878787	9, 876078	9, 877603
zu L. tang. p =	9, 054784	9, 054784	9, 054784
addirt L. sin. s =	9, 956347	9, 956347	9, 957531
	9, 011131	9, 011131	9, 012315
L. sin. s =	9, 862946	9, 865302	9, 862946
	0, 851815	0, 854171	0, 850631
addirt { L. — sin. t =	9, 172790	9, 172790	9, 172790
addirt { L. sin. n =	9, 981285	9, 981285	9, 982035
L. — sin. t. sin. i : sin. s : tang. p =	0, 024605	0, 026961	0, 023421
L. sin. n. sin. i : sin. s : tang. p =	0, 833100	0, 835456	0, 832666
— cos. i: tang. s =	0, 322815	0, 320808	0, 317963
— sin. t. sin. i: sin. s tang. p =	1, 058290	1, 064050	1, 055410
— cot. CSN =	1, 381105	1, 384858	1, 373373
L. — cot. CSN =	10, 140226	10, 141405	10, 137788
Also CS ♌ =	35°. 54′. 25″.	35°. 50′. 0″.	36°. 3′. 35″
cos. i : sin. s =	0, 756462	0, 751759	0, 754404
sin. n. sin. i : sin. s. tang. p =	6, 809265	6, 846300	6, 802460
	7, 565727	7, 598059	7, 556864
	0, 878850	0, 880702	0, 878341
von L. ST =	4, 996506	4, 996506	4, 996506
L. CP =	4, 117656	4, 115804	4, 118165
abgezogen L. sin. CS ♉ =	9, 768246	9, 767474	9, 769840
L. SC =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
SC =	22357	22301, ½	22301

1744.

1744. Hornung. 29. 18h. 57'; f =	22357	22301½	22301
L. SF = L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
♉ SF =	35°. 54'. 25".	35°. 50'. 0"	36°. 3'. 25".
Hornung. 25. 5h. 36'; g =	28849	28691	28777
L. SG = L. g =	4, 460132	4, 457749	4, 459049
♉ SG =	85°. 11'. 45".	85°. 20'. 35"	85°. 26'. 0".
1743. Decembr. 21. 6h. 57'; h =	168754	169165	167518
L. SH = L. h =	5, 227245	5, 228309	5, 224062
♉ SH =	166°. 4'. 55".	166°. 7'. 35"	166°. 10'. 35".
FSG = φ =	49. 17'. 20".	49. 30'. 35"	49. 22'. 25".
FSH = ψ =	130. 10. 30.	130. 17'. 35"	130. 7. 0.
$180 - \psi = \chi$ =	49. 49. 30.	49. 42. 25	49. 53. 0.
L. $\frac{1}{\text{tang. } \chi}$ = L. cot. χ =	9, 926506	9, 928321	9, 925609
L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
L. $\frac{1}{f \text{ tang. } \chi}$ =	5, 577096	5, 579991	5, 577284
L. sin. χ =	9, 883137	9, 882380	9, 883510
L. $\frac{1}{\text{sin. } \chi}$ =	0, 116862	0, 117619	0, 116489
L. h =	5, 227245	5, 228309	5, 224062
L. $\frac{1}{h \text{ sin. } \chi}$ =	4, 889617	4, 889310	4, 892427
L. $\frac{1}{\text{tang. } \varphi}$ =	9, 934737	9, 931342	9, 933437
L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
L. $\frac{1}{f \text{ tang. } \varphi}$ =	5, 585327	5, 583012	5, 585112

L. sin. φ =	9, 879674	9, 881109	9, 880225
L. $\frac{1}{\text{sin. } \varphi}$ =	0, 120325	0, 118890	0, 119774
L. g =	4, 460132	4, 457749	4, 459949
L. $\frac{1}{g \text{ sin. } \varphi}$ =	5, 660193	5, 661141	5, 660725
1 : tang. χ =	0, 844319	0, 847854	0, 842576
1 : sin. χ =	1, 308770	1, 311055	1, 307643
1 : tang. φ =	0, 860472	0, 853772	0, 857900
	3, 013561	3, 012681	3, 008119
1 : sin. φ =	1, 319246	1, 314892	1, 317573
der Zähler =	1, 694315	1, 697789	1, 690546
L. des Zählers =	0, 228994	0, 229883	0, 228026
1 : f tang. χ =	377656	380182	377820
1 : f tang. φ =	384882	382835	384691
1 : h sin. χ =	77556	77502	78060
	840094	840519	840571
1 : g sin. φ =	457292	458291	457852
der Nenner =	382802	382228	382719
L. des Nenners =	5, 582974	5, 582322	5, 582879
L. des Zählers =	0, 228994	0, 229883	0, 228026
L. h =	4, 646020	4, 647361	4, 645147
h =	44261	44418	44172
g =	28849	28691	28777
f =	22357	22301	23301
$h - g$ =	15412	15727	15395
$h - f$ =	21904	22117	21871
L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
1 : g sin. φ =	5, 660193	5, 661141	5, 660725
L. $h - g$ =	4, 187159	4, 196646	4, 187380

L. $(b - f) =$	4, 196762	4, 206117	4, 196430
	4, 340523	4, 344726	4' 339869
Der Zähler =	9, 856239	9, 861391	9, 856561
	0, 718190	0, 726760	0, 718723
cot. Φ =	0, 860472	0, 853772	0, 857900
tang. v =	0, 142282	0, 127012	0, 139177
L. tang. v =	9, 153150	9, 103844	9, 143566
v =	8°. 5': 50".	7°. 14'. 10".	7°. 55'. 20".
L. cos. v =	9, 995648	9, 996527	9, 995835
L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
L. f cos. v =	4, 345058	4, 344857	4, 344160
L. b =	4, 646020	4, 647561	4, 645147
L. des Zählers =	8, 991078	9, 992518	9, 989307
f cos. v =	22134	22123	22088
$h - f$ =	21904	22117	21871
Der Nenner =	44038	44240	43959
L. des Nenners =	4, 643827	4, 645815	4, 643048
L. des Zählers =	8, 991078	8, 992418	9, 989307
L. a =	4, 347251	4, 346603	4, 346259
a =	22246	22213	22195
$2a$ =	44492	44426	44390
b =	44261	44418	44172
$(2a - b)$ =	231	8	218
L. $(2a - b)$ =	2, 363612	0, 903090	2, 338456
L. b =	4, 646020	4, 647561	4, 645147
L. n =	7, 717592	6, 255529	7, 693309
L. a^2 =	8, 694502	8, 693206	8, 692518
L. $\sqrt{b}$ =	2, 323010	2, 323780	2, 322573
L. m =	6, 371492	6, 369426	6, 369945
	5, 434553	5, 434553	5, 434553

L. N =

L. N =	0, 936939	0, 934873	0, 935392
$\frac{1}{2}v$ =	4°. 2'. 55".	3°. 37'. 5".	3°. 57'. 47".
L. t =	8, 849906	8, 800928	8, 840387
L. t^3 =	6, 549718	6, 402784	6, 521161
L. 3 =	0, 477121	0, 477121	0, 477121
L. $\frac{1}{3}t^3$ =	6, 072597	5, 925663	6, 044040
L. N =	0, 936939	0, 934873	0, 935392
L. Nt =	9, 786845	9, 735801	9, 775779
L. $\frac{1}{3}$Nt^3 =	7, 009536	6, 860536	6, 979432
Nt =	0, 61213	0, 54425	0, 59673
$\frac{1}{3}$Nt^3 =	0, 00102	0, 00072	0, 00095
	0, 61315	0, 54497	0, 59768
Vom Perihelio zur I. Beobachtung.	14ʰ. 42'.	13ʰ. 5'.	14ʰ. 20'.
das Perihel. 1744. März	29. 18. 57.	29. 18. 57.	29. 18. 57.
	1ᵀ. 9ʰ. 39'.	1ᵀ. 8ʰ. 2'.	1ᵀ. 9ʰ. 17'.
$\frac{1}{2}v$ =	4°. 2'. 55".	3°. 37' 5"	3°. 57'. 40".
$\frac{1}{2}\varphi$ =	24. 38. 40.	24. 45. 17"½	24. 41. 12".
$\frac{1}{2}v'$ =	28°. 41'. 35".	28°. 22'. 20"	28°. 38'. 50".
L. t =	9, 738250	9, 732551	9, 737421
L. t^3 =	9, 214750	9, 197353	9, 212263
L. 3 =	0, 477121	0, 477121	0, 477121
L. $\frac{1}{3}t^3$ =	8, 737629	8, 720232	8, 735142
L. t^5 =	8, 691250	8, 662255	8, 687105
L. n =	7, 717592	6, 255529	7, 693309
L. nt^5 =	6, 408842	5, 977784	6, 380414
L. n^2t^5 =	4, 126434	2, 173313	4, 073723
t =	0, 54733	0, 54007	0, 54629
$\frac{1}{3}t^3$ =	0, 05465	0, 05251	0, 05434
	0, 60198	0, 59258	0, 60063
abgezogen $\frac{2}{3}nt^5$ =	0, 00010	0, 00003	0, 00010

S =

S =	0, 60188	0, 59255	0, 60053
L. S =	9, 779510	9, 772725	9, 778535
L. N =	0, 936939	0, 934873	0, 935392
	0, 716449	0, 707598	0, 713927
Vom Perihelio zur II. Beobachtung.	5, 2053	5, 1003	5, 1752
zur I. Beobachtung.	0, 6131	0, 5149	0, 5977
von I. Beobachtung zur II.	4, 5922	4, 5554	5, 5775
$\frac{1}{2} v$ =	4°. 2′. 55″.	3°. 37′. 5″.	3°. 57′. 40″.
$\frac{1}{2} \psi$ =	65. 5′. 15″.	65. 8′. 37″.	65. 3. 30.
$\frac{1}{2} v''$ =	139. 8. 10.	69. 45. 40.	69. 1. 10″.
L. =	0, 418914	0, 410435	0, 416263
L. t^3 =	1, 256742	1, 231305	1, 248789
L. 3 =	0, 477121	0, 477121	0, 477121
L. $\frac{1}{3} t^3$ =	0, 779621	0, 754184	0, 771668
L. t^5 =	2, 094570	2, 052175	2, 081315
L. n =	7, 717592	6, 255529	7, 693309
L. $n t^5$ =	9, 812162	8, 307704	9, 774624
L. $n^2 t^5$ =	7, 529754	4, 563233	7, 467933
L. t^2 =	0, 837828	0, 820870	0, 832526
L. $n^2 t^7$ =	8, 367582	5, 384103	8, 300459
L. n =	7, 717592	6, 255529	7, 693309
L. $n^3 t^7$ =	6, 085174	1, 639632	5, 993768
L. t^2 =	0, 837828	0, 820870	0, 832526
L. $n^3 t^9$ =	6, 923002	2, 460502	6, 826294
L. n =	7, 717592		0, 693309
L. $n^4 t^9$ =	4, 640594		4, 519603
L. $n^4 t''$ =	5, 478422		5, 352129
t =	2, 62370	2, 57297	2, 60774
+ $\frac{1}{3} t^3$ =	6, 02034	5, 67785	5, 91110

	8, 64404	8, 25082	8, 51884
$-\frac{2}{5} n t^5 =$	0, 25956	0, 00812	0, 23806
	8, 38448	8, 24270	8, 28078
$+\frac{3}{5} n^2 t^5 =$	203		176
	8, 38651	8, 24270	8, 28254
$+\frac{3}{7} n^2 t^7 =$	1000	1	856
	8, 39651	8, 24271	8, 29110
$-\frac{4}{7} n^3 t^7 =$	0, 00007		0, 00005
	8, 39644	8, 24271	8, 29105
$-\frac{4}{9} n^3 t^9 =$	0, 00037		0, 00029
	8, 39607	8, 24271	8, 29076
$+\frac{5}{9} n^4 t^9 =$	1		1
S =	8, 39608	8, 24271	0, 29077
L. S =	0, 924076	0, 916070	0, 918595
IN =	0, 936939	0, 934873	0, 935392
von Perihelio zur III. Beobachtung.	1, 861015	1, 850943	1, 853987
oder	72, 6131	70, 9485	71, 4475
zur I. Beobachtung	0, 6131	5, 5449	0, 5977
von I. Beobachtung zur III.	72, 0000	70, 4036	70, 8498

§. 32. Wenn wir also die §. 28. gegebene Verbesserung gebrauchen wollen, so wird; $l =$ 1ˢ. 15°. 20′. 0″, und $i = 46°. 50′. 0″.$, wie auch $\lambda = 20'$ und $\eta = 20'$; man setze also für die wahre Laufbahn, die Länge des aufsteigenden Knoten ☊ = 1ˢ. 15°. 50′ + x, die Neigung = 46°. 50′. + y Der Unterschied der Zeit von der ersten bis zur zweyten Beobachtung war; 4ᵀ. 13ʰ. 21′. = 4, 5562 Täge. Die Rechnung aber giebt:

Zeit von der I. zur II. Beobachtung.	4, 5922	4, 5554	4, 5775
T+K =	4, 5562	4, 5922	4, 5922
	K = − 360; p	= − 368; q =	− 147.

Da nun $\frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda} = K$, so ist, $360 = 18, 4\, y + 7, 3\, x$. Auf gleiche Art, da die Zeit von der ersten, zur zweyten Beobachtung = 70ᵀ. 12ʰ. = 7, 5000 und nach den Hypothesen.

	I. Hypothese	II.	III.
Die Zeit von der I. Beobachtung zur III.	72, 0000	70, 4036	70, 8498
T+K =	70, 5000	72, 0000	72, 0000
K =	− 1, 50000; p	= − 1, 5964; q	= − 1, 1502

so

so ist 15000 = 798, $2y$ + 575, x. Aus der ersten Gleichung wird $x = 49, 3 - 2, 5y$, welcher Werth in die zwente gesetzt, giebt, 63959 = 133524, woraus y = 20'. 53'. und x = — 3'. 45''. Dahero für die wahre Laufbahn des Cometen.

Die Länge des aufsteigenden Knoten = 1ˢ. 15°. 46'. 6''
Die Neigung der Bahn = 47°. 10'. 53''.

§. 33. Die übrigen Elementen werden durch Interpoliren gefunden.

	I. Hypothese	II.	III.
a =	22246	22213	22195
		22246	22246

p = — 33, q = — 51.

Da nun, die zu a zu addirende Größe $K = \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda}$ so wird: K = — 34 + 10 = — 24, dahero a = 22222 sehr genau; ferners ist auch:

	Hypothese I.	II.	III.
b =	44261	44418	44172
		44261	44261

p = 157; q = — 89 man muß folglich zu b addiren den Werth von $K = \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda}$, oder K = 164 + 17 = 181, daher dann b = 44442.

	I.	II.	III.
Der Comet gieng durch das Perihelium 1744 den März.	1ᵗ. 9ʰ. 39'	1. 8. 2	1. 9. 17
		1. 9. 39	1. 9. 39

p = — 1, 37; q = — 22'.

Dahero ist $K = \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda}$ = — 1ʰ. 38', und folglich ist die wahre Zeit des Perihelium, 1744. März, 1ᵗ. 8ʰ. 2'. Endlich ist:

	I.	II.	III.
I. Beobachtung die wahre Anomalie =	8°. 5'. 50''.	7°. 14'. 10''.	7°. 55'. 20''
I. Beobacht. Distanz von ☋ Knoten =	35°. 54'. 25''	35°. 50'. 0.	36°. 3'. 35''
Distanz des ☋ von Perihelio =	27°. 48. 35''.	28°. 35'. 50''.	28°. 8'. 15''
		27°. 48'. 35''.	27. 48'. 35''

p = 47. 15; q = 19, 40. Dahero dann.

$K = \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda}$ = 45'. 33''. Es wird also die Entfernung des absteigenden Knoten von Perihelio seyn: 28°. 34'. 8''. Aus allen diesen folgt nun die Bestimmung der wahren Laufbahn dieses Cometen, nämlich:

I. Di-

I. Distanz von der Sonne, im Perihelio	$= a =$	22222
	L $a =$	4, 346783
II. Der halbe Parameter	$= b =$	44442
	L. $b =$	4, 647793

III. Zeit des Perihelium: 1744. März 1ᵀ. 8ʰ. 2′. mittlere Zeit.

IV. Distanz des absteigenden Knoten, von Perihelio	= AS ☋ =	28°. 34′. 8″.
V. Länge des aufsteigenden Knoten ☊	=	1ˢ. 15°. 46′. 6″.
VI. Neigung der Bahn auf die Ecliptik	=	47°. 10′. 53″.

§. 34. Die Laufbahn dieses Cometen, ist von der Parabel so wenig unterschieden, daß man sie ohne merklichen Fehler in Rechnen dafür annehmen kann. Es muß also auch die Umlaufszeit viele Jahrhunderte betragen, welches unter andern auch daraus erhellet, weil wir in der Halleyischen Cometentafel nicht einen finden, dessen Elemente mit den gegenwärtigen nur einigermassen zu vergleichen wären. Damit wir aber sehen, ob diese unsere Bestimmung, auch mit allen Beobachtungen eintreffe, wollen wir aus selber den Ort des Cometen, von 3 Februar 8ʰ. 3′. 30″. berechnen, für welche Zeit zu Paris beobachtet wurde, 0ˢ. 0°. 18′. 26″. die Länge, und 19°. 42′. 53″ die Breite nördlich.

Aus den Sonnentafeln ist der Ort der Sonne für diese Zeit 10ˢ. 14°. 26′. 13″. der Logarithme der Distanz von der Erde 4, 993967, man ziehe also die vorgegebene Zeit, Februar 3ᵀ. 8ʰ. 3′ ½ von der Zeit des Perihelium, ab

30 . 8 . 2

27ᵀ, — 1′ ½ der Unterscheid, oder
26, 9989 Täge.

Um nun die Anomalie zu finden, suche man die Zahl $N = \frac{a^2}{m\sqrt{b}}$; nämlich:

L. a^2 =	8, 6 9 3 5 8 6
L. $\sqrt{b}$ =	2, 3 2 3 8 9 6
	6, 3 6 9 6 9 0
L. m =	5, 4 3 4 5 5 3
abgezogen L. N =	0, 9 3 5 1 3 7
von L. (26, 9989) Täge =	1, 4 3 1 3 4 6
L. $(t + \frac{1}{3} t^3 - \frac{2}{3} n t^5)$ =	0, 4 9 6 2 0 9

§. 35. Da aber die Zahl n so klein ist, daß man sie ganz ausser Acht lassen kann, so wird die wahre Anomalie v aus beygefügter Iten Tafel gefunden. Durch Interpoliren erhält man aber,

v =	117°. 27 . 24″.
Distanz des Perihel. von ☊ Knoten =	151 . 25 . 52
Elongation des Cometen von ☊ =	33 . 58′. 28″

Aus

Aus der wahren Anomalie v findet man die Distanz des Cometen SC von der Sonne, dann, da $SC = f = \frac{ab}{a + (b-a)\cos. v}$, weil $b = 2a$, so ist, $f = \frac{2a}{1 + \cos. v} = \frac{a}{(\cos. \frac{1}{2} v)^2}$, da nun,

$\frac{1}{2} v =$	58°. 43′. 42″
so ist, L. cos. $\frac{1}{2} v =$	9, 7 1 5 2 5 0
2 L. cos. $\frac{1}{2} v =$	9, 4 3 0 5 0 0
L. $a =$	4, 3 4 6 7 8 3
folglich L. $f =$	4, 9 1 6 2 8 3

In der 13ten Figur, ist der Ort des ☊ Knoten = 1′. 15°. 46′. 6″.
die Länge der Erden = 4′. 14°. 26′. 13″.
Also ist der Winkel TSN = s = 88°. 40′. 7″.

§. 36. Wir haben schon von vorhin angenommen, daß ST = c; SC = f; CSN = ϕ; TSN = s, die Neigung = i; SNT = n, und die geocentrische Breite = p, folglich ist, $\tan. n = \frac{c. \sin. s - f. \sin. \phi \cos. i}{f. \cos. \phi - \cos. s}$ und $\frac{\cos. n}{\tan. p} = \frac{f. \cos. \phi - c. \cos. s}{f \sin. \phi \sin. i}$, durch welche Formeln der heliocentrische Ort leichter gefunden wird, als durch die gewöhnliche trigonometrische Berechnungen. Da nun;

L. $c =$	4, 9 9 3 9 6 7
L. $f =$	4, 9 1 6 2 8 3
$i =$	47°. 10′. 53″.
$s =$	88. 40′. 7″.
$\phi =$	33°. 58′. 28″.

so stellet man am bequemsten folgende Berechnung an:

	L. $c =$	4, 9 9 3 9 6 7
addirt	L. sin. $s =$	9, 9 9 9 8 8 2
	L. cos. $s =$	3, 3 6 6 0 8 0
	L. c. sin. $s =$	4, 9 9 3 8 4 9
	L. c. cos. $s =$	3, 3 5 9 9 6 7
	L. $f =$	4, 9 1 6 2 8 3
addirt	L. sin. $\phi =$	9, 7 4 7 2 7 0
	L. cos. $\phi =$	9, 9 1 8 7 0 5
	L. f. cos. $\phi =$	4, 8 3 4 9 8 8
	L. f. sin. $\phi =$	4, 6 6 3 5 5 3
addirt	L. cos. $i =$	9, 8 3 2 3 0 0
	L. sin. $i =$	9, 8 6 5 4 0 0

L. f sin. ϕ cof. i =	4, 4 9 5 8 5 3
L. f sin. ϕ sin. i =	4, 5 2 8 9 5 3
c sin. s =	9 8 5 4 9
f sin. ϕ cof. i =	3 1 3 2 2
Nenner =	6 7 2 7 2
f cof. ϕ =	6 8 3 8 9
c cof. s =	2 2 9 1
Nenner =	6 6 0 9 8
L. des Zählers =	4, 8 2 7 8 3 4
L. des Nenners =	4, 8 2 0 1 8 8
L. tang. n =	1 0, 0 0 7 6 4 6
Also n =	45°. 30′. 15″
addirt s =	88°. 40′. 7″
	134°. 10′. 22″
STN = t =	45°. 49′. 38″
oder t =	1ˢ. 15. 49. 38
Ort der Sonne =	10. 14. 26. 13
Länge des Cometen =	0ˢ. 0°. 15′. 51″.
L. cof. n =	9, 8 4 5 6 3 0
L. f sin. ϕ sin. i =	4, 5 2 8 9 5 3
	4, 3 7 4 5 8 3
L. des Nenners =	4, 8 2 0 1 8 8
L. tang. p =	9, 5 5 4 3 9 5
geocentrische Breite =	19°. 43′. 5″.

Diese berechnete Länge ist um 2′. 35″, die Breite aber nur um 12″ von den Beobachtungen unterschieden, welche geringe Fehler leicht zu vergeben sind, weil selbst bey den Planeten nicht selten größere begangen werden.

§. 37. Bestimmen wir nun auch die Zeit, wenn der Comet in den Knoten gewesen ist; da die wahren Anomalien dieser zween Punkte schon bekannt sind, so ist:

	Für ☊	Für ☋
v =	151°. 25′. 52″.	28°. 34′. 8″.
$\frac{1}{2}v$ =	75. 42. 55	14. 17. 5.
L. t =	0, 594110	9, 405870
L. t^3 =	1, 782330	8, 217610
L. 3 =	0, 477121	0, 477121

L. $\frac{1}{3}t^3$

L. $\frac{1}{3}r^3$ =	1, 305209	7, 740493
r =	3, 9274	0, 25461
$\frac{1}{3}r^3$ =	20, 1934	0, 00550
S =	24, 1208	0, 26011
L. S =	1, 382392	9, 415157
L. N =	0, 935137	0, 935137
	2, 313529	0, 350294
die Zeit vom Perihelio........	207^T. 744	2^T. 2402
oder	207^T. 17^h. 50′.	2^T. 5^h. 45.
das Perihelium 1743. August.	214^T. 8. 2.	1^T. 8. 2 | März. 1744
1743. August.	6^T. 14. 12′.	3^T. 13. 47′ | März. 1744

Hieraus ersehen wir, daß der Comet schon im Jahre 1743 Augusti 7. in der Frühe durch den aufsteigenden Knoten gegangen sey, durch den absteigenden aber 1744 März 3, 13^h. 47′. mittlere Zeit für Paris, welches mit unseren vorigen Bestimmungen aus den nicht sehr genauen Elementen doch ziemlich übereinskömmt. Aus den Beobachtungen des Hr. Casfini läßt sich überhaupt abnehmen, daß der Comet beyläufig um die angeführte Zeit durch die Ecliptik müße gegangen seyn, weil seine Breite vom 25ten Februari bis zum 29ten schon um 8 Grade abgenommen hatte, und am 29ten nur 6 Grad betrug, welche er beyläufig in drey Tagen zurücklegen konnte.

§. 38. Dieser Comet hat sich also jenseits der Ecliptik durch 209 Täge 23^h. 35′ verweilet, wird nun diese Zeit von der ganzen Periode abgezogen, so bleibt über, wie lange er sich in den südlichen Theile der Ecliptik aufgehalten, wo man eine große Ungleichheit in seinem Verweilen disseits, und jenseits des Thierkreises bemerket. Da er aber im Monat August 1743 seinen Lauf nach Norden genommen, hat er sich von der Ecliptik gegen Norden so weit entfernet, bis die heliocentrische Breite der Neigung auf die Ecliptik gleich geworden ist, in welchem Falle er von jedem Knoten um 90° entfernet war; auf gleiche Weise wich er den 3ten März von dem Thierkreise ab, bis seine Distanz vom absteigenden Knoten 90° betrug. Wir wollen nun sehen wann diese zwey größten Elongationen von der Ecliptik sich zugetragen haben:

Für die größte nördliche Elongation:

ν =	61°. 25′. 52″.	118°. 34′. 8″
$\frac{1}{2}\nu$ =	30. 42′. 56″.	59. 17′. 4″
L. r =	9, 773875	0, 226123
L. r^3 =	9, 321625	0, 678369
L. 3 =	0, 477121	0, 477121
L. $\frac{1}{3}r^3$ =	8, 844504	0, 201248
L. N =	0, 935137	0, 935137

L. Nt =	0, 709012	1, 161260
L. ½ Nt³ =	9, 779641	1, 136385
Nt =	5, 11696	14, 4964
½ Nt³ =	0, 60206	13, 6894
	5, 71902	28, 1858
Zeit vom Perihelio, zur größten Elongation.	$5^{T}. 17^{h}. 15'$	$28^{T}. 4^{h}. 27'$.
Das Perihelium war im März	$1^{T}. 8^{h}. 2'$	$1. 8^{h}. 2'$.
oder Februar	30. 8. 2′	
Februar.	$24. 14^{h}. 47'$	$29. 12^{h}. 29'$. März

Die größte heliocentrische Breite war also im Febr. 24. 14^{h}. 47′. und der Comet entfernte sich vom August 1743, bis Febr. 1744. durch 202 Täge, 0^{h}. 35′ von der Ecliptik, nahete sich aber in 7 Tägen 23 Stunden wieder. Da er sich ferners unsern Augen entzogen hat, wuchs dessen heliocentrische Breite bis zu dem 29ten März 12^{h}. 29′, wo sie 47°. 10′. 53″ betrug. Jetzt rückt er wieder gegen die Ecliptik, welche er aber nicht erreichet, bis seine wahre Anomalie 151°. 25′. 52″ beträgt, welches erst nach vielen Jahrhunderten geschehen kann.

§. 39. Obgleich diese unsere Methode nur drey Beobachtungen erfodert, so wird es doch gut seyn, wenn deren mehrere versuchet, und die Fehler auf solche Art gleich vertheilet werden, damit man der Wahrheit um so näher komme. Dann man wähle sich zum Beyspiel eine vierte Beobachtung, und berechne nur ihre Elongation von der Knoten Linie, nach einer jeden, aus den drey gemachten Hypothesen; nach diesem suche man für jede Hypothese die Zeit von der ersten zur vierten Beobachtung, aus den vorhin gefundenen Elementen des Cometen, und vergleiche sie mit der observirten Zeit, wodurch man eine neue Gleichung für die Fehler x und y erhalten wird, so daß man durch drey Gleichungen die Werthe von x und y auf gedoppelte Art bestimmen kann. Kommen nun zwey gleiche Werthe heraus, so war die erste Bestimmung genau, bekommt man aber ungleiche, so nehme man das Mittel, damit die Abweichung der Theorie von den Beobachtungen auf gleiche Art vertheilet werde. Und so könnte man eine beliebige Anzahl von Observationen nehmen, durch welche die wahre Bahn des Cometen sehr genau sich angeben läßt, wenn unsere Methode getreu befolget wird, sollten gleich die Beobachtungen einzelweise genommen, nicht die verläßlichsten seyn. Diese neue Verbesserung wollen wir aber bey unseren Cometen um so weniger anwenden, als ohnehin die Rechnung mit den Beobachtungen so genau zusammtrift, daß man sich eine größere Vollkommenheit nicht versprechen darf.

Johann

Johann Freyherrn von Paccassi

Beyträge

zur Theorie der Cometen

samt Tafeln.

Beyträge
zur Theorie der Cometen und Planeten.

1. Aufgabe.

Aus der gegebenen Declination, und dem geraden Aufsteigen eines Cometen, seine Länge und Breite finden.

Auflösung.

§. 1. Der Comet sey in c (Fig. 16) die Schiefe der Ecliptik $pe = o$ die Ergänzung der Abweichung $cp = d$; der Winkel $cpe = \Phi$; $ce = x$; und $pec = n$; so ist:

$$\text{cos. } x = \text{cos. } d \,.\, \text{cos. } o + \text{sin. } d. \text{ sin. } o \text{ cos. } \Phi$$, nun aber ist $\text{cos. } d. \text{ cos. } o = \frac{1}{2} \text{ cos. } (d + o) + \frac{1}{2} \text{ cos. } (d - o)$ und $\text{sin. } d \text{ sin. } o = \frac{1}{2} \text{ cos. } (d - o) - \frac{1}{2} \text{ cos. } (d + o)$, folglich $\text{cos. } x = \text{cos. } (d - o) \text{ cos.}^2 \frac{1}{2} \Phi + \text{cos. } (d + o). \text{ sin.}^2 \frac{1}{2} \Phi$; hieraus $\text{sin. } n = \frac{\text{sin. } \Phi. \text{ sin. } d}{\text{sin. } x}$ oder $= \left(\frac{1}{2} \text{ cos. } (d - \Phi) - \frac{1}{2} \text{ cos. } (d + \Phi) \right) : \text{sin. } x$.

Beyspiel.

§. 2. Im Jahre 1700 war nach Hr. la Hire die Abweichung des Sternes β, im Schweif des Löwen 16°. 14'. 44" nördlich, das gerade Aufsteigen 173°. 26'. 44". Die Schiefe der Ecliptik = 23°. 29'. folglich d = 73°. 45'. 16"; Φ = 96°. 33'. 16"; $pe = o$ = 23°. 29'; cos. $(d - o)$ = 39°. 43'. 44"; cos. $(d + o)$ = — 7°. 1'. 16". hieraus also cos. x = 12°. 16'. 48"; ferners cos. $(\Phi - d)$ = 67°. 12'. 0"; und cos. $(\Phi + d)$ = 80°. 18'. 32". also: n = 77°. 27'. 10". folglich die Länge = 17°. ♍. 27'. 10".

2. Aufgabe. Fig. 17.

Aus den Entfernungen eines Cometen von zween Fixsternen, deren Distanz, Abweichung, und gerades Aufsteigen bekannt sind, die Abweichung, und Ascension des Cometen finden.

Auflösung.

§. 3. Ein Stern sey in r, der andere in s, der Comet in c: die Ergänzung. Pr der Declination Nr des ersten sey $= d$; des anderen $Ps = \delta$ die Entfernungen sind: $rs = t$; $cs = q$; $rc = p$; wenn nun $crs = \Phi$; $prs = \omega$, so ist:

$$\text{cos. } \Phi = \frac{\text{cos. } q}{\frac{1}{2} \text{ cos. } (p - t) - \frac{1}{2} \text{ cos. } (d + t)} - \frac{\frac{1}{2} \text{ cos. } (p + t) + \frac{1}{2} \text{ cos. } (p - t)}{\frac{1}{2} \text{ cos. } (p - t) - \frac{1}{2} \text{ cos. } (p + t)}$$ und cos.

$\omega =$

$\omega = \frac{\cos. \delta}{\frac{1}{2} \cos (d - t) - \frac{1}{2} \cos. (d + t)} - \frac{\frac{1}{2} \cos. (d + t) + \frac{1}{2} \cos. (d - t)}{\frac{1}{2} \cos. (d - t) - \frac{1}{2} \cos. (d + t)}$; ist nun $Pc = x$ so wird $\cos. x = (\frac{1}{2} \cos. (d + p) + \frac{1}{2} \cos. (d - p) (+ \cos. (\omega \pm \phi). (\frac{1}{2} \cos. (d - p) - \frac{1}{2} \cos. (d + p))$, wenn endlich die Summe, oder Differenz der Ascensionen beyder Sterne $EPs = \zeta$ und $sPc = y$, so wird: $\cos.^2 \frac{1}{2} y = \frac{\cos. (x + \delta) - \cos. x}{\cos. (x + \delta) - \cos. (x - \delta)}$ oder $\cos. y = \frac{\cos. q}{\sin. x . \sin. \delta} - \cot. x. \cot. \delta$. woraus dann $\zeta \mp y$ von selbst folget.

Beyspiel.

§. 4. Im Jahre 1665 den 7ten April 3^h. 14′ Morgens war die Entfernung des Cometen c von dem hellen Stern α des Adlers $= cr = p = 45°. 37′. 34″$. die Declination des Sternes war, 8°. 1′. 20″. nördlich das gerade Auffsteigen = 293°. 37′. 18″. die Distanz des Cometen cs, vom Stern δ des Schwanes $= q = 35°. 57′. 30″$ die nördliche Abweichung des Sternes war 44°. 6′. 37″. die Ascension 307°. 30′. 30″. Die Entfernung endlich beyder Sterne $rs = t$ war 38°. 3′. 48″. Es ist also $rP = d = 81°. 58′. 40″$; $sP = \delta = 45°. 53′. 23″$; folglich $(p + t) = 83°. 41′. 22″$; $(p - t) = 7°. 33′. 46″$; $(d + t) = 120°. 1′. 28″$; $(d - t) = 43°. 54′. 52″$; $(\delta + t) = 83°. 57′. 11″$; $(\delta - t) = 7°. 49′. 35″$. ferners $\cos. (p + t) = 6°. 18′. 38″$; $\cos. (p - t) = 82°. 26′. 14″$; $\cos. (d + t) = - 30°, 1′. 28″$; $\cos. (d - t) = 46°. 5′. 8″$; $\cos. (\delta + t) = 6°. 2′. 49″$; $\cos. (\delta - t) = 82°. 10′. 25″$; $\cos. q = 54°. 2′. 30″$; $\cos. \delta = 44°. 6′. 37″$. hieraus findet man: $\cos. \phi = (36°. 3′. 14″)$ folglich $\phi = 53°. 56′. 46″$. und dann $\omega = 16°. 13′. 51″$; um nun $Pc = x$ zu finden, muß in der Formel von $\cos. (\omega \pm \phi)$ das obere Zeichen genommen werden, welches giebt; $x = 70°. 16′. 3″$. und $cQ = 19°. 43′. 57″$ nördlich, endlich findet man $y = 31°. 42′. 32″$. woraus das gerade Auffsteigen des Cometen 339°. 17′. 52″.

1. Zusatz.

§. 5. Es ist klar, daß bey dieser, und allen ähnlichen Aufgaben verschiedene Fälle vorkommen können, wenn die Declinationen verschiedene Namen, und folglich die Winkel eine andere Lage haben: aus dem angeführten Beyspiele wird man im Stande seyn, die Formel für jeden Fall zu gebrauchen.

2. Zusatz.

§. 6. Die Gleichung, welche alle diese Stücke enthält, ist folgende:

$$0 = \cos. d . \cos. p + \cos. (\omega \pm \phi) \left(\left\{ \frac{\cos.^2 q - \cos. q . \cos. y . \sin. x . \sin. \delta - \cos. q}{\cos. x} - \cos. p \right\} c \text{os.} d . \cos. t + (\cos. p . \cos. d) \cos.^2 t \right) - \cos. x$$

3. Auf-

3. Aufgabe Fig. 17.

Aus den Entfernungen eines Cometen von zween Fixsternen, deren Längen und Breiten bekannt sind, die Breite und Länge des Cometen finden.

Auflösung.

§. 7. Die Ergänzung der Breite *or* des Sternes *r* ist E *r* = *g*; des Sternes *s* ist E *s* = *h*; die Länge ♈ ♎ *o* des ersten ist = *l*, des zweyten ♈ *t* = *m*; *a o* sey = *x*; *c* E = *y*; *rs* = *z*; *rc* = *p*; *cs* = *q* so ist:

$\cos. z = \cos. (g-h) \cos.^2 \frac{1}{2} (m-l) + \cos. (g+h) \sin.^2 \frac{1}{2} (m-l)$; wenn nun der Winkel E *rs* = β, und *crs* = ϕ, so wird;

$$\cos. \beta = \frac{\cos. h}{\frac{1}{2} \cos. (g-z) - \frac{1}{2} \cos. (g+z)} - \frac{\frac{1}{2} \cos. (g+z) + \frac{1}{2} \cos. (g-z)}{\frac{1}{2} \cos. (g-z) - \frac{1}{2} \cos. (g+z)} \text{ und}$$

$$\cos. \phi = \frac{\cos. q}{\frac{1}{2} \cos. (p-z) - \frac{1}{2} \cos. (p+z)} - \frac{\frac{1}{2} \cos. (p+z) + \frac{1}{2} \cos. (p-z)}{\frac{1}{2} \cos. (p-z) - \frac{1}{2} \cos. (p+z)}; \text{ folglich}$$

der Winkel E*rc* = E*rs* ± *crs* = $\beta \mp \phi$; dahero:

$\cos. y = \cos. (g-p) \cos.^2 \frac{1}{2} (\beta \pm \phi) + \cos. (g+p) . \sin.^2 \frac{1}{2} (\beta \mp \phi)$ und

$$\cos. x = \frac{\cos. p}{\frac{1}{2} \cos. (g-y) - \frac{1}{2} \cos. (g+y)} - \frac{\frac{1}{2} \cos. (g+y) + \frac{1}{2} \cos. (g-y)}{\frac{1}{2} \cos. (g-y) - \frac{1}{2} \cos. (g+y)}.$$

Beyspiel.

§. 8. In dem Beyspiel der 2ten Aufgabe, war *cr* = *p* = 45°. 37′. 34″; *cs* = *q* = 35°. 57′. 30″. die Länge des Sternes in *r* war 27°. 3′. 37″. die nördliche Breite, 29°. 21′. 30″; die Länge des Sternes in *s* war, 0°. 48′. 7″. ♉, die nördliche Breite, 59°. 56′. 30″. so ist: *g* = 70°. 38′. 30″; *h* = 30°. 3′. 30″; woraus dann, $(g-h)$ = 40°. 35′. 0″; cos. $(g-h)$ = 49°. 25′. 0″; cos. $\frac{1}{2} (m-l)$ = sin. (73°. 7′. 45″); $(g+h)$ = 100°. 42′. 0″; folglich wird *z* = 38°. 3′. 40″; $(g-z)$ = 32°. 34′. 50″. $(g+z)$ = 108°. 42′. 10″; und β = 26°. 49′. 32″; ferners $(p-z)$ = 7°. 33′. 54″; $(p+z)$ = 83°. 41′. 14″, und ϕ = 54°. 1′. 56″. folglich E*rc* = 80°. 51′. 28″; weiters $(g-p)$ = 25°. 0′. 56″; $(g+p)$ = 116°. 16′. 4″; hieraus *y* = 63°. 46′. 40″; $(g-y)$ = 6°. 51′. 50″; $(g+p)$ = 134°. 25′. 10″; und endlich *x* = 51°. 52′. 31″; Folglich ♈ ♎ *a* = *x* + ♈ *o* = 18°. 56′. 8″. ♓.

4. Aufgabe.

Aus zwey Declinationen, und geraden Aufsteigungen eines Cometen die scheinbare Bewegung *ct* in seiner scheinbaren Laufbahn finden, und den Winkel bestimmen, welchen diese mit dem Equator machet, nebst dem Punkt, wo sie ihm schneidet.

Auflösung. Fig. 18.

§. 9. In beygefügter Figur sind die Declinationen südlich cn, und nördlich tu, also ist $(nc + 90^\circ) = Pc = \delta$; es sey nun Pt die Ergänzung der Abweichung $= d$, die Differenz des geraden Aufsteigens $= un = \phi$, das Stück tc des größten Cirkels, der hier als die scheinbare Laufbahn des Cometen betrachtet wird, heiße y der Winkel $uLt = x$ so wird: $\cos. y = \cos. (\delta - d) \cos.^2 \frac{1}{2} \phi + \cos. (\delta + d) . \sin.^2 \frac{1}{2} \phi$; wenn nun $tcP = \sigma$,

so wird $\text{tang.} \sigma = \dfrac{\sin. \phi}{\cot. d . \sin. d - \cos. \phi \cos. \delta}$; und wenn die Abweichung $nc = f$,

so ist: $\cos. x = \frac{1}{2} \sin. (\sigma + f) + \frac{1}{2} \sin. (f - \sigma)$.

Beyspiel.

§. 10. Der ehrwürd. Hr. Fixlmillner hat 1771. den 13ten May um $9^h. 45'. 17'' \frac{1}{4}$ die nördliche Abweichung des Cometen gefunden $30^\circ. 30'. 46''$. das gerade Aufsteigen $97^\circ. 19'. 30''$. den 15ten May um $9^h. 45'. 58''$ war die nördliche Abweichung $30^\circ. 16'. 51''$. die Ascension, $100^\circ. 17'. 56''$; folglich $tP = 59^\circ. 29'. 14''$; $Pc = 59^\circ. 43'. 9''$; $tPc = \phi = 2^\circ. 58'. 26''$; hieraus also findet man $tc = 2^\circ. 34'. 13''$; $tc\,P = \sigma = 84^\circ. 5'. 8''$; $cLn = x = 30^\circ. 47'. 56''$; $nL. = 78^\circ. 23'. 24''$ die Länge des Punktes L. war also $5^s. 29^\circ. 41'. 10$.

Zusatz.

§. 11. Diese und nachfolgende Aufgabe, dürften in unserer Cometen Theorie von sehr geringen Nutzen seyn, weil man die Laufbahn nicht mehr als Cirkeln ansieht; unterdessen dienen sie doch zu zeigen, daß diese Hypothese nicht einmal eine bequeme Annäherung zu den wahren Elementen sey, (wie es ganz unlängst ein bekannter Astronom behauptete,) wenn man geocentrische Breiten, und Längen gebrauchen will; die heliocentrische kann man aber nicht anwenden, weil sie die Laufbahn als bekannt voraussetzen.

5. Aufgabe.

Aus zwey geocentrischen Breiten, und Längen eines Cometen die Neigung seiner Bahn auf die Ecliptik, und den Ort des Knoten finden.

Auflösung Fig. 19.

§. 12. Die zween Orte sind t und c, die Breiten tu; cn ihre Ergänzungen $tE = l$; $cE = \lambda$, die Differenz der Längen $= \omega$; $tc = x$; $cLn = y$, so ist:
$\cos. x = \cos. (l - \lambda) \cos.^2 \frac{1}{2} \omega + \cos. (l + \lambda) \sin.^2 \frac{1}{2} \omega$, wenn nun $tcE = \pi$ so wird:

$\sin. \pi = \dfrac{(\sin. \omega . \sin. l)}{\sin. x}$; und wenn $cn = \zeta$ so ergiebt sich:

$\cos. y = \frac{1}{2} \sin. (\pi + \zeta) + \frac{1}{2} \sin. (\pi - \zeta)$ und
$\sin. Ln = \cot. y . \text{tang.} \zeta$.

Bey-

Beyspiel.

§. 13. Der Comet von 1769 hatte eine nördliche Breite *ut* von 18°. 44′ 52″ und *cn* = 17°. 19′. 0″, die Länge in *t* war 7ˢ. 25°. 40′. 37″; die Länge in *c* war 7ˢ. 20°. 21′ 35″. Folglich $\phi = 5°. 19'. 2''$. Hieraus findet man: $x = tc =$ 5°. 15′. 42″; $tcE = \pi = 73°. 22'. 50''$. $eln = y = 23°. 49'. 25''$. und die Länge des Punktes L. in der Ecliptik = 9ˢ. 10°. 35′ 49″. also der entgegenstehende Knoten in 3ˢ. 10°. 35′. 49″

6. Aufgabe Fig. 20.

Aus drey Höhen und der Zeit der gemachten Observationen die Abweichung und Länge finden.

Auflösung.

§. 14. Das Zenith sey in Z der Pol in P und AZ; BZ; CZ; die Ergänzungen der Höhen, man nenne $AZ = \alpha$; $BZ = \beta$; $CZ = \gamma$; $ZP = p$; $AP = x$; $= BP = PC$; die Stunden Winkel $APB = \phi$; $BPC = \omega$; $ZPA = y$; so ist:

I. $\cos \alpha = \cos p \,.\, \cos x + \sin p \sin x \cos y$.

II. $\cos \beta = \cos p \,.\, \cos x + \sin p \sin x \cos (y + \phi)$.

III. $\cos \gamma = \cos p \,.\, \cos x + \sin p \sin x \cos (y + \sigma)$ Aus (I — II) ist:

$(\cos \alpha - \cos \beta) = \cos p \,.\, \cos x + \sin p \sin x \cos y - \cos p \,.\, \cos x + \sin p \,.\, \sin x \,.\, \cos (y + \phi)$, also

$$\frac{(\cos \alpha - \cos \beta)}{\sin p \,[\cos y - \cos (y + \phi)]} = \sin x.$$

Ferners erhält man aus (II — III)

$(\cos \beta - \cos \gamma) = \cos p \,.\, \cos x + \sin p \,.\, \sin x \,.\, \cos (y + \phi) - \cos p \,.\, \cos x + \sin p \,.\, \sin x \,.\, \cos (y + \sigma)$

$$\frac{\cos \beta - \cos \gamma}{\sin p \,[\cos (y + \phi) - \cos (y + \sigma)]} = \sin x.$$

Aus beyden Gleichungen wird:

$$\frac{\cos \alpha - \cos \beta}{[\cos y - \cos (y + \phi)]} = \frac{\cos \beta - \cos \gamma}{[\cos (y + \phi) - \cos (y + \sigma)]}$$ hieraus aber

$(\cos \alpha - \beta) \,.\, [\cos y \cos \phi - \sin y \sin \phi - \cos y \,.\, \cos \sigma - \sin y \sin \sigma] = (\cos \beta - \cos \gamma) \,.\, (\cos y - \cos y \cos \phi - \sin y \sin \phi)$

oder $$\frac{(\cos \alpha - \cos \beta)}{(\cos \beta - \cos \gamma)} = \frac{\cos y (1 - \cos \phi) - \sin y \sin \phi}{(\cos \phi - \cos \sigma) \cos y - \sin y (\sin \phi - \sin \sigma)}$$

oder auch $$\frac{(\cos \alpha - \cos \beta)}{(\cos \beta - \cos \gamma)} = \frac{(2 \sin^2 \tfrac{1}{2}\phi) - \operatorname{tang} y \,.\, \sin \phi}{(\cos \phi - \cos \sigma) - (\sin \phi - \sin \sigma) \operatorname{tang} y}$$: hieraus

endlich: $$\operatorname{tang} y = \frac{(\cos \alpha - \cos \beta) \,.\, (\cos \phi - \cos \sigma) - (2 \sin^2 \tfrac{1}{2}\phi)(\cos \beta - \cos \gamma)}{(\cos \alpha - \cos \beta)(\sin \phi - \sin \sigma) - (\cos \beta - \cos \gamma) \sin \phi}$$; oder auch

 tang.

$$\text{tang.}\,y = \frac{2\text{fin.}\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\,.\,\text{fin.}\frac{1}{2}(\alpha-\beta)\,[2\text{fin.}\frac{1}{2}(\phi+\sigma)\,.\,\text{fin.}\frac{1}{2}(\phi-\sigma)] - 2\text{fin.}^2\frac{1}{2}\phi\,[2\,\text{fin.}\frac{1}{2}(\beta+\gamma)\,\text{fin.}\frac{1}{2}(\beta-\gamma)]}{2\text{fin.}\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\,.\,\text{fin.}\frac{1}{2}(\alpha-\beta)\,[2\text{fin.}\frac{1}{2}(\phi-\sigma)\,.\,\text{cof.}\frac{1}{2}(\phi+\sigma)] - \text{fin.}\,\phi\,[2\,\text{fin.}\frac{1}{2}(\beta+\gamma)\,\text{fin.}\frac{1}{2}(\beta-\gamma)]}$$

Beyspiel.

§. 15. Die Höhe in A sey $= 71°.\ 15'$; in B $= 68°.\ 34'$; in C $= 63°.\ 54'$; so ist ZA $= 18°.\ 45'. = \alpha$; ZB $= 21°.\ 26'. = \beta$, und ZC $= 26°.\ 6'. = \gamma$, ferners $\phi = 7°.\ 51'$; $\phi + \omega = \sigma = 20°.\ 36'$;

folglich $\frac{1}{2}(\alpha + \beta) = 20°.\ 5'.\ 30''$; $\frac{1}{2}(\beta - \alpha) = 1°.\ 20'.\ 30''$; $(\phi + \sigma) = 14°.\ 14'$; $\frac{(\sigma - \phi)}{2} = 6°.\ 22'.$; $\frac{1}{2}\phi = 3°.\ 56'$; $\frac{(\beta + \gamma)}{2} = 23°.\ 46'$; $\frac{(\gamma - \beta)}{2} = 2°.\ 20'$; nun ist:

Log. 2fin. $\frac{1}{2}(\beta + \alpha)$	$= 9,8369859$
Log. fin. $\frac{1}{2}(\beta - \alpha)$	$= 8,3694739$
Log. 2fin. $\frac{1}{2}(\phi + \sigma)$	$= 9,6917379$
Log. fin. $\frac{1}{2}(\sigma - \phi)$	$= 9,0448954$
Log. 2fin.$^2\,\frac{1}{2}\phi$	$= 8,0736238$
Log. 2fin. $\frac{1}{2}(\beta + \gamma)$	$= 9,9063490$
Log. fin. $\frac{1}{2}(\gamma - \beta)$	$= 8,6097341$
Log. 2fin. $\frac{1}{2}(\sigma - \phi)$	$= 9,3459254$
Log. cof. $\frac{1}{2}(\sigma + \phi)$	$= 9,9864593$
Log. fin. ϕ	$= 9,1363028$

Aus diesen nun folgt, L. tang. $y = 9,\ 7295201$, und $y = 28°.\ 12'.\ 39''$.

7. Aufgabe.

Aus der gegebenen Fläche, die ein Comet, oder Planet in bestimmter Zeit um die Sonne beschrieben hat, den Parameter der Laufbahn zu finden.

Auflösung.

§. 16. Man vergleiche, wie es Hr. Euler vorschlägt, den Cometen mit einem andern Himmelskörper, von wessen Laufbahn die Fläche $=$ A die Umlaufszeit $=$ T, der halbe Parameter $= b$; die Fläche der Cometen Bahn sey $= \alpha$, ihre Zeit $= t$, der halbe Parameter $= p$; so ist:

$\text{A} : a = \text{T}\sqrt{b} : t\sqrt{p}$ und

$\frac{\text{A}}{\text{T}\sqrt{b}} = \frac{\alpha}{t\sqrt{p}}$; wenn nun $\frac{\alpha}{t\sqrt{p}} = m$, so wird $\frac{\text{A}}{\text{T}\sqrt{b}} = m$. Wenn ferners der

Radius

Radius zum Umkreise, wie $1 : \pi$, so ist: $A = \pi \sqrt{b}$; und $m = \frac{\pi}{T}$; $T = \frac{\pi}{m}$; ist nun $m = \frac{1}{n}$, so wird $n = \frac{T}{\pi}$, es ist aber nach Eulers I. Aufgabe:

$$\begin{array}{rl} \text{Log. } T = & 2,5625973588 \\ \text{Log. } \pi = & 0,4971498727 \\ \hline \text{Log. } n = & 2,0654474861 \\ n = & 116,2648. \end{array}$$

Nennt man also die Fläche eines jeden beliebigen Sektors $= A$ den halben Parameter $= p$, die Zeit in welcher der dem Sektor zugehörige Bogen beschrieben wird $= t$, so wird:

$$T = \frac{A \,.\, 116,2648;}{\sqrt{p}}$$

$$p = \frac{A^2}{T^2}(13517,5037)$$

8. Aufgabe.

Aus der Eccentricitet, und den halben Parameter, das Verhältniß der Distanz von der Sonne zur wahren Anomalie finden.

Auflösung.

§. 17. Die Eccentricität sey $= e$ der halbe Parameter $= p$, die Entfernung von der Sonne $= y$, die wahre Anomalie $= \phi$; so giebt die Natur der Ellypse:

$y\ (e \text{ cos. } \phi + a) = ap$ oder wenn $a = 1$

$y\ (e \text{ cos. } \phi + 1) = p$ nun aber ist

$p = (1 - e^2)$; folglich

$$y = \frac{1 - e^2}{e \text{ cos. } \phi + 1} \text{ und}$$

$$\text{cos. } \phi = \frac{(1 - e^2) - y}{ey}$$

1. Zusatz.

§. 18. In der Parabel ist, $y \text{ cos. } \phi + y = p$; folglich

$$y = \frac{p}{\text{cos. } \phi + 1} \text{ oder}$$

$$y = \frac{p}{2 \text{ cos.}^2 \frac{1}{2}\phi} \text{ und}$$

$$\text{cos. } \phi = \frac{p - y}{y};$$

 nennt

nennt man die Distanz des Brennpunktes vom Scheitel $= d$ so ist

$$y = \frac{d}{\cos.^2 \frac{1}{2} \phi} \text{ und}$$

$$\cos.^2 \tfrac{1}{2} \phi = \frac{d}{y}.$$

2. Zusatz.

§. 19. Man nehme noch einen Cometen, dessen Distanz von der Sonne $= z$, die Entfernung im Perihelio $= n$ die wahre Anomalie aber $= \phi$ so wird

$$\cos. \phi = \frac{2d - y}{y}; \text{ und } \cos. \phi = \frac{2n - z}{z} \text{ folglich:}$$

$$d : n = y : z; \text{ und } d : n = \cos.^2 \tfrac{1}{2} \phi : \cos.^2 \tfrac{1}{2} \omega$$

Durch diese Formel ist die VII Tafel berechnet worden.

9. Aufgabe. Fig. 21.

Aus zwo Distanzen Fm; FM; und dem Winkel mFM, samt dem Parameter die ganze Laufbahn bestimmen.

Auflösung.

§. 20. Man nenne $AF = x$, den Parameter $= p$; so wird aus der Eigenschaft der Ellypse:

$$x^2 - 2x = - \tfrac{1}{2} p.$$

$$x = 1 \mp \sqrt{1 - \tfrac{1}{2} p}$$

Wenn ferners die Eccentricität $= e$, so ist:

$$x (1 + e) = \frac{p}{2} \text{ und}$$

$$e = \frac{\frac{p}{2} - x}{x};$$

Endlich, wenn $FM = \tau$; $AFM = \phi$; $Fm = t$; $AFm = \omega$; $(\phi - \omega) = \sigma$; so ist

$$(\tau - \tfrac{1}{2}p)(t \cos. \phi) = (\tau \cos. \omega) . (t - \tfrac{1}{2}p)$$

$$\text{tang.} \phi = \frac{(t \cos. \sigma)(\tau - \frac{1}{2}p) - \tau (t - \frac{1}{2}p)}{t (\tau - \frac{1}{2}p) \sin. \sigma};$$

Aus welcher Formel cos. ω leicht gefunden wird. Unterdessen läßt sich dieses bequemer finden, wenn man setzt:

$$t (e \cos. \phi + 1) = \tfrac{1}{2} p$$

$$\tau (e \cos. \phi + 1) = \tfrac{1}{2} p$$

woraus $\cos. \phi = \frac{\frac{1}{2} p - t}{te}$; $\cos. \omega = \frac{\frac{1}{2}p - \tau}{\tau e}$;

Bey-

Beyspiel.

§. 21. Bey dem Comet von 1770 ist $\frac{1}{2}p = 0,\ 3865990$; $(1 - \frac{1}{2}p) = 0,\ 6134010$; $\sqrt{1 - \frac{1}{2}p} = 0,\ 7831805$; folglich $x = 0,\ 2168195$, welches von der wirklichen Distanz im Perihelio, aus der Berechnung des berühmten Hr. Lexell um 0, 000019 unterschieden ist. Ferners sey $\tau = 0,\ 2640332$;
$e = 0,\ 7831996$, $\frac{1}{2}p = 0,\ 3865990$, und $t = 0,\ 6020974$; $\sigma = 38°.\ 48'.\ 27''$.

Log. $(\frac{1}{2}p - \tau) = 9,\ 0883693$	Log. $(\frac{1}{2}p - t) = 8,\ 1282506$
Log. $\tau e = 9,\ 3155310$	Log. $(te) = 9,\ 4959699$
Log. cos. $\omega = 9,\ 7728383$	Log. cos. $\phi = 8,\ 6322807$
$\omega = 53°.\ 39'.\ 3''$.	$\phi = 87°.\ 32'.\ 30''$ das Supplement der wahren Anomalie, welche ist $\phi = 92°.\ 27'.\ 30''$.

welches mit den Berechnungen der XI. Tafel bis auf einige Secunden eintrift.

Zusatz.

§. 22. In der Parabel ist $\frac{p}{2} = t \cos. \phi + t$; und $\frac{p}{2} = \tau \cos. \omega + \tau$; folglich

$$\cos. \phi = \frac{\frac{1}{2}p - t}{t}$$

$$\cos. \omega = \frac{\frac{1}{2}p - \tau}{\tau}.$$

10. Aufgabe Fig. 21.

Aus der gegebenen mittleren Anomalie, die wahre finden.

Auflösung.

§. 23. Die halbe große Achse sey $= 1$, der halbe Parameter $= p$; $FM = y$; $AFM = \phi$ so ist:

$$y = \frac{p}{(e \cos. \phi + 1)} \text{ und } \cos. \phi = \frac{p - y}{ey};$$

man nenne die Fläche $AFM = Q$, so ist die Zeit in welcher sie beschrieben worden, $T = \frac{Q \,.\, 116,\ 2648,}{\sqrt{p}}$, oder $T = \frac{Q\ n}{\sqrt{p}}$; ferners weil $d\,Q = \frac{1}{2} y^2 d\phi$, und $Q = \frac{1}{2} \int y^2 d\phi$, so wird $Q = \frac{1}{2} \int \frac{p^2\, d\phi}{(e \cos. \phi + 1)^2}$;

Um

Um dieses zu integriren setze man: $\frac{\int \frac{1}{2} p^2 d\phi}{(e \cos.\phi + 1)^2} = \frac{A \sin.\phi}{1 + e \cos.\phi} + \int \frac{d\phi}{1 + e \cos.\phi}$, hat diese Voraussetzung statt, so muß im zweyten Gliede nur $d\phi$ bleiben, wenn man differenciiret, und alles unter einen Nenner bringt, es kömmt also darauf an, daß die Conficienten in dieser Absicht bestimmet werden.

Nach dieser Bemerkung ist:

$$\frac{d\phi}{(1 + e \cos.\phi)^2} = \frac{A\,d.\sin.\phi(1 + e \cos.\phi) - Aed.\cos.\phi \sin.\phi + Bd\phi(1 + e \cos.\phi)}{(1 + e \cos.\phi)^2} \text{ \&c.}$$

oder auch; $1 = A \cos.\phi + Ae \cos.^2\phi + Ae \sin.^2\phi + B + Be \cos.\phi + \&c.$ oder

$1 = (A + Be) \cos.\phi + Ae + B + \&c.)$ vergleicht man die Glieder,

so erhält man: $A + Be = 0$

$$Ae + B = 1$$

$$B = 1 - Ae$$

$$B = -\frac{A}{e}.$$

$$(1 - Ae) = -\frac{A}{e}.$$

$$A = \frac{-e}{(1 - e^2)}$$

$$B = \frac{1}{(1 - e^2)}$$

Es wird folglich:

$$\int \frac{d\phi}{(1 + e \cos.\phi)} = \frac{\frac{-e}{(1 - e^2)} \sin.\phi}{(1 + e \cos.\phi)} + \frac{1}{(1 - e^2)} \int \frac{d\phi}{(1 + e \cos.\phi)}.$$

Nun kömmt es darauf an, daß man das letzte Glied integrire, zu diesem Ende sey der Cosinus des Winkels $\phi = \frac{(1 - xx)}{(1 + xx)}$, so ist:

$\int \frac{d\phi}{(1 + e \cos.\phi)} = \int \frac{2dx}{1 + e + (1 - e) x^2}$; es ist aber $\frac{2dx}{1 + e + (1 - e) x^2}$ das Differentiale eines Bogens, dessen Tangente $= \frac{(1 - e) x}{\sqrt{1 - e^2}}$, folglich, wenn $e > 1$, so wird,

$$\int \frac{2dx}{1 + e + (1 - e) x^2} = \frac{1}{\sqrt{e^2 - 1}} L \frac{\sqrt{e^2 - 1} + (e - 1) x}{\sqrt{e^2 - 1} - (e - 1) x} \text{ oder auch;}$$

$\frac{1}{\sqrt{e^2 - 1}} L. \frac{\cos.\phi + e + \sin.\phi \sqrt{1 - e^2}}{1 + e \cos.\phi}$; wenn aber $e < 1$; so wäre

ʃ—

$$\int \frac{2dx}{1+e+(1-e)x^2} = \frac{2}{\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen tang. } \frac{(1-e)x}{\sqrt{1-e^2}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen tang. } \frac{2 \sin. \phi \sqrt{1-e^2}}{(1+e)(1+\cos. \phi)-(1-e)(1-\cos. \phi)} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen tang. } \frac{\sin. \phi \sqrt{1-e^2}}{(1+e \cos. \phi)} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen } \frac{\sin. \phi \sqrt{1-e^2}}{(1+e \cos. \phi)} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen } \frac{\sin. (e+\cos. \phi)}{(1+e \cos. \phi)}.$$

Wenn $e = 1$ wird $\int \frac{d\phi}{1+e \cos. \phi} = \text{tang. } \frac{1}{2}\phi$; wann $e = o$, so wird $\int \frac{d\phi}{(1+e \cos. \phi)} = \frac{2dx}{(1+x^2)}$ = Bogen tang. x. Folglich ist die gesuchte Formel:

$$Q = \frac{-p^2 e \sin. \phi}{2(1-e^2)(1+e \cos. \phi)} + \frac{2}{(1-e^2)\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen tang. } \frac{(1-e)x}{\sqrt{1-e^2}} =$$

$$Q = \frac{-p^2 e \sin. \phi}{2(1-e^2)(1+e \cos. \phi)} + \frac{1}{(1-e^2)\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen tang. } \frac{\sin. \phi \sqrt{1-e^2}}{(1+e \cos. \phi)}.$$

Zusatz Fig. 2.

§. 24. In der Parabel ist, $dQ = 8 r^{\frac{3}{2}} \int \frac{d\phi}{(1+\cos. \phi)^2}$ und

$$Q = \tfrac{2}{3} - \frac{\frac{2}{3} r^{\frac{3}{2}} \sin. \phi}{(1+\cos. \phi)^2}(2+\cos. \phi), \text{ wo aber } r = AS.$$

2. Zusatz.

§. 25. Man beschreibe aus dem Brennpunkte F (Fig. 21.) mit dem Halbmesser Fo den Bogen oc, und setze den Winkel BFM $= \phi$; MF$o = d\phi$; FM $= y$; so ist $oc = yd\phi$ und die Area oFM $= \frac{1}{2} y^2 d\phi$; wenn nun dt, der Zeit proportional ist, in welcher der Bogen oM beschrieben wird, so ist $dt = \frac{1}{2} y^2 d\phi$; oder $dt = y^2 d\phi$: wir haben aber vorhin gefunden, daß $y = \frac{(1-e^2)}{(1-e \cos. \phi)}$, folglich $dt = \frac{(1-e^2)^2 d\phi}{(1-e \cos. \phi)^2}$ und

$\int dt =$

nennt man die Distanz des Brennpunktes vom Scheitel $= d$ so ist

$$y = \frac{d}{\text{cos.}^2 \tfrac{1}{2} \phi} \text{ und}$$

$$\text{cos.}^2 \tfrac{1}{2} \phi = \frac{d}{y}.$$

2. Zusatz.

§. 19. Man nehme noch einen Cometen, dessen Distanz von der Sonne $= z$, die Entfernung im Perihelio $= n$ die wahre Anomalie aber $= \phi$ so wird

$$\text{cos.}\ \phi = \frac{2d - y}{y}; \text{ und cos. } \phi = \frac{2n - z}{z} \text{ folglich:}$$

$$d : n = y : z; \text{ und } d : n = \text{cos.}^2 \tfrac{1}{2} \phi : \text{cos.}^2 \tfrac{1}{2} \omega$$

Durch diese Formel ist die VII Tafel berechnet worden.

9. Aufgabe. Fig. 21.

Aus zwo Distanzen Fm; FM; und dem Winkel mFM, samt dem Parameter die ganze Laufbahn bestimmen.

Auflösung.

§. 20. Man nenne AF $= x$, den Parameter $= p$; so wird aus der Eigenschaft der Ellypse:

$$x^2 - 2x = - \tfrac{1}{2} p.$$

$$x = 1 \mp \sqrt{1 - \tfrac{1}{2} p}$$

Wenn ferners die Eccentricität $= e$, so ist:

$$x(1 + e) = \frac{p}{2} \text{ und}$$

$$e = \frac{\frac{p}{2} - x}{x};$$

Endlich, wenn FM $= t$; AFM $= \phi$; F$m = t$; AF$m = \omega$; $(\phi - \omega) = \sigma$; so ist

$$(\tau - \tfrac{1}{2}p)(t \text{ cos. } \phi) = (\tau \text{ cos. } \omega) . (t - \tfrac{1}{2}p)$$

$$\text{tang.}\ \phi = \frac{(t \text{ cos. } \sigma)(\tau - \tfrac{1}{2}p) - \tau(t - \tfrac{1}{2}p)}{t(\tau - \tfrac{1}{2}p) \text{ sin. } \sigma};$$

Aus welcher Formel cos. ω leicht gefunden wird. Unterdessen läßt sich dieses bequemer finden, wenn man setzt:

$$t(e \text{ cos. } \phi + 1) = \tfrac{1}{2} p$$

$$\tau(e \text{ cos. } \phi + 1) = \tfrac{1}{2} p$$

woraus $\text{cos.}\ \phi = \frac{\frac{1}{2} p - t}{te}$; $\text{cos.}\ \omega = \frac{\frac{1}{2}p - \tau}{\tau e}$;

Bey-

Beyspiel.

§. 21. Bey dem Comet von 1770 ist $\frac{1}{2} p = 0,\ 3865990$; $(1 - \frac{1}{2} p) = 0,\ 6134010$; $\sqrt{1 - \frac{1}{2} p} = 0,\ 7831805$; folglich $x = 0,\ 2168195$, welches von der wirklichen Distanz im Perihelio, aus der Berechnung des berühmten Hr. Lexell um 0, 000019 unterschieden ist. Ferners sey $\tau = 0,\ 2640332$; $\epsilon = 0,\ 7831996$, $\frac{1}{2} p = 0,\ 3865990$, und $t = 0,\ 6020974$; $\sigma = 38°.\ 48'.\ 27''$.

Log. $(\frac{1}{2} p - \tau) = 9,\ 0883693$ Log. $\tau\ \epsilon\ \ = 9,\ 3155310$	Log. $(\frac{1}{2} p - t) = 8,\ 1282506$ Log. $(t\ \epsilon)\ \ = 9,\ 4959699$
Log. cos. $\omega = 9,\ 7728383$ $\omega = 53°.\ 39'.\ 3''$.	Log. cos. $\phi = 8,\ 6322807$ $\phi = 87°.\ 32'.\ 30''$ das Supplement der wahren Anomalie, welche ist $\phi = 92°.\ 27''.\ 30''$.

welches mit den Berechnungen der XI. Tafel bis auf einige Secunden eintrift.

Zusatz.

§. 22. In der Parabel ist $\frac{p}{2} = t \cos. \phi + t$; und $\frac{p}{2} = \tau \cos. \omega + \tau$; folglich

$$\cos. \phi = \frac{\frac{1}{2} p - t}{t}$$

$$\cos. \omega = \frac{\frac{1}{2} p - \tau}{\tau}.$$

10. Aufgabe Fig. 21.

Aus der gegebenen mittleren Anomalie, die wahre finden.

Auflösung.

§. 23. Die halbe große Achse sey $= 1$, der halbe Parameter $= p$; $FM = y$; $AFM = \phi$ so ist:

$$y = \frac{p}{(e \cos. \phi + 1)} \text{ und } \cos. \phi = \frac{p - y}{ey};$$

man nenne die Fläche AFM $= Q$, so ist die Zeit in welcher sie beschrieben worden, $T = \frac{Q.\ 116,\ 2648,}{\sqrt{p}}$, oder $T = \frac{Q\ n}{\sqrt{p}}$; ferners weil $d\ Q = \frac{1}{2} y^2 d \phi$, und $Q = \frac{1}{2} \int y^2 d \phi$, so wird $Q = \frac{1}{2} \int \frac{p^2\ d\ \phi}{(e \cos. \phi + 1)^2}$;

Um

nennt man die Distanz des Brennpunktes vom Scheitel $= d$ so ist

$$y = \frac{d}{\text{cos.}^2 \frac{1}{2} \phi} \text{ und}$$

$$\text{cos.}^2 \tfrac{1}{2} \phi = \frac{d}{y}.$$

2. Zusatz.

§. 19. Man nehme noch einen Cometen, dessen Distanz von der Sonne $= z$, die Entfernung im Perihelio $= n$ die wahre Anomalie aber $= \phi$ so wird

$$\text{cos.}\ \phi = \frac{2d - y}{y}; \text{ und cos. } \phi = \frac{2n - z}{z} \text{ folglich:}$$

$$d : n = y : z; \text{ und } d : n = \text{cos.}^2 \tfrac{1}{2} \phi : \text{cos.}^2 \tfrac{1}{2} \omega$$

Durch diese Formel ist die VII Tafel berechnet worden.)

9. Aufgabe. Fig. 21.

Aus zwo Distanzen Fm; FM; und dem Winkel mFM, samt dem Parameter die ganze Laufbahn bestimmen.

Auflösung.

§. 20. Man nenne AF $= x$, den Parameter $= p$; so wird aus der Eigenschaft der Ellypse:

$$x^2 - 2x = - \tfrac{1}{2} p.$$

$$x = 1 \mp \sqrt{1 - \tfrac{1}{2} p}$$

Wenn ferners die Eccentricität $= e$, so ist:

$$x (1 + e) = \frac{p}{2} \text{ und}$$

$$e = \frac{\frac{p}{2} - x}{x};$$

Endlich, wenn FM $= t$; AFM $= \phi$; F$m = t$; AF$m = \omega$; $(\phi - \omega) = \sigma$; so ist

$$(\tau - \tfrac{1}{2}p)(t \text{ cos. } \phi) = (\tau \text{ cos. } \omega) . (t - \tfrac{1}{2}p)$$

$$\text{tang.}\ \phi = \frac{(t \text{ cos. } \sigma)(\tau - \frac{1}{2}p) - \tau (t - \frac{1}{2}p)}{t (\tau - \frac{1}{2}p) \text{ sin. } \sigma};$$

Aus welcher Formel cos. ω leicht gefunden wird. Unterdessen läßt sich dieses bequemer finden, wenn man setzt:

$$t (e \text{ cos. } \phi + 1) = \tfrac{1}{2} p$$

$$\tau (e \text{ cos. } \phi + 1) = \tfrac{1}{2} p$$

woraus $\text{cos. } \phi = \frac{\frac{1}{2} p - t}{te}$; $\text{cos. } \omega = \frac{\frac{1}{2}p - \tau}{\tau e}$;

Bey-

Beyspiel.

§. 21. Bey dem Comet von 1770 ist $\frac{1}{2}p = 0, 3865990$; $(1 - \frac{1}{2}p) = 0, 6134010$; $\sqrt{1 - \frac{1}{2}p} = 0, 7831805$; folglich $x = 0, 2168195$, welches von der wirklichen Distanz im Perihelio, aus der Berechnung des berühmten Hr. Lexell um 0, 000019 unterschieden ist. Ferners sey $\tau = 0, 2640332$;
$e = 0, 7831996$, $\frac{1}{2}p = 0, 3865990$, und $t = 0, 6020974$; $\sigma = 38°. 48'. 27''$.

Log. $(\frac{1}{2}p - \tau) = 9, 0883693$	Log. $(\frac{1}{2}p - t) = 8, 1282506$
Log. $\tau e = 9, 3155310$	Log. $(te) = 9, 4959699$
Log. cos. $\omega = 9, 7728383$	Log. cos. $\phi = 8, 6322807$
$\omega = 53°. 39'. 3''$.	$\phi = 87°. 32'. 30''$ das Suplement der wahren Anomalie, welche ist $\phi = 92°. 27'. 30''$.

welches mit den Berechnungen der XI. Tafel bis auf einige Secunden eintrift.

Zusatz.

§. 22. In der Parabel ist $\frac{p}{2} = t \cos. \phi + t$; und $\frac{p}{2} = \tau \cos. \omega + \tau$; folglich

$$\cos. \phi = \frac{\frac{1}{2}p - t}{t}$$

$$\cos. \omega = \frac{\frac{1}{2}p - \tau}{\tau}.$$

10. Aufgabe Fig. 21.

Aus der gegebenen mittleren Anomalie, die wahre finden.

Auflösung.

§. 23. Die halbe große Achse sey $= 1$, der halbe Parameter $= p$; $FM = y$; $AFM = \phi$ so ist:

$$y = \frac{p}{(e \cos. \phi + 1)} \text{ und } \cos. \phi = \frac{p - y}{ey};$$

man nenne die Fläche $AFM = Q$, so ist die Zeit in welcher sie beschrieben worden, $T = \frac{Q . 116, 2648,}{\sqrt{p}}$, oder $T = \frac{Q\ n}{\sqrt{p}}$; ferners weil $d\ Q = \frac{1}{2} y^2 d\phi$, und $Q = \frac{1}{2} \int y^2 d\phi$, so wird $Q = \frac{1}{2} \int \frac{p^2\ d\ \phi}{(e \cos. \phi + 1)^2}$;

Um

Um dieses zu integriren setze man: $\frac{\int \frac{1}{2} p^2 d\phi}{(e \cos.\phi + 1)^2} = \frac{A \sin.\phi}{1 + e \cos.\phi} + \int \frac{d\phi}{1 + e \cos.\phi}$, hat diese Voraussetzung statt, so muß im zweyten Gliede nur $d\phi$ bleiben, wenn man differenciiret, und alles unter einen Nenner bringt, es kömmt also darauf an, daß die Conficienten in dieser Absicht bestimmet werden.

Nach dieser Bemerkung ist:

$$\frac{d\phi}{(1 + e \cos.\phi)^2} = \frac{A\, d. \sin.\phi (1 + e \cos.\phi) - A e d. \cos.\phi \sin.\phi + B d\phi (1 + e \cos.\phi)}{(1 + e \cos.\phi)^2} \text{ \&c.}$$

oder auch; $1 = A \cos.\phi + A e \cos.^2\phi + A e \sin.^2\phi + B + B e \cos.\phi + \text{\&c.}$ oder

$1 = (A + Be) \cos.\phi + Ae + B + \text{\&c.})$ vergleicht man die Glieder,

so erhält man: $A + Be = 0$

$$Ae + B = 1$$

$$B = 1 - Ae$$

$$B = -\frac{A}{e}.$$

$$(1 - Ae) = -\frac{A}{e}.$$

$$A = \frac{-e}{(1 - e^2)}$$

$$B = \frac{1}{(1 - e^2)}$$

Es wird folglich:

$$\int \frac{d\phi}{(1 + e \cos.\phi)} = \frac{\frac{-e}{(1 - e^2)} \sin.\phi}{(1 + e \cos.\phi)} + \frac{1}{(1 - e^2)} \int \frac{d\phi}{(1 + e \cos.\phi)}.$$

Nun kömmt es darauf an, daß man das letzte Glied integrire, zu diesem Ende sey der Cosinus des Winkels $\phi = \frac{(1 - xx)}{(1 + xx)}$, so ist:

$\int \frac{d\phi}{(1 + e \cos.\phi)} = \int \frac{2dx}{1 + e + (1 - e) x^2}$; es ist aber $\frac{2dx}{1 + e + (1 - e) x^2}$ das Differentiale eines Bogens, dessen Tangente $= \frac{(1 - e) x}{\sqrt{1 - e^2}}$, folglich, wenn $e > 1$, so wird,

$$\int \frac{2dx}{1 + e + (1 - e) x^2} = \frac{1}{\sqrt{e^2 - 1}} L \frac{\sqrt{e^2 - 1} + (e - 1) x}{\sqrt{e^2 - 1} - (e - 1) x} \text{ oder auch;}$$

$\frac{1}{\sqrt{e^2 - 1}} L. \frac{\cos.\phi + e + \sin.\phi \sqrt{1 - e^2}}{1 + e \cos.\phi}$; wenn aber $e < 1$; so wäre

$\int -$

$$\int \frac{2dx}{1+e+(1-e)x^2} = \frac{2}{\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen tang. } \frac{(1-e)\,x}{\sqrt{1-e^2}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen tang. } \frac{2 \sin.\phi \sqrt{1-e^2}}{(1+e)(1+\cos.\phi)-(1-e)(1-\cos.\phi)} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen tang. } \frac{\sin.\ \phi \sqrt{1-e^2}}{(1+e\cos.\phi)} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen } \frac{\sin.\phi \sqrt{1-e^2}}{(1+e\cos.\phi)} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen } \frac{\sin.\ (e+\cos.\ \phi)}{(1+e\cos.\phi)}.$$

Wenn $e = 1$ wird $\int \frac{d\phi}{1+e\cos.\phi} = \text{tang. } \tfrac{1}{2}\phi$; wann $e = o$, so wird

$\int \frac{d\phi}{(1+e\cos.\phi)} = \frac{2dx}{(1+x^2)} = \text{Bogen tang. } x$. Folglich ist die gesuchte Formel:

$$Q = \frac{-p^2 e \sin.\phi}{2(1-e^2)(1+e\cos.\phi)} + \frac{2}{(1-e^2)\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen tang. } \frac{(1-e)\,x}{\sqrt{1-e^2}} =$$

$$Q = \frac{-p^2 e \sin.\phi}{2\,(1-e^2)\,(1+e\cos.\phi)} + \frac{1}{(1-e^2)\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen tang. } \frac{\sin.\phi \sqrt{1-e^2}}{(1+e\cos.\phi)}.$$

Zusatz Fig. 2.

§. 24. In der Parabel ist, $dQ = 8\,t^{\frac{3}{2}} \int \frac{d\phi}{(1+\cos.\phi)^2}$ und

$$Q = \tfrac{4}{3} - \frac{\frac{2}{3}\, t^{\frac{3}{2}} \sin.\ \phi}{(1+\cos.\phi)^2}\ (2+\cos.\phi), \text{ wo aber } t = AS.$$

2. Zusatz.

§. 25. Man beschreibe aus dem Brennpunkte F (Fig. 21.) mit dem Halbmesser F o den Bogen oe, und setze den Winkel BFM $= \phi$; MFo $= d\phi$; FM $= y$; so ist $oe = yd\phi$ und die Area oFM $= \tfrac{1}{2} y^2 d\phi$; wenn nun dt, der Zeit proportional ist, in welcher der Bogen o M beschrieben wird, so ist $dt = \tfrac{1}{2} y^2 d\phi$; oder $dt = y^2 d\phi$: wie haben aber vorhin gefunden, daß $y = \frac{(1-e^2)}{(1-e\cos.\phi)}$, folglich $dt = \frac{(1-e^2)^2 d\phi}{(1-e\cos.\phi)^2}$ und

$\int dt = \int (1-e^2)^{\frac{3}{2}} (1-e \cos. \phi)^{-2} d\phi$; oder wenn $(1-e^2) = \sin.^2 \zeta$;
$\int dt = \int . [\sin.^3 \zeta (1-\cos. \zeta \cos. \phi)^{-2} d\phi,]$ oder:

$$\int dt = \int . \left(\sin.^4 \zeta d\phi (1+2 \cos. \zeta \cos. \phi + \tfrac{3}{2} \cos.^2 \zeta \cos. 2\phi + \tfrac{1}{2} \cos.^2 \zeta + \frac{3 . 4 \cos.^3 \zeta}{4} \cos. \phi + \cos.^3 \zeta \cos. 3\phi) \&c. \right)$$ folglich:

$t = \sin.^4 \zeta . [\int (1+\tfrac{1}{2} \cos.^2 \zeta)] d\phi + \int 2 \cos. \zeta \cos. \phi d\phi + \int (\tfrac{3}{2} \cos.^2 \zeta . \cos. 2\phi) d\phi + \int 3 \cos.^3 \zeta d\phi + \int \cos.^3 \zeta \cos. 3\phi d\phi$;
$t = [\tfrac{3}{8} - \tfrac{1}{2} \cos. 2\zeta + \tfrac{1}{8} \cos. 4\zeta] . 1 + \tfrac{1}{2} \cos.^2 \zeta) \phi + 2 \cos. \zeta . \sin. \phi + \tfrac{3}{4} \cos.^2 \zeta . \sin. 2\phi + 3 \cos.^3 \zeta \sin. \phi + \tfrac{1}{3} \cos.^3 \zeta . \sin. 3\phi$, &c, &c.
wenn man alle Glieder wegläßt, in welchen cos. ζ in einer höheren, als der dritten Potenz vorkömmt; so ist:

$$\frac{t}{(\sin.^4 \zeta) (1+\tfrac{1}{2} \cos.^2 \zeta)} = \phi + 2 \cos. \zeta \sin. \phi - 3 \cos.^3 \zeta \sin. \phi + \tfrac{3}{4} \cos.^2 \zeta \sin. 2\phi + 3 \cos.^3 \zeta \sin. \phi + + \tfrac{1}{3} \cos.^3 \zeta . \sin. 3\phi \text{ \&c. oder}$$

$$\frac{t}{(\tfrac{3}{8} - \tfrac{1}{2} \cos. 2\zeta + \tfrac{1}{8} \cos. 4\zeta)(1+\tfrac{1}{2} \cos.^2 \zeta .)} = \phi + 2 \cos. \zeta \sin. \phi + \tfrac{3}{4} \cos.^2 \zeta \sin. 2\phi + \tfrac{1}{3} \cos.^3 \zeta \sin. 3\phi \text{ \&c. \&c.}$$

Man nehme nun einen Cirkelbogen Z welcher der Zeit proportional ist, so wird: $Z = \phi + 2 \cos. \zeta . \sin. \phi + \tfrac{3}{4} \cos.^2 \zeta . \sin. 2\phi + \tfrac{1}{3} \cos.^3 \zeta . \sin. 3\phi +$ &c. &c. welcher Ausdruck, die mittlere Anomalie Z durch die wahre ϕ angiebt.

Damit man aber auch die wahre Anomalie ϕ durch die mittlere Z finde, setzen wir erstlich, $2 \cos. \zeta = \alpha$; $\tfrac{3}{4} \cos.^2 \zeta = \beta$; $\tfrac{1}{3} \cos.^3 \zeta = \gamma$, so wird die obige Gleichung: $Z = \phi + \alpha \sin. \phi + \beta \sin. 2\phi + \gamma \sin. 3\phi$ &c.; ferners wollen wir annehmen, daß, $\alpha \sin. \phi + \beta . \sin. 2\phi + \gamma \sin. 3\phi = m$, so wird:

$\phi = Z - m = Z - \alpha \sin. \phi - \beta \sin. 2\phi - \gamma . \sin. 3\phi$, es ist aber,
$\sin. (Z-m) = \sin. Z - m \cos. Z - \tfrac{1}{2} m^2 \sin. Z - \tfrac{1}{6} m^3 \cos. Z -$ &c.
setzt man nun in jedem Gliede den Werth von $\sin. \phi$; $\sin. 2\phi$; $\sin. 3\phi = \sin. (Z-m)$; $\sin. 2(Z-m)$; $\sin. 3(Z-m)$; so wird zum Beyspiel;
$\alpha . \sin. \phi = \alpha \sin. Z - \alpha m \cos. Z - \tfrac{1}{2} \alpha m^2 . \sin. Z +$ &c. &c. oder

$\alpha \sin. \phi = \alpha \sin. Z - \alpha^2 \cos. Z \sin. \phi - \alpha\beta \cos. Z . \sin. 2\phi - \frac{\alpha^3}{2} \sin. Z \sin.^2 \phi +$ &c. &c. oder

$\alpha \sin. \phi = \alpha \sin. Z - \alpha^2 \sin. Z \cos. Z + \alpha^3 \cos.^2 Z \sin. Z - \alpha\beta \cos. Z . \sin. 2Z - \tfrac{1}{2} \alpha^3 . \sin.^3 Z +$ &c. &c, woraus endlich:

$\alpha \sin. \phi = \alpha \sin. Z - \tfrac{1}{2} \alpha^2 \sin. 2Z + \tfrac{1}{4} \alpha^3 \sin. 3Z + \tfrac{1}{4} \alpha^3 \sin. Z - \tfrac{1}{2} \alpha\beta \sin. 3Z - \tfrac{1}{2} \alpha\beta \sin. Z + \tfrac{1}{8} \alpha^3 \sin. 3Z - \tfrac{3}{8} \alpha^3 \sin. Z - \tfrac{1}{8} \alpha^3 \sin. Z$ &c. &c.

Eben

Eben die Veränderung mache man in dem zweyten Gliede, so wird: $\beta . \sin. 2\Phi = \beta . \sin. 2 Z - \alpha . \beta . \sin. 3 Z + \alpha\beta . \sin. Z$, im dritten Gliede kann man nur statt Φ das Z setzen, weil überhaupt alle Glieder ausgelassen werden, in welchen höhere Potenzen von $\cos. \zeta$ vorkommen; folglich wird:

$\gamma \sin. 3\Phi = \gamma \sin. 3 Z$, hieraus also findet man:

$$\Phi = Z \left(-\alpha - \tfrac{1}{4}\alpha^2 + \tfrac{1}{2}\alpha\beta + \tfrac{1}{4}\alpha^3 + \tfrac{1}{8}\alpha^3 - \alpha\beta\right) \sin. Z + \left(\tfrac{1}{4}\alpha^2 - \beta\right) \sin. 2 Z - \left(\frac{\alpha^3}{4} + \tfrac{1}{2}\alpha\beta - \tfrac{1}{3}\alpha^3 + \alpha\beta - \gamma\right) \sin. 3 Z$$

oder endlich:

$$\Phi = Z - 2 \cos. \zeta \sin. Z + \tfrac{1}{4} \cos.^3 \zeta \sin. Z + \tfrac{3}{4} \cos.^2 \zeta \sin. 2 Z + \tfrac{13}{12} \cos.^3 \zeta \sin. 3 Z + \&c. \&c.$$

3. Zusaz.

§. 26. In der Parabel ist $z = \frac{1}{(\cos.^2 \frac{1}{2}\Phi)}$; folglich $dt = \frac{d\Phi}{(2 \cos.^4 \frac{1}{2}\Phi)}$; und

$$t = \int \frac{d\Phi}{(2 \cos.^4 \frac{1}{2}\Phi)} = \frac{\sin. \frac{1}{2}\Phi}{6 \cos.^3 \frac{1}{2}\Phi} + \frac{\sin. \frac{1}{2}\Phi}{3 \cos. \frac{1}{2}\Phi} = \frac{\tan g. \frac{1}{2}\Phi}{6 \cos.^2 \frac{1}{2}\Phi} + \tan g. \tfrac{1}{2}\Phi;$$

oder $6t = 3 \tan g. \frac{1}{2}\Phi + \tan g.^3 \frac{1}{2}\Phi$.

Zusaz.

§. 27. Der berühmte Hr. La Grange hat in den Gedenkschriften der Akademie von Berlin 1769. S. 205. rc. eine neue, und vollkommene Methode gegeben, dieses Problem aufzulösen. Sie gründet sich auf die von ihm gefundene Auflösung der Gleichung, $t = x + n \sin. x$) Mem. de L'academie de Berlin 1768), setzet aber mehr Gründe voraus, als ich hier anbringen konnte, es lohnt sich der Mühe, die vortrefflichen zwo Schriften, dieses großen Geometers mit Aufmerksamkeit zu lesen. —

Zusaz.

§. 28. In den Memoires prés. T. IV. p. 535 hat Hr. Jeurat eine Formel gegeben, die wahre Anomalie aus der mittleren zu finden, die ich wegen ihrer Allgemeinheit hier anführen will:

$$\Phi = Z + \left(-2e + \tfrac{1}{4}e^3 - \tfrac{5}{96}e^5\right) \sin. Z + \left(\tfrac{5}{4}e^2 - \tfrac{11}{24}e^4 + \tfrac{17}{192}e^6\right) \sin. 2 Z + \left(-\tfrac{13}{12}e^3 + \tfrac{43}{64}e^5\right) \sin.^3 Z + \left(\tfrac{103}{96}e^4 - \tfrac{451}{480}e^5\right) \sin. 4 Z - \tfrac{1097}{960}e^5 . \sin. 5 Z + \tfrac{1223}{960}e^6 \sin.^6 Z$$

Beyspiel.

§. 29. Obgleich bey den Planeten nur drey Glieder von dieser Reihe erfodert werden, um die Anomalie zu finden, so sind doch bey Cometen, deren Eccentricität beträchtlich ist, alle die angeführten Glieder nicht hinreichend, um die Reihe convergirend zu machen, wie solches aus folgendem Beyspiel des Cometen vom 1770. erhellet.

Man verlangt die wahre Anomalie, Φ, wenn die mittlere $Z = 40°$ ist? wenn wir die halbe große Achse, dieser Cometen Bahn $= 1$ setzen, so wird $e = 0, 7831996$

folglich:

Z	=	$+0,6981317$
$(-2e+\frac{1}{4}e^3-\frac{5}{96}e^5)$ fin. Z	=	$+0,9394984$
$+(\frac{5}{4}e^2-\frac{11}{24}e^4+\frac{17}{192}e^6)$ fin. $2Z$	=	$+0,6053909$
$(-\frac{13}{12}e^3+\frac{43}{64}e^5)$ fin. $3Z$	=	$+0,6221874$
$(+\frac{103}{96}e^4-\frac{451}{480}e^6)$ fin. $4Z$	=	$+0,0639030$
$(-\frac{1097}{960}e^5)$ fin. $5Z$	=	$+0,1151727$
$+(\frac{1223}{960}e^6)$ fin. $6Z$	=	$-0,0256094$
ϕ	=	$3,0186897$
Also ist, ϕ	=	$172°.\ 57'.\ 28''.$

11. Aufgabe. Fig. 2.

Aus zwo Distanzen SF; GS (Fig. 2) und dem Winkel FSG, die Zeit finden, in welcher der Bogen FG beschrieben wird, wenn die Laufbahn eine Parabel ist?

Auflösung.

§. 30. Die Fläche des parabolischen Sector GSF, ist $= 0,33$ fin. $\omega \sqrt{gh.}$ $(g+h+\text{cof.}\,\omega\sqrt{gh})$; wenn FS $= g$; GS $= h$; GSF $= 2\,\omega$; ferners ist der halbe Parameter $p = \frac{2gh}{g+h-2\,\text{cof.}\,\omega\sqrt{gh}}$; und die Zeit ist $= T = \frac{nQ}{\sqrt{p}}$

folglich $T = \frac{n}{3\sqrt{2}}(g+h+\text{cof.}\,\omega\sqrt{hg})\sqrt{(g+h-2\,\text{cof.}\,\omega\sqrt{gh})}$.

Zusatz Fig. 22.

§. 31. Man nenne die Senne CR $= c$; $cs = r$; SR $=$ R, weil nun die Fläche des parabolischen Sector SCRS $=$

$$\frac{c\,(R+r+\frac{1}{2}\sqrt{(R+r)^2-c^2})}{3\sqrt{(R+r+\sqrt{(R+r)^2-c^2}}}\sqrt{AS} \text{ oder}$$

$= \frac{1}{2}(R+r+c)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}(R+r-c)^{\frac{3}{2}}\,\frac{1}{3}\sqrt{AS}$, und die Zeit

überhaupt $= \frac{Area}{m\sqrt{2\,AS}}$ so ist

$$T = \frac{\left(\frac{R+r+c}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{R+r-c}{2}\right)^{\frac{3}{2}}}{3\,m\sqrt{2}}$$

Zu-

Zusatz.

§. 32. Ist der Abstand von der Sonne CS $= r$, und die Senne CR $= c$ gegeben, und man wollte die Zeit finden, in welcher der Comet den Bogen CR beschrieben hat, so läßt sich diese aus obiger Formel leicht bestimmen, dann wenn sie $= t$, so ist:

$$t = \frac{n-c}{\sqrt{2}}\left(\frac{c^3}{96 \,.\, r^{\frac{3}{2}}} + \tfrac{1}{2}\sqrt{r}\right) \text{ oder}$$

$$c^3 + 48\, c \,.\, r^2 = 96\sqrt{2} \,.\, mtr^{\frac{1}{2}}.$$

welche Formeln des berühmten Herrn Lambert, überaus beauem sind, besonders, wenn die Senne klein ist, und die Zeiten der Beobachtungen nahe auf einander folgen.

12. Aufgabe.

Aus zwo Distanzen von der Sonne (Fig. 26) Sn; Sm, samt dem Winkel nSm, und der Zeit, in welcher der Bogen nm ist beschrieben worden, den Parameter der Ellypse finden, wenn $n\,Sm$ sehr klein ist.

Auflösung.

§. 33. Man nenne die große Achse $= x$; die Entfernung $Sm = r$; $nm = \varrho$; $Sq = y$; $Sn = c$; die unbekannte Periode des Cometen $=$ T, so wird, $y =$

$$\frac{\sqrt{(2c^2 r^2 + 2r^2 \varrho^2 + 2c^2 \varrho^2 - c^4 - r^4 - \varrho^4)}}{4\varrho^2}$$ oder wenn der Winkel $nm\,S = \phi$: und $n\,Sm = \omega$;

$$y = -r \,.\, \text{sin.}\ \phi \text{ oder auch:}$$

$$y = -\frac{r \,.\, c \,.\, \text{sin.}\ \omega.}{\varrho}$$

Man vergleiche nun den Cometen mit einem bekannten Himmelskörper, dessen große Achse $= a$; und die Umlaufszeit $= \tau$: endlich zeige π die Peripherie eines Kreises an, dessen Durchmesser $= a$, so ist

$$T^2 = \frac{\tau^2 x^3}{a^3}, \text{ und die Area des Dreyeckes } n\,Sm =$$

$$(\tfrac{1}{2} \,.\, y \,.\, \varrho) = -\tfrac{1}{2}\,(r \,.\, c \text{ sin. } \omega.).$$

Ferners ist $Sl = FC = \sqrt{[(r^2x^2 - 4rx\,\frac{(r^2 c^2 \text{sin.}^2 \omega)}{\varrho^2} + \frac{4r^2}{\varrho^2}(r^2 c^2 \text{sin.}^2 \omega)]}$ und

die Area der ganzen Ellypse $= -\dfrac{\frac{rc \,.\, \text{sin.}\ \omega}{\varrho}\,\pi x \sqrt{(rx - r^2)}}{2ra}.$

 End-

Endlich weil $T = -\frac{1}{4}\, t.r.c$ sin. ω. (Area Ellips) und ebenfalls, $T = \frac{\tau x \sqrt{x}}{a \sqrt{a}}$; so ist:

$$\frac{\tau x \sqrt{x}}{a \sqrt{a}} = \frac{t \pi x \sqrt{rx - r^2}}{ra \varrho}, \text{ woraus dann}$$

$$x = \frac{t^2 \pi^2 ra}{t^2 \pi^2 a - \tau^2 \varrho^2 r}.$$

13. Aufgabe.

Aus dem halben Parameter, und der wahren Anomalie, die Zeit finden, in welcher der Comet von dem Perihelium, bis an einem bestimmten Punkt der Laufbahn gekommen ist:

Auflösung Fig. 22.

§. 34. Der Sector ASC ist $= 0,17\,(0,15\,.\,p^2.\,\text{tang.}^3 \tfrac{1}{2}\,\phi + 0,75\, p\,.\,\text{tang.} \tfrac{1}{2}\,\phi)$ wenn $\frac{1}{2} p$ den Parameter, ϕ die wahre Anomalie, und T die Zeit andeuten (§. 24). ferners: $T = \frac{\text{Sector ASC}}{m \sqrt{(0,5) p}}$, folglich:

$$T = \frac{(0,15\, p^2.\ \text{tang.}^3 \tfrac{1}{2}\,\phi + 0,75\, p\ \text{tang.}\ \tfrac{1}{2}\,\phi)}{6\, m \sqrt{(0,5.p)^3}}$$

Zusatz.

§. 35. Es läßt sich dieses Problem auch noch auf eine viel bequemere Art auflösen; dann setzen wir AS (Fig. 22) $= q$; ASC $= \phi$; SC $= r$; so kömmt alles darauf an, einen geschmeidigen Ausdruck für den Sector ASC zu finden; in dieser Absicht ist die Fläche ACP $= \frac{1}{2}$ AP . CP $= \frac{1}{2}$ AP . r sin. ϕ, weil aber AP $= \frac{r^2 \text{ sin.}^2 \phi}{4 q}$; so wird die Fläche ACP $= \frac{1}{8} \frac{(r^3 \text{ sin.}^3 \phi)}{q}$; ferners ist die Fläche ASC = ACP — SPC, aber SPC $= \frac{r^3 \text{ sin.}^3 \phi - 4 q^2 r \text{ sin.} \phi}{8 q}$, folglich der Sector ASC $= \frac{(r^3 \text{ sin.}^3 \phi + 12\, r\, q^2 \text{ sin.} \phi)}{24 q}$;

Um nun aus dieser Formel, das sin. ϕ wegzubringen, erinnere man sich, daß sin. $\phi = \frac{2}{r} \sqrt{qr - q^2}$, und r^3 sin.$^3\, \phi = 8\, q\, (r - q) \sqrt{(r-q)\, q}$, es verwandelt sich also der gefundene Ausdruck des Sectors ASC in folgendem:

ASC =

$$\text{ASC} = \frac{8\,q\,(r-q)\,\sqrt{(r-q)\,q} + 24\,q^2\sqrt{(r-q)\,q}}{24\,q}$$

$$= \frac{(r-q)\,\sqrt{(r-q)\,q} + 3q\sqrt{(r-q)\,q}}{3}$$

Endlich ist aus §. 16 bekannt, daß überhaupt $T = \frac{\text{Sector ASC}}{m\sqrt{2q}}$; folglich wird in unserem Fall $T = \frac{(r-q)\,\sqrt{(r-q)\,q} + 3\,q\,\sqrt{(r-q)\,q}}{3\,m\,\sqrt{2q}}$

$$= \frac{[(r-q)+3\,q]\,\sqrt{(r-q)}\,\sqrt{q}}{3\,m\,\sqrt{2}\,\sqrt{q}}$$

$$T = \frac{(r+2\,q)\,\sqrt{(r-q)}}{3\,m\,\sqrt{2}}$$ oder

$$T = \frac{n\,(r+2q)\,\sqrt{(r-q)}}{3\sqrt{2}}$$

$$T = 27,\ 408257\ (r+2q)\,\sqrt{(r-q)}.$$

1. Zusatz.

§. 36. Diese Formel kömmt mit jener überein, welche der berühmte Herr Dusejour in seinem schönen Werke über die Cometen pag. 263 auf eine andere Art, als ich gefunden hat, und vielleicht wäre es sehr dienlich, wenn man nach seiner Anleitung eine genaue Tafel berechnete, die dem Abstand von der Sonne, für jede anzugebende Zeit enthielte.

2. Zusatz.

§. 37. Aus den bekannten Elementen eines Cometen, und der Zeit, wenn er in Perihelio gewesen ist, kann man durch Hilfe der VI. Tafel die entsprechende wahre Anomalie, und durch die VII. VIII. Tafel den Abstand von der Sonne finden, ohne die beschwerliche Auflösung einer cubischen Gleichung zu gebrauchen; man setze $Q = 10000$, so wird $T = 109,\ 6153$ Täge; ferners, wenn die Entfernungen im Perihelio zweyer Cometen $= D$ und Q, die entsprechenden Zeiten vom Perihelio $= T$ und C, so folgt aus vorigen Formeln, daß $T : C = \sqrt{D^3} : \sqrt{Q^3}$; und wenn R und r die Abstände von der Sonne in jedem beliebigen Punkte der Cometen Bahn sind, so wird $D : Q = R : r$; endlich wenn (fig. 22. und fig. 23) zwey verschiedene Parabeln vorstellen, so ist die Zeit von AC zur Zeit von $'A'L$, wie die Fläche ASC zur Fläche $'A'S'L$; wenn also die gegebenen Zeiten, im Verhältniß der Quadrat Wurzeln, aus den Cubis der Distanzen von der Sonne im Perihelio vermehret werden, so sind die angeführten Tafeln für alle Cometen zu gebrauchen.

3. Zur

3. Zusatz.

§. 38. Bey Gelegenheit dieser Tafeln, deren Gebrauch in der beygefügten Erklärung beschrieben ist, lohnt es sich der Mühe zu zeigen, wie der Ort eines jeden Cometen nach der Anleitung, und den Tafeln des Herrn Halley muß berechnet werden.

1. Man addire den beständigen Logarithmus 9, 960128, zu der Differenz der gegebenen Zeit, und der Zeit des Perihelium, und zu dieser Summe, die arithmetische Ergänzung des Logarithmus von $\sqrt{D^3}$, so erhält man den Logarithmus der mittleren Bewegung.
2. Mit dieser werde in der IIIten Tafel die wahre Anomalie, und der Logarithmus für den Abstand von der Sonne gesucht; welche erstere bey gerade gehenden Cometen zu dem Orte des Perihelium muß addiret, bey rückgehenden aber abgezogen werden, wenn die Zeit dem Perihelium vorgehet, und so umgekehrt, wenn sie nachfolget, um den Ort des Cometen in seiner Bahn zu erhalten. Der Logarithmus für den Abstand werde gleichfalls zu der Entfernung im Perihelium addirt, um die wahre Distanz des Cometen von der Sonne zu erhalten.
3. Aus dem Orte des Cometen in seiner Bahn, werde dessen Entfernung von Knoten gesucht, wo dann durch die Neigung auf die Ecliptik, der auf diese reducirte Art des Cometen, samt seiner heliocentrischen Breite, und dem Logarithmus des kurtirten Abstandes durch bekannte trigonometrische Berechnungen gefunden werden.

Beyspiel.

§. 39. Man verlangt den Ort des Cometen vom Jahre 1683, den 23ten July, um 13^h, 40″, oder 21^T. 10^h. 50′ nach dem Perihelium! —

Log. der Zeit	= 1, 3 1 0 7 2 3
Log. Const.	= 9, 9 6 0 1 2 8
Arithm. Ergänzung	= 0, 3 7 7 4 8 6
Log. der mittl. Bew.	= 1, 6 4 8 3 3 7
mittl. Bewegung	= 44, 4 9 8

Diesem entspricht in der IIIten Tafel der Winkel von 56°. 47′. 20″; und Log. für den Abstand von der ☉ = 0, 111336

Ort des Perihel., Tab. I.	= 2ˢ. 25°. 29′. 30″
wahre Anomalie Tab. III.	= 1ˢ. 26°. 47′. 20
Ort des Com. in der Bahn	= ♈. 28°. 42′. 10″
Ort des Knoten Tab. I.	♓. 23°. 23′. 0″
Ent. des Com. von Knoten	= 35°. 19′. 10″
Redukt auf die Eclipt.	= 4°. 48′. 30″
helioc. Ort des Com.	= ♓. 28°. 11′. 30″
nördl. Neigung	= 35°. 2. 0

Log. für den Abstand von ☉ Tab. III.	=	0, 111336
Log. des Perihel. Abst. Tab. I.	=	9, 748343
Log. der Neigung	=	9, 913187
Curtirte Weite	=	9, 772866
Ort der ☉	=	♌ 10°. 41′. 25″.
Ort des Cometen	=	♋ 5°. 11′. 50″.
Nördliche Breite	=	28°. 52′. 0″.
Beob. Ort des Com.	=	♋ 5°. 11′. 30″.
Beobachtete Breite	=	28°. 52′. 0″.

14. Aufgabe.

Die Entfernungen des Cometen von der Erde zu finden, wenn die übrigen Elementen gegeben sind?

Auflösung Fig. 24.

§. 40. Wenn die Sonne in S, die Erde in T, der Comet in seiner Laufbahn in C, und man ziehet das Loth $CN = q$, so ist $CN = CS . \sin. NSC$, und $NS = CS \cos. NSC$; läßt man aus T auf die Knotenlinie gleichfalls den Perpendikel TL fallen, so wird $LT = ST . \sin. TSL$; und $SL = LT . \cos. TSL$, endlich ziehe man das Loth Cc auf die Ecliptik, so ist $Cc = (SC . \sin. NSC \sin. CNc)$ und $Nc = CS . \sin. NSC . \cos. CNc$.

Man setze nun $SC = a$; $NSC = \phi$; $CNc = i$; $ST = \delta$; $TSL = \omega$; $CT = x$; so ist $NC = a \sin. \phi$; $NS = a \cos. \phi$; $Cc = a \sin. \phi . \sin. i$; $NC = a \sin. \phi \cos. i$; $TL = \delta \sin. \omega$; $SL = \delta \cos. \omega$; ferners, $LT - NC = (\delta . \sin. \omega - a \sin. \phi . \cos. i)$, und $NS + LS = (a \cos. \phi + \delta \cos. \omega)$; hieraus ist:

$Tc^2 = (a \cos. \phi + \delta \cos. \omega)^2 + (\delta \sin. \omega - a \sin. \phi \cos. i)^2$ und $Tc^2 + Cc^2 = TC^2$ oder:

$$TC^2 = [\delta^2 (\sin.^2 \omega + \cos.^2 \omega) - 2a\delta . \sin. \omega . \cos. i . \sin. \phi + a^2 \sin.^2 \phi . \cos.^2 i] + [a^2 \cos.^2 \phi + 2a\delta \cos. \phi \cos. \omega] + [a^2 \sin.^2 \phi . \sin.^2 i]\text{, oder}$$

$$TC = \sqrt{[\delta^2 + a^2 - 2a\delta (\cos. \phi \cos. \omega + \sin. \phi \sin. \omega \cos. i)]}$$

Zusatz.

§. 41. Wenn $\phi = 180°$ so ist der Comet in den Knoten, und

$$TC = \sqrt{(\delta^2 + a^2 - 2a\delta \cos. \omega)}$$

wenn aber $\phi = 90°$, so wäre

$$TC = \sqrt{(\delta^2 + a^2 - 2a\delta . \sin. \phi . \sin. \omega . \cos. i)}$$

Zusatz.

§. 42. Es sey der Unterschied der Länge des aufsteigenden Knoten, und des Perihelium $= n$, der Abstand des Cometen vom Perihelium $= d$, die wahre Anomalie $= \lambda$, so ist $\lambda = (\phi + n)$ folglich:

$$TC^2 = \delta^2 + a^2 - 2a\delta\,[\cos.\,\omega \cos.\,(\lambda - n) + \sin.\,\omega \cos.\,i \sin.\,(\lambda - n)]$$ oder

$$TC^2 = \delta^2 + \frac{4d^2}{[2\cos.^2 \frac{1}{2}(\phi + n)]^2} - \frac{4d\delta}{2\cos.^2 \frac{1}{2}(\phi + n)}(\cos.\,\phi \cos.\,\omega + \sin.\,\phi \sin.\,\omega \cos.\,i)$$

15. Aufgabe.

Aus den gegebenen Elementen die Breite des Cometen finden.

Auflösung.

§. 43. In dem rechtwinklichtem Dreyecke CcT, stellt der Winkel $CTc = l$ die gesuchte Breite vor, und es ist; $\sin.\,l = \dfrac{a \sin.\,\phi \,.\, \sin.\,i}{TC}$.

16. Aufgabe.

Aus den bekannten Elementen die Länge finden.

Auflösung Fig. 24.

§. 44. Der Winkel cTS oder die Differenz der Längen des Cometen, und der Sonne heiße ζ, so giebt die Figur;

$$\cos.\,\zeta = \delta^2 - \frac{[(a\cos.\,\phi + \delta\cos.\,\omega)^2 + (\delta \sin.\,\omega - a\sin.\,\phi \,.\, \cos.\,i)^2] - (a^2 - a^2 \sin.^2 \phi \,.\, \sin.^2 i)}{2\delta\sqrt{[(a\cos.\,\phi + \delta\cos.\,\omega)^2 + (\delta\sin.\,\omega - a\sin.\,\phi \,.\, \cos.\,i)^2]}}$$

Zusatz.

§. 45. Wenn die scheinbare Breite des Cometen $= l$, und $TSL = \omega$, $NSC = \phi$; $ST = \delta$, die scheinbare Länge des Cometen $= x$, die Länge der Sonne $= \odot$, so wird:

$$\sin.\,(x - \odot + \omega) = \frac{\text{tang.}\,l\,(\delta \,.\, \sin.\,\omega - a\sin.\,\phi \cos.\,i)}{a \,.\, \sin.\,\phi \,.\, \sin.\,i}$$ oder wenn $(x - \odot) = \eta$;

$$\sin.\,(\eta + \omega) = \frac{\text{tang.}\,l\,.\,(\delta \sin.\,\omega - a\sin.\,\phi \,.\, \cos.\,i)}{(a \,.\, \sin.\,\phi \,.\, \sin.\,i\,.)}$$, folglich

$$\sin.\,\eta \cos.\,\omega - \cos.\,\eta \sin.\,\omega = \frac{\text{tang.}\,l\,(\delta \,.\, \sin.\,\omega - a\sin.\,\phi \,.\, \cos.\,i)}{a \,.\, \sin.\,\phi \,.\, \sin.\,i}$$ woraus zwar die Länge des Cometen gefunden wird, die Formel aber ist so beschwerlich, daß man sie nicht wohl anwenden kann.

Zusatz.

§. 46. Wenn wir die vorhergehenden Benennungen behalten, so ist

$$\text{tang.}(\eta + \omega) = \frac{\delta \sin.\omega - a \sin.\phi \cos.i}{\delta \cos.\omega - a \cos.\phi} \text{ oder}$$

$$\frac{\text{tang.}\eta + \text{tang}\omega}{(1 - \text{tang.}\eta.t\omega} = \frac{\delta \sin.\omega - a \sin.\phi \cos.i}{\delta \cos.\omega - a \cos.\phi}, \text{ woraus}$$

$$\text{tang.}\eta = \frac{(\delta.\sin.\omega - a \sin.\phi.\cos.i) - \text{tang.}\omega(\delta \cos.\omega - a \cos.\phi)}{(\delta \cos.\omega - a \cos.\phi) + \text{tang.}\omega(\delta.\sin.\omega - a \sin.\phi.\cos.i)} \text{ oder}$$

$$\text{tang.}\eta = \frac{a.\sin.\omega \cos.\phi - a \sin.\phi.\cos.i.\cos.\omega}{\delta - a \cos.\phi \cos.\omega - a.\sin.\phi \sin.\omega.\cos.i}$$

17. Aufgabe.

Aus der geocentrischen Breite, und Länge die heliocentrische Länge, und Breite finden.

Auflösung. Fig. 29.

§. 47. Wenn wir die schon gebrauchten Benennungen behalten, und die Erde in t, der Comet in C, der Anfang des Widders in ♈, so ist ♈q die geocentrische und ♈n die heliocentrische Länge; ferners CTc die geocentrische, CSc die heliocentrische Breite; es sey nun $Sct = y$, und $CSc = x$

$$\sin.y = \frac{\sin.\eta.\delta}{a\sqrt{1 - \sin.^2\phi.\sin.^2 i}} \text{ es sey } \sin.^2\phi.\sin.^2 i = \sin.^2\lambda \text{ so wird}$$

$$\sin.y = \frac{\delta.\sin.\eta}{a \cos.\lambda}; \text{ eben so ist}$$

$$\sin.x = \sin.\phi.\sin.i = \frac{\sin.\text{lat. geoc. CT}}{a}.$$

18. Aufgabe.

Aus den gegebenen Entfernungen des Cometen von der Sonne, und Erde, nebst dem Abstand der Erde von der Sonne, und von einem anderen Planeten, die Distanz des Cometen von diesem Himmelskörper finden.

Auflösung Fig. 27.

§. 48. Die Sonne stehe in S, die Erde in T, der Comet in C, der Planet in I, es sey SC $= a$; CT $= b$; ST $= r$; TI $= c$; SI $= d$; CI $= x$ so ist

$$\cos.y = \frac{r^2 + d^2 - c^2}{2rd}.$$

$\cos. z = \frac{a^2 + t^2 - b^2}{2at}$, wenn nun $(z + y) = \beta$, so wird

$x^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cos. \beta$

$$x^2 = a^2 + d^2 - 2ad \left(\frac{(t^2 + d^2 - c^2)}{2td} \frac{(a^2 + t^2 - b^2)}{2at} - \sin. z \sin. y \right).$$

19. Aufgabe.

Die kleinste Entfernung des Cometen von der Erde finden.

Auflösung. Fig. 27.

§. 49. Der Comet stehe in C, die Sonne in S, die Erde in T, und man nenne SC $= x$; ST $= y$; CST $= \phi$; CT $= z$, so ist:

$$zz = x^2 + y^2 - 2xy \cos. \phi$$

welches ein kleinstes seyn soll; zu diesem Ende sey $x + y = 2\lambda$; $x - y = 2\beta$ so wird

$$(\lambda^2 + \beta^2) - \cos. \phi\, (\lambda^2 - \beta^2) = z^2 \text{ oder wenn}$$
$$(\lambda^2 + \beta^2) = X;\ (\lambda^2 - \beta^2) = Z,$$
$$dX - \cos. \phi\, dZ - Zd\phi \sin. \phi = o$$

Zusatz.

§. 50. Die Auflösung dieser Formel wäre zwar nicht künstlich, aber doch sehr beschwerlich, wir wollen also sehen, ob die vorhin §. 38 gefundene Formel bequemer sey: Wir hatten

$$TC^2 = \delta^2 + a^2 - 2a\delta\, (\cos. \phi . \cos. \omega + \sin. \phi \sin. \omega \cos. i) \text{ folglich ist:}$$
$$[a - \delta (\cos. \omega \cos. \phi + \sin. \omega . \sin. \phi \cos. i)]\, d . a$$
$$- a\delta (\sin. \omega \cos. \phi \cos. i - \sin. \phi \cos. \omega)\, d . \phi$$
$$+ [\delta - a (\cos. \phi . \cos. \omega + \sin. \phi \sin. \omega \cos. i)]\, d . \delta$$
$$- a\delta (\sin. \phi \cos. \omega . \cos. i - \sin. \omega \cos. \phi)\, d . \omega = o$$

Diese Formel scheinet nun eben so wenig bequem, wenn wir aber die gehörigen Werthe für $d . a$ und $d . \delta$ aus den Laufbahnen des Cometen, und der Erde substituiren, so wird sie um vieles geschmeidiger. Man setze also die Eccentricität der Erdbahn $= e$ den Parameter $= p$ die halbe grosse Achse $= A$, den **Radius Vector** $= \delta$ die wahre Anomalie $= \tau$, so ist nach §. 17.

$$2\delta \left(\frac{e}{A} \cos. \tau + 1 \right) = p \text{ oder}$$
$$d\delta \left(\frac{e}{A} \cos. \tau \right) - \frac{e}{A} \delta \sin. \tau d\tau = o$$

Wenn aber die Länge des aufsteigenden Knoten des Cometen — der Länge des Perihelium der Erde $= \gamma$, so ist $\tau = (\gamma + \omega)$, also $\cos. \tau = \cos. (\gamma + \omega)$ und $d \cos. \tau = d \cos. (\gamma + \omega)$ folglich:

$$d\delta\left(\frac{e}{A}\cos.(\gamma+\omega)+1\right)-\frac{e}{A}\,\delta\sin.(\gamma+\omega)\,d\omega=o$$

Auf eben diese Art sey der Radius Vector des Cometen $= a$, die Eccentricität $=$ E der Parameter $= \varrho$; Die Länge des aufsteigenden Knoten — der Länge des Perihelium des Cometen $= \pi$, die halbe Achse $=$ A′, so ist: $2a\left(\frac{E}{A'}\cos.(\phi+\pi)+1\right) = \varrho$ und

$$da\left(1+\frac{E}{A'}\cos.(\phi+\pi)\right)-\frac{E}{A'}\,a\sin.(\phi+\pi)\,d\phi=o$$

Aus diesen beyden Differencial-Gleichungen müßen die Werthe von $d\delta$ und da in die Gleichung für die gesuchte Distanz gesetzet werden um den Ausdruck des Kleinsten zu erhalten. Betrachten wir aber die obige Gleichung, so erhellet, daß wenn die Werthe von $d\delta$ und da weggeschaft werden, die Differenzen $d\omega$ und $d\phi$ ganz allein zurückbleiben; ist nun die ganze Gleichung dem Nichts gleich, so muß jeder Coefficient von $d\omega$, und $d\phi$ ebenfalls $= o$ seyn, und die Gleichung zerfällt bequem in zwo andere, welche beyde zugleich statt haben, im Falle der Abstand des Cometen von der Erde ein Kleinstes seyn sollte. Nach dieser vorläufigen Anmerkung heißt die Formel für die kleinste Entfernung:

$$[a-\delta(\cos.\omega\cos.\phi+\sin.\omega\sin.\phi\cos.i)]\frac{[Ea\sin.(\phi+\pi)\,d\phi]}{[A'+E\cos.(\phi+\pi)]}$$

$$-a\delta(\sin.\omega\cos.\phi\cos.i-\sin.\phi\cos.\omega)\,d\phi$$

$$+[\delta-a(\cos.\phi\cos.\omega+\sin.\phi\sin.\omega\cos.i)]\frac{[e\delta\sin.(\gamma+\omega)\,d\omega]}{[A+e\cos.(\gamma+\omega)]}$$

$-a\delta(\sin.\phi\cos.\omega\cos.i-\sin.\omega\cos.\phi)\,d\omega=o$ oder wenn wir, wie schon erinnert worden, die Coefficienten von $d\omega$ und $d\phi$ dem Nichts gleich machen, so erhalten wir folgende zwo Gleichungen:

I. $[\delta-a(\cos.\phi\cos.\omega+\sin.\phi\sin.\omega\cos.i)]\times$
$\left(\frac{e}{A}\sin.(\gamma+\omega)\right)-a\left[1+\frac{e}{A}\cos.(\gamma+\omega)\right]\times$
$(\sin.\phi\cos.\omega\cos.i-\sin.\omega\cos.\phi)=o$ und

II. $[a-\delta(\cos.\phi\cos.\omega+\sin.\phi\sin.\omega\cos.i)]\times$
$\left(\frac{E}{A'}\sin.(\phi+\pi)\right)-\delta\left[1+\frac{E}{A'}\cos.(\phi+\pi)\right]\times$
$(\sin.\omega.\cos.\phi.\cos.i-\sin.\phi.\cos.\omega)=o$

Jede dieser Gleichungen muß erfüllet werden, wenn der Abstand des Cometen von der Erde ein Kleinstes seyn soll.

Zusatz.

§. 51. Wenn wir annehmen, die Erde bewege sich in einem Cirkel, und der Comet in einer Parabel, so wird die Formel zwar um viel kürzer, aber auch um viel unsicherer,

wie es Herr Sejour pag. 38 selbst anmerket, welcher übrigens für den Comet von 1770 gefunden hat, daß sein kleinster Abstand von der Erde 1965 Theile, oder 679120 Meilen beträgt. rc. rc.

20. Aufgabe.

Die Entfernung des Cometen von jeden Planeten bestimmen.

Auflösung Fig. 27.

§. 52. Die Erde stehe in ihrer Laufbahn in T, die Sonne in S, der Comet in I; es sey AB $= a$; R$n = b$; $b = x$; $c\delta = \beta$; SIT $= \pi$; STI $= \gamma$; ST$f = n$; ST $= x$; TSI $= \lambda$; SG $= \zeta$; so wird aus der Natur der Ellipse:

$$4 \sin. \pi^2 = 4 \cos. \tfrac{1}{2}n^2$$
$$= 2 (1 + \cos. n)$$
$$= \frac{b^2}{ax - x^2}$$
$$= \frac{\beta^2}{a\zeta - \zeta^2}, \text{ folglich}$$

$$\sin. \phi = \frac{b}{2\sqrt{ax - x^2}} = \frac{\beta}{2\sqrt{a\zeta - \zeta^2}}, \text{ woraus dann}$$

$$\zeta^2 - a\zeta = \frac{4\beta^2}{4b^2}(x^2 - ax) \text{ also}$$

$$SI = \zeta = \tfrac{1}{2}a \mp \sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 - \left(\frac{4\beta^2}{4b^2}(x^2 - ax)\right)}, \text{ es ist aber:}$$

$$TI^2 = ST^2 + SI - 2ST \cos. \lambda . SI \text{ folglich}$$

$$TI^2 = x^2 + \left(\tfrac{1}{2}a \mp \sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 - \left(\frac{\beta^2}{b^2}(x^2 - ax)\right)}\right)^2 - 2x \cos \lambda \left(\tfrac{1}{2}a \mp \sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 - \left(\frac{\beta^2}{b^2}(x^2 - ax)\right)}\right)$$

Zusatz.

§. 53. Wenn man diese Gleichung differenciiret, und dem Nichts gleich machet, läßt sich zwar der kleinste Abstand finden, jedoch ist mit dieser Formel wenig anzufangen.

21. Aufgabe.

Aus vier beobachteten Längen und Breiten eines Cometen seine Laufbahn in der Parabel bestimmen.

Auflösung Fig. 25.

§. 54. In der ersten Beobachtung sey die Erde in T der Comet in Q, man ziehe das Loth PQ auf die Fläche der Ekliptik, wie auch die Lothe TK; QX; PX auf die Knoten Linie

Linie Dd. Ferners sind PL; QZ Perpendikel auf TK und HZ; und CO steht senkrecht auf TD. Es sey nun $TP = z$; $CTo = a$; so ist $PC^2 = 1 \mp 2z \cos. a + z^2$, die Breite des Cometen sey $= l$, so wird $PQ^2 = z^2 \tang.^2 l$ und $CQ^2 = 1 \mp 2z \cos. a + \frac{z^2}{\cos.^2 l}$. Wenn nun die Neigung der Bahn $= y$, so folgt $QX = \frac{z \tang. l}{\sin. y}$, wenn endlich $PTK = x$; $DCZ = \phi$ so ist:

$$PC = Z \sin. x;\quad KC = \sin. (a \mp x) \text{ und}$$

$$CZ = [\sin. (a \mp x) \mp z \sin. x] \left(\frac{\cos. \phi}{\sin. y \cos. l} \mp \frac{z . \tang. l . \sin. \phi}{\sin. y} \right).$$

Wenn nun der Parameter $= p$, so ist vermöge der Natur der Parabel,

$$CQ = 2\ CH \mp CZ \text{ oder}$$

$$CQ = \tfrac{1}{2} p \mp (\sin. (a \mp x) \mp z \sin. x) \cos. \phi - \frac{Z \tang. l \sin. \phi}{\sin. y.} \text{ und}$$

weil $PX = \sin. TCD - z \cos. PTK$ und $PX = \frac{z \tang. QTP}{\tang. QXP}$ so wird:

$$Z = \frac{\cos. (a \mp x)}{\tang. l . \cot. y + \cos. x.}$$

Werden nun beyde gefundene Werthe von CQ in eine Gleichung gebracht, und in selber der Ausdruck von z gesetzt, so erhält man endlich:

$$\tfrac{1}{2} p \mp [\sin. (a \mp x) \cos. \phi] - \frac{\sin. \phi \cos. (a - x) \cos. y}{\sin.^2 y + \cos. x} - \sqrt{\left(1 \mp \frac{2 \cos. a \cos. (a \mp x)}{\tang. l . \cot. y + \cos.} + \frac{\cos.^2 (a \mp x)}{(\tang.^2 l \cot. y + \cos. x)^2 \cos.^2 l}\right)} = o.$$

Es giebt aber jede der anderen drey Beobachtungen eine ähnliche Gleichung, wo p, y; und ϕ unverändert bleiben, also läßt sich auf diese Art die Laufbahn eines Cometen theoretisch bestimmen.

Zusatz.

§. 55. Ich sagte mit Vorbedacht theoretisch, dann ich zweifle sehr, ob sich ein Astronom finden wird, welcher die Laufbahn durch solche Formeln berechnen wollte, es sey dann, man wäre so glücklich bequemere zu erdenken, dergleichen mir wenigstens noch keine vorgekommen ist.

2. Zusatz. Fig. 26.

§. 56. Eine nicht ganz untaugliche Formel, läßt sich aus unserer Auflösung der 12ten Aufgabe ableiten. Dann wenn wir die daselbst gebrauchten Benennungen behalten, so ist aus der ersten Beobachtung:

$x =$

$$x = \frac{t^2 \pi^2 ra}{t^2 \pi^2 a - \tau^2 \varrho^2 r}$$

aus der zweyten: $x = \frac{'t^2 \pi^2 'r\, a}{'t^2 \pi^2 a - \tau^2\, '\varrho^2\, 'r}$, und

eben so aus der dritten; $x = \frac{''t^2 \pi^2 ra}{''t^2 \pi^2 a - \tau^2\, ''\varrho^2 r}$;

Betrachten wir nun die 26te Figur, in welcher $mS = r$; $nS = 'r$; $oS = ''r$; eben so, $mn = \varrho$; $on = '\varrho$; $om = ''\varrho$; der Winkel mSn sey $= \omega$; $nSo = \phi$ so ist die Winkelgeschwindigkeit von der ersten zur dritten Beobachtung $= (\omega + \phi.)$ Nun aber ist

$$\varrho^2 = r^2 + 'r^2 - 2\, r\, 'r \operatorname{cos.} \omega$$
$$'\varrho^2 = ''r^2 + 'r^2 - 2\, ''r\, 'r \operatorname{cos.} \phi$$
$$''\varrho^2 = ''r^2 + r^2 - 2\, ''r\, r \operatorname{cos.} (\omega + \phi)$$; folglich erhalten unsere drey Werthe für x folgende Gestalt:

$$\text{I. } x = \frac{t^2 \pi^2 ra}{t^2 \pi^2 a - \tau^2 r\, (r^2 + 'r^2 - 2\, 'r\, r \operatorname{cos.} \omega)}$$

$$\text{II. } x = \frac{'t^2 \pi^2\, 'ra}{'t^2 \pi^2 a - \tau^2\, 'r\, (''r^2 + 'r^2 - 2\, ''r\, 'r \operatorname{cos.} \phi)}$$

$$\text{III. } x = \frac{''t^2 \pi^2 ra}{''t^2 \pi^2 a - \tau^2 r\, (''r^2 + r^2 - 2\, ''rr \operatorname{cos.} (\omega + \phi)\,]}$$

Setzen wir nun $t^2 \pi^2 a = L$; $'t^2 \pi^2 a = M$; $''t^2 \pi^2 a = N$, und $r = y$; $'r = z$; $''r = \xi$ so wird

$$\frac{L y}{(L - \tau^2 y)\, (y^2 + z^2 - 2yz \operatorname{cos.} \omega)} = x\,.\,\text{I.}$$

$$\frac{M z}{(M - \tau^2 z)\, (z^2 + \xi^2 - 2z\xi \operatorname{cos.} \phi)} = x\,.\,\text{II.}$$

$$\frac{N y}{(M - \tau^2 y)\, (y^2 + \xi^2 - 2y\xi \operatorname{cos.} (\omega + \phi)} = x\,.\,\text{III.}$$

Werden nun diese drey Gleichungen gehörig behandelt, so erhält man aus I. und III.

$L(N - \tau^2 y)\,.\,(y^2 + z^2 - 2\, z\, y \operatorname{cos.} (\omega + \phi) = N\, (L - \tau^2 y)\, (y^2 + z^2 - 2yz \operatorname{cos.} \omega)$ woraus

$$\xi = y \operatorname{cos.} (\phi + \omega) \mp \left(y^2 \operatorname{cos.}^2 (\phi + \omega) + \frac{[(LN - N\tau^2 y)\, (y^2 + z^2 - 2yz \operatorname{cos.} \omega) - y^2 (LN \cdot L\tau^2 y)]}{(LN - L\tau^2 y)} \right)^{\frac{1}{2}}$$
$$= (\odot)$$

Aus I. und II. wird:

$$\xi = z \operatorname{cos.} \phi \mp [z^2 \operatorname{cos.}^2 \phi + \left(\frac{(MLz - M\tau^2 zy)\, (y^2 + z^2 - 2yz \operatorname{cos.} \omega) - z^2 (LMy - L\tau^2 yz)]}{(LMy - L\tau^2 yz)} \right)^{\frac{1}{2}}$$
$$= (☽)$$

aus II. und III. endlich:

$\xi =$

$$\xi = \frac{(NyM - N\tau^2 yz)\, z \,\text{cos.}\, \phi - (MNz - M\tau^2 yz)\, y \,\text{cos.}\, (\phi + \omega)}{(NMy - N\tau^2 yz) - (MNz - M\tau^2 yz)} \mp$$

$$\sqrt{\left(\left(\frac{(NyM - Nzy\tau^2)\, z \,\text{cos.}\, \phi - (MNz - M\tau^2 yz)\, y \,\text{cos.}\, (\phi + \omega)}{[(NMy - N\tau^2 yz) - (MNz - M\tau^2 yz)]^2}\right)^2 + \frac{(MNz - M\tau^2 yz)\, y^2 - (MNy - N\tau^2 zy)\, z^2}{(MNy - N\tau^2 yz) - (MNz - M\tau^2 yz)}\right)} \ldots\ldots (\tfrac{1}{6})$$

Setzet man nun $(\phi + \omega) = \lambda$, und vergleicht die Werthe ☉ und ☽ von ξ, so wird y cos. $\lambda = z$ cos. ϕ; folglich $y = \frac{z \,\text{cos.}\, \phi}{\text{cos.}\, \lambda} = z$ cos. ϱ; es sey cos.^{2} ϱ = cos. δ so wird $(y^2 + z^2) = z^2\,(1 + \text{cos.}^2\, \varrho) = z^2\,(1 + \text{cos.}\, \delta) = 2 z^2 \,\text{cos.}^2\, \tfrac{1}{2}\delta$; und $yz = z^2$ cos. ϱ; folglich: y cos. $\lambda = z$ cos. ϕ und

$$\frac{LN(2\text{cos.}^2 \tfrac{1}{2}\delta - 2\text{cos.}\varrho\, \text{cos.}\,\omega) - N\tau^2(2z\,\text{cos.}\varrho\, \text{cos.}^2 \tfrac{1}{2}\delta - 2z\,\text{cos.}^2\varrho\, \text{cos.}\,\omega) - LN\,\text{cos.}^2\varrho + L\tau^2 z\,\text{cos.}^3\varrho}{(LN - L\tau^2 z\,\text{cos.}\,\varrho)} =$$

$$\frac{ML(2z\text{cos.}^2\tfrac{1}{2}\delta - 2\text{cos.}\,\omega\,.\,\text{cos.}\,\varrho\,.\,z) - M\tau^2(2z^2\,\text{cos.}^2\tfrac{1}{2}\delta\,\text{cos.}\,\varrho - 2z^2\text{cos.}\,\omega\,.\,\text{cos.}^2\varrho) - LMz\,\text{cos.}\,\varrho + L\tau^2 z^2\,\text{cos.}\,\varrho}{(LMz\,\text{cos.}\,\varrho - L\tau^2 z^2\,\text{cos.}\,\varrho)}.$$

Diese beyde Gleichungen laßen sich nun also vorstellen.

$\frac{A - Bz}{E - Fz} = \frac{G - HZ}{L - MZ}$, woraus dann

$$z^2 + z\,\frac{(EH + FG - MA - BL)}{(BM - FH)} + \frac{(AL - EG)}{(BM - FH)} = o$$

Setzt man nun den durch bekannte Größen gegebenen Werth von z in der Gleichung $\tfrac{1}{6}$ so wird die herauskommende Gleichung einen Ausdruck für z geben, welcher aber wegen des vermuthlich sehr hohen Grades von z nicht anwendbar zu seyn scheinet, weswegen ich es auch für überflüßig halte weiter nachzurechnen.

22. Aufgabe. Fig. 30.

Aus drey sehr nahen Beobachtungen die Laufbahn durch Versuche bestimmen.

Auflösung Fig. 30.

§. 57. Die Erde stehe in ihrer Laufbahn in T; t; $'t$; die Sonne in s der Comet in C; c. γ; seine aus der Erde gesehenen Längen sind TD; t'C; $'t$B; die Breiten CTD; ct'C; $\gamma' t$B; weil nun der Winkel DTS, den Unterscheid der Längen des Cometen, und der Sonne anzeiget, und im Dreyecke DTS die Seite TS bekannt ist, so wollen wir einen der zwoen übrigen Winkel DST oder TDS als wenn er gegeben wäre annehmen, und aus selben die ganze übrige Laufbahn zu bestimmen suchen.

Es sey also DTS $= \phi$; TS $= a$; DST $= \xi$; und TDS $= [180° - (\phi + \xi)] = \omega$; folglich:

I. $\mathrm{sin.}\ \omega : a = \mathrm{sin.}\ \xi : TD$

II. $\mathrm{sin.}\ \omega : a = \mathrm{sin.}\ \phi : DS$

$$\mathrm{cos.\,lat.\ geocentr.}\ \frac{a\ \mathrm{sin.}\ \xi}{\mathrm{sin.}\ \omega} = \mathrm{sin.\ lat.\ sin.\ geocentr.}\ CD\text{, oder}$$

III. $$\frac{a\ \mathrm{sin.}\ \xi}{\mathrm{sin.}\ \omega}\ \mathrm{tang.\ lat.\ geocëntr.} = CD.$$

$CD^2 + SD^2 = CS^2$ oder

$$\left(\frac{a^2\ \mathrm{sin.}^2\ \xi}{\mathrm{sin.}^2\ \omega}.\ \mathrm{tang.}^2.\ \mathrm{lat.\ geocentr.}\right) + \frac{a^2\ \mathrm{sin.}^2\ \phi}{\mathrm{sin.}^2\ \omega} = CS^2$$

IV. $$CS = R = \frac{a}{\mathrm{sin.}\ \omega}\sqrt{\mathrm{sin.}^2\ \xi\,.\,\mathrm{tang.}^2.\ \mathrm{lat.\ geocentr.} + \mathrm{sin.}^2\ \phi}\,..$$

Nun kömmt es auf die Bestimmung der übrigen Entfernungen von der Erde; und man setze: $TD = d$; $tu = e$, $AT = f$; $TS = a$, $CTD = l$; $n'C = z$; $A'C = {}'l$; $\gamma' t B = {}''l$; $TAt = \varrho$; $CTS = \beta$, so ist:

$$AD = \frac{a\ \mathrm{sin.}\ \xi}{\mathrm{sin.}\ \omega} + f$$

$$Dn = \left(\frac{a\ \mathrm{sin.}\ \xi}{\mathrm{sin.}\ \omega} + f\right) \mathrm{sin.}\ \varrho$$

$$(D'C)^2 = z^2 + \left(\frac{a\ \mathrm{sin.}\ \xi}{\mathrm{sin.}\ \omega} + f\right)^2 \mathrm{sin.}^2\ \varrho$$

$$Au = f\ \mathrm{cos.}\ \varrho$$

$$An = \left(\frac{a\ \mathrm{sin.}\ \xi}{\mathrm{sin.}\ \omega} + f\right) \mathrm{cos.}\ \varrho$$

$$A'C = \left(\frac{a\ \mathrm{sin.}\ \xi}{\mathrm{sin.}\ \omega} + f\right) \mathrm{cos.}\ \varrho + z$$

$$n'C = \frac{a\ \mathrm{sin.}\ \xi}{\mathrm{sin.}\ \omega}\ \mathrm{cos.}\ \varrho + z$$

$$t'C = \frac{a\ \mathrm{sin.}\ \xi}{\mathrm{sin}\ \omega}\ \mathrm{cos.}\ \varrho + z - e$$

$$c'C = \left(\frac{a\ \mathrm{sin.}\ \xi}{\mathrm{sin.}\ \omega}\ \mathrm{cos.}\ \varrho + z - e\right) \mathrm{tang.}\ {}'l$$

$$CD = \frac{a\ \mathrm{sin.}\ \xi}{\mathrm{sin.}\ \omega}\ \mathrm{tang.}\ l.$$

$$cp = c'C - CD = \frac{a\ \mathrm{sin.}\ \xi}{\mathrm{sin.}\ \omega}\left(\mathrm{cos.}\ \varrho\ \mathrm{tang.}\ {}'l - \mathrm{tang.}\ l\right) + (z - e)\ \mathrm{tang.}\ {}'l$$

Es ist aber $Cc^2 = Cp^2 + cp^2$, man setze nun $\frac{a \sin. \zeta}{\sin. \omega} + f = d + f = s$

so erhält man:

$$\begin{array}{l} Cc^2 = z^2 \sec.^2\, {}'l + 2d \cos. \varrho \tang.^2\, {}'l \left\{ \begin{array}{l} + \; d^2 \cos.^2 \varrho \\ z - 2de \cos. \varrho \\ + \; e^2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} - 2d^2 \tang. l \cos. \varrho \\ \tang.^2\, {}'l + 2de \tang. l \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} + d^2 \tang.^2 l \\ \tang. l + s^2 \sin.^2 \varrho ; \end{array} \right. \\ \qquad - d \tang. l . \tang. {}'l \\ \qquad - 2e \tang.^2\, {}'l \end{array}$$

Hier wollen wir mit dem berühmten Herrn Lambert setzen:

$$Cc^2 = Dz^2 + Ez + F$$

weil nun $CS^2 = CT^2 + TS^2 - 2CT \cos. \beta . TS$, und

$$CT = CD^2 + TD^2 \text{ so wird}$$

$$CS^2 = a^2 + d^2 \sec.^2 l - 2ad \sec. l . \cos. \beta ;$$

Da nun die zwo Entfernungen von der Sonne CS und cS einander sehr nahe sind, so kann man setzen: $Cc = \frac{m\, T \sqrt{8}}{\sqrt{CS}}$, woraus dann folgende Gleichung des zweyten Grades:

$$Dz^2 + EZ + F = \frac{8\, m^2\, T^2}{\sqrt{(a^2 + d^2 \sec.^2 l - 2ad \sec. l . \cos. \beta)}}$$

und ist z bekannt, so läßt sich alles übrige ohne Mühe finden.

23. Aufgabe.

Aus drey Beobachtungen eines Cometen, dessen curtirte Weite von der Erde, in der mittleren Observation finden, und daraus die ganze Laufbahn bestimmen?

Auflösung Fig. 30.

§. 58. Der Comet habe in C; c; γ gestanden, die Erde in T; t; $'t$; die Sonne in S; man setze $t'C = z$; die geocentrische Breite $ct'C = g$; $ct S = s$; $tS = d$ so ist $tc = z . \sec. g$; und $cS^2 =$

$$d^2 + \sec.^2 g . z^2 - 2zd . \cos. s . \sec. g .$$

Es sey nun $t'C$: $TD = 1 : m$; $t'C : {}'tB = 1 : n$, so ist $TD = mz$; $'tB = nz$; der Winkel $TA't$ heiße r; $TA = a$; $'tA = b$; $TS = c$; $S't = e$; die Breite $DTC = h$; $'t\gamma = l$; so daß $1 : \tang. h = mz : DC = \tang. h . m . z$, und $B\gamma = n . z . \tang. l$.

Man ziehe Ci gleichlauffend mit DB so wird $\gamma i = (m . \tang. h - n \tang. l) z$. Ferners ist, $AD = a + mz$; $AB = b + nz$; folglich

$DB^2 = a^2 + 2amz + m^2 z^2 + b^2 + 2bnz + n^2 z^2 - 2ab \cos. r - 2anz \cos. r - 2bmz \cos. r - 2mnz^2 \cos. r$, und $C\gamma^2 =$

$a^2 + 2amz + m^2 z^2 + b^2 + 2bnz + n^2 z^2 + z^2 (m \tang. h - n \tang. l)^2 - 2ab \cos. r - 2anz \cos. r - 2bmz \cos. r - 2mnz^2 \cos. r$; oder mit der vorhin gebrauchten Verkürzung: $C\gamma^2 = Az^2 + BZ + C$.

Wenn die Zeit, in welcher der Comet von C nach γ gekommen ist, $= t$, und man vergleicht die Bewegung desselben mit der Bewegung der Erde, so folgt daß er in einer Entfernung, welche dem mittleren Abstande 100000000 gleich wäre den Raum 2432746, 6 . t würde beschrieben haben; setzt man also 2432746600 . $t = f$ so ergiebt sich:

$$C\gamma^2 : cS = (Az^2 + Bz + C)\sqrt{\text{sec.}^2 g \,.\, z^2 - 2dz \,\text{cos.}\, s \,.\, \text{sec.}\, g + d^2}$$

welches eine Gleichung des sechsten Grades ist.

Zusatz.

§. 59. Diese Methode des berühmten Boscovich beschreibt der berühmte Herr P. Scherffer in seinen Instit. Astronom. Theoret. pag. 226—230; sie ist zwar sehr mühsam, und ich zweifle, ob sich die Astronomen ihrer bedienen werden; unterdessen habe ich es doch versuchet, sie auf den Comet von 1779. anzuwenden, obgleich der Erfolg meiner Erwartung gar nicht entsprach.



Beo-

Beobachtungen

des Cometen von 1779. in der K. Sternwarte zu Mayland gemacht.

von denen Herrn Reggio, und Cesaris.

Täge	Wahre Zeit h	′	″	Gerades Aufsteigen. °	′	″	Nördliche Abweich. °	′	″
8 März	12.	44	52	221.	18	38	27	53	44
10	11.	36.	6	218	39	27	27	6	38
11	9	22	41	217	27	20	26	42	50
12	9	11	5	216	9	10	26	16	56
13	9	8	45	214	51	50	25	51	9
14	9	5	37	213	35	36	25	24	40
15	...	...	..	...	...	..	...	...	...
18	10	21	38	208	42	17	23	32	52
19	10	3	7	207	34	43	23	4	50
20	10	8	46	206	27	39	22	36	30
22	10	33	29	204	18	21	21	39	34
23	9	51	3	203	18	12	21	12	6
24	9	49	38	202	18	29	20	43	29
26	10	40	47	200	22	20	19	46	32
27	...	...	..	.....	...	..	...	..	..
2 April	...	...	...	.....	...	...	...	...	..
3	9	7	8	193	57	38	16	11	45
4	8	59	48	193	17	1	15	46	51
5	..	..	..	....	..	..	..	..	...
6	9	11	14	191	59	16	14	56	20
7	9	24	42	191	23	1	14	32	22
8	9	30	39	190	47	56	14	8	14
10	9	57	22	189	42	30	13	21	3
11	9	41	35	189	12	6	12	58	57
12	10	6	20	188	42	28	12	36	35
13	9	50	11	188	14	47	12	15	8
14	9	34	19	187	48	20	11	53	55
15	9	28	28	187	22	54	11	33	2
16	9	28	23	186	59	5	11	12	21
19	..	..	..	....	...	...	...	..	..
21	10	5	47	185	14	25	9	34	5
22	9	30	12	184	56	52	9	16	27
6 May	9	18	51	182	18	47	5	29	37

§. 60. Ich wählte die Beobachtungen des 10; 11; und 12 März, für welche ich die Längen und Breiten nach der I. Aufgabe bestimmte:

	Länge des Cometen				Breite nördl.		
I. Beobachtung	205°.	17′.	57″.	$= \alpha$.	39°.	45′.	2″.
II.	204.	14.	24	$= \beta$.	38°.	57′.	13″.
III.	203.	6.	14	$= \gamma$.	38°.	5′.	3″.
IV.	201.	18.	50	$= \delta$.	37°.	12′.	45″.

Die Orte der Sonne, und ihre Entfernungen von der Erde waren:

	Längen der Sonne			Abstand von der ♁
I. Beobacht.	350°.	15′.	14″.	0, 9 9 4 4
II.	351.	10.	27	0, 9 9 4 6
III.	352.	9.	46	0, 9 9 4 9
IV.	353.	9.	20	0, 9 9 5 2

Berechnung der Laufbahn.

Fig. 31.

§. 61. Der Winkel KBS ist 130° 40′. 13″; dessen Ergänzung = 40°. 40′. 13″ = s der Logarithmus = 9, 8140510; KBG = 51°. 2′. 57″ = g; Log. sec. g = 0, 1092129; man setze die Zeit von der ersten zur zweyten Beobachtung = $'t$; von der ersten zur dritten t so ist:

$$BG : TD = {}'t . \sin. (\alpha - \gamma) : t \sin. (\alpha - \beta)$$

$$BG : TD = 1 : \frac{t \sin. (\alpha - \beta)}{{}'t \sin. (\alpha - \gamma)} \text{ oder}$$

$$BG : TD = 1 : m \text{ folglich}$$

$$BG : TD = 1 : \frac{1^{t}, 89929 . \sin. (1°. \ 3'. \ 33'')}{0^{t}, 90735 . \sin. (2°. \ 11'. \ 43'')} \text{ woraus}$$

Log. m = 0, 0044877: auf eben diese Art wird
BG: dt = 1: n und Log. n = 9, 9960132.

Fer-

Ferners ist:

$ArT = 55°. \ 2'. \ 42''.$
$tAT = 2°. \ 11'. \ 44''.$
$tST = 1°. \ 54'. \ 32''.$
$TtS = 89°. \ 54'. \ 35''.$

Log. $Tt = 8, 5203576$
Log. $AT = 9, 8506452 =$ Log. a.
Log. $At = 9, 8618122 =$ Log. b.

$ST = 0, 9949 = c.$
$SB = 0, 9946 = d.$ } Log. $d = 9, 9976485.$
$St = 0, 9944 = e.$

cos. $TAt = r = 0, 9992757.$
Log. $r = 9, 9996812.$
Log. tang. $DTC = 9, 8941244 =$ Log. h.
Log. tang. $dtc = 9, 9199707 =$ Log. l.
$i = (nl - mh) = 0, 0323137.$
Log. $i = 8, 5093867$
$f = 0, 0460748$
Log. $f = 8, 6634641.$

Hieraus ist nun:

$(m^2 + n^2 + i^2 - 2mnr) = -0, 0162498 = A$; und Log. $A = 8, 2108480.$
$(2brm + 2arn - 2bn - 2am) = -0, 0014512 = B$; und Log. $B = 7, 1617273.$
$(a^2 + b^2 - 2abr) = +0, 0010980 = C$; und Log. $C = 7, 0406023.$

Endlich ist $KS^2 = d^2 + g^2z^2 \pm 2dsgz$, wo aber das obere Zeichen zu gebrauchen, weil $KBS > 90°$; folglich:

$$-Az^2 - Bz + C\sqrt{g^2z^2 + 2dsgz + d^2} = f^2.$$

Wird diese Gleichung aufgelöset, so erhalten wir:

$$A^2g^2z^4 \begin{matrix} + 2ABg^2 \\ + 2A^2dgs \end{matrix}\Big\} z^3 \begin{matrix} + (B^2 - 2AC)\,g^2 \\ + 4AB\,dgs \\ + A^2d^2 \end{matrix}\Big\} z^2 \begin{matrix} + (B^2 - 2AC)\,2dgs \\ - 2BCg^2 \\ + 2ABd^2 \end{matrix}\Big\} z^1$$

$$\begin{matrix} + (B^2 - 2AC)\,d^2 \\ - 4dgs\,BC \\ + C^2g^2 \end{matrix}\Big\} z^2 \quad \begin{matrix} + 2C^2dgs \\ - 2d^2BC \end{matrix}\Big\} z$$

$$+ d^2C^2 - f^4 = 0.$$

Wird

Wird diese Gleichung in Zahlen aufgelöset, so ist:

$$\text{Log. } A^2 g^2 = 6,\ 6401218. +$$

$$\text{Log.} \left\{ \begin{matrix} 2\,AB\,g^2 \\ +\ 2\,A^2\,dgs \end{matrix} \right\} = 6,\ 7229628. +$$

$$\text{Log.} \left\{ \begin{matrix} (B^2 - 2\,AC)g^2 \\ +\ 4\,AB\,dgs \\ +\ A^2\,d^2 \end{matrix} \right\} = 6,\ 4536241. +$$

$$\text{Log.} \left\{ \begin{matrix} (B^2 - 2AC)\,2dgs \\ -\ 2\,BC\,g^2 \\ +\ 2\,AB\,d^2 \end{matrix} \right\} = 4,\ 4913617. -$$

$$\text{Log.} \left\{ \begin{matrix} (B^2 - 2AC)d^2 \\ -\ 4dgs\,.\,BC \\ +\ C^2 g^2 \end{matrix} \right\} = 5,\ 4851533. -$$

$$\text{Log.} \left\{ \begin{matrix} 2\,C^2\,dgs \\ -\ 2\,d^2\,BC \end{matrix} \right\} = 4,\ 2041200. -$$

$$\left\{ \begin{matrix} C^2\,d^2 \\ -\ f^4 \end{matrix} \right\} = 4,\ 5185139. -$$

Aus dieser Berechnung entstehet folgende Gleichung des sechsten Grades.

$$z^6 + 0,\ 0828410.\ z^5 + 9,\ 8135023.\ z^4 - 7,\ 8512399.\ z^3 - 8,\ 8450315.\ z^2 - 7,\ 5639982.\ z - 0,\ 0075577. = 0.$$

wo ich gleich die Logarithmen der Coefficienten, statt ihrer Zahlen geschrieben habe.

Nun kömmt es darauf an die Wurzeln dieser Gleichung zu entdecken. Wenn $z = 0,\ 34868$, so ist die Gleichung:

$$+ 0,\ 00179706 + 0,\ 00623700 + 0,\ 00962078 - 0,\ 00030096 - 0,\ 00850913 - 0,\ 00127769 - 0,\ 00755770 = + 0,\ 00000936$$

folglich der Rest bejaht, und z zu groß; nimmt man aber $z = 0,\ 34860$, so ist:

$$+ 0,\ 00179458 + 0,\ 00622985 + 0,\ 00961196 - 0,\ 00030076 - 0,\ 00850523 - 0,\ 00127739 - 0,\ 00755770 = - 0,\ 00000469$$

Die

Die wahre Wurzel ist also zwischen 0, 34868 und 0, 34860 enthalten, man setze $z = 0,\ 34860 + x$, so bekömmt man beyläufig, $z = 0,\ 3486267$, mit welcher wir die Berechnung der Laufbahn versuchen wollen.

Erste Beobachtung.		Dritte Beobachtung.	
Log. z = ...	9, 5423610	....	9, 5423610
Log. n = ...	9, 9960132	Log. m = ...	0, 0044877
Log. td = ...	9, 5383742	Log. TD = ...	9, 5468487
td = ...	0, 3454412	TD = ...	0, 3522481
Log. tang. (39°. 45′. 2″.) =	9, 9199717	Log. tang. (38°. 5′. 3″) =	9, 8941144
Log. td = ...	9, 5383742	Log. TD = ...	9, 5468487
Log. dc = ...	9, 4583459	Log. DC = ...	9, 4409631
Log. (tS — dt) = ...	9, 8122171	Log. (TS — DT) = ...	9, 8079758
Log. tang. ½ (tdS + tSd) =	9, 4992506	Log. tang. ½ (TDS + TSD) =	9, 4421209
	9, 3114677		9, 2500967
Log. (tS + dt) = ...	0, 1270533	Log. (TS + DT) = ...	0, 1294153
	9, 1844144		9, 1206814
	8°. 41′. 36″.		7°. 31′. 17″.
Log. dS = ...	0, 1114533	Log. DS = ...	0, 1171389
Länge der Sonne....	11ˢ. 20°. 15′. 14″.	Länge der Sonne.....	11ˢ. 22°. 9′. 46″.
Heliocentrische Länge des Cometen.	5ˢ. 29°. 5′. 0″.	Heliocentrische Länge des Cometen.	6ˢ. 0°. 6′. 43″.
Heliocentrische Breite......	12°. 31′. 54″	Heliocentrische Breite.....	11°. 54′. 8″.
Log. des Radius Vector =	0, 1219251	Log. des Radius Vector =	0, 1265776.

Aus diesen wird nach §. 12 die Neigung gegen die Ecliptik leicht berechnet, die ich gefunden habe 33°. 56′. 58″. der Ort des aufsteigenden Knoten 0ˢ. 13°. 21′. 25″. und die Differenz der wahren Anomalie = 1°. 11′. 4″.

Wir wollen nun hieraus die Zeit von der ersten zur dritten Beobachtung bestimmen, wozu die Formel des §. 31. dienet.

Nennt man also den größern Radius Vector SR (Fig. 21.) = R den kleinern CS = r den Winkel CSR = ϱ so ist überhaupt:

$$CR^2 = K^2 = R^2 + r^2 - 2r\,R\,\text{cos.}\,\varrho \text{ und}$$

$$\text{die Zeit } t = \frac{(R + r + K)^{\frac{3}{2}} - (R + r - K)^{\frac{3}{2}}}{0,\ 1032127}.$$

Es ist also die Zeit von der ersten zur zweyten Beobachtung = 2,^{T} 88573 folglich beträgt der Unterscheid 0,^{T} 98644.

Die übrigen Elementen werden durch die Auflösungen der VIIIten. IX. XII. und XIII Aufgabe leicht bestimmet; so daß also die durch diese Methode gefundene Laufbahn des Cometen folgende Abmeßungen hat:

Länge des aufsteigenden Knoten.......... 0^{s}. 18°. 21$'$. 25$''$.
Neigung der Laufbahn.... .... 33°. 56$'$. 58$''$.
Länge des Perihelium.................. 2^{s}. 15°. 9$'$. 42$''$.
Entfernung im Perihel............... 0, 277362
Zeit des Perihel.................... 17 Jäner 1779; 9^{h}. 48$'$.

Anmerkung.

§. 62. Ich bin weit entfernet, diese Aufgaben als genau anzupreisen, glaube aber doch, daß die hier gebrauchte Methode für eine erste Annäherung immer gut genug wäre, besonders wenn man kein Liebhaber der insgemein gewöhnlichen Methode der falschen Positionen ist. Wenn man diese Laufbahn nach und nach verbessert, gelangt man endlich zu jener, welche der wahren am nächsten kommet, wo man sich aber die langen Berechnungen nicht muß verdrüßen lassen, welche eine unvermeidliche Folge des Problems, nicht aber ein Fehler der Methoden sind.

24. Aufgabe.

Aus dem Abstande im Perihelio, der wahren Anomalie und dem Radius Vector die große Achse der elliptischen Laufbahn finden.

Auflösung.

§. 63. Es heiße die halbe große Achse y; der Parameter p; die wahre Anomalie ϕ, der Abstand von der Sonne r, die Eccentricität e und die Entfernung im Perihelio d so wird nach §. 17.

$$2r\,(e\ \text{cof.}\ \phi + y) = py, \text{ es ist aber}$$

$\frac{1}{2}p = \frac{y^2 - e^2}{y}$ und

$e = y - d$ folglich

$r \text{ cos. } \phi \, (y - d) + yr = y^2 - (y - d)^2$, also

$y = \frac{d\,(r \text{ cos. } \phi - d)}{2\,(r \text{ cos.}^2 \frac{1}{2}\phi - d)}$;

25. Aufgabe.

Aus der gegebenen Entfernung im Perihelio, und der zukommenden wahren Anomalie in einer Parabel, die Verbesserung dieser Anomalie in einer elyptischen Laufbahn finden.

Auflösung Fig. 32.

§. 64. Es sey PSN $= \phi$; PS $= p$; SN $= d = \frac{p}{\text{cos.}^2 \frac{1}{2}\phi}$ (§. 18.). In der Ellypse Pα BH, sey die große Achse $= a$, die kleine $= 2\sqrt{[p\,(a-p)]}$ der Parameter $= \frac{4\,ap - 4\,p^2}{a}$; die Abscisse PC $= x$ die Ordinate CB $= \frac{2}{a}$ $\sqrt{[(ap - p^2)\,(ax - x^2)]} = 2p^{\frac{1}{2}}\,x^{\frac{1}{2}}\left(1 - \frac{p}{2a} - \frac{x}{2a}\right)$; NC $= 2p^{\frac{1}{2}}\,x^{\frac{1}{2}}$; folglich CN — CB $=$ NB $= p^{\frac{1}{2}}\,x^{\frac{1}{2}}\frac{(p + x)}{a}$. Die Area NP αB ist $\int$NB . dx oder $\int\left(\frac{p^{\frac{3}{2}}\,x^{\frac{1}{2}}\,dx}{a} + \frac{p^{\frac{1}{2}}\,x^{\frac{3}{2}}\,dx}{a}\right) = p^{\frac{1}{2}}\,x^{\frac{1}{2}}\left(\frac{2px}{3a} + \frac{2x^2}{5a}\right)$, welches ohne merklichen Fehler $=$ NPν; zieht man diese Fläche NPν von dem parabolischen Sector PNS ab, so bleibt die Fläche νSP $=$

$$p^{\frac{1}{2}}\,x^{\frac{1}{2}}\left(p + \tfrac{1}{3}x - \frac{2px}{3a} - \frac{2x^2}{5a}\right).$$ Es ist fernens

$$\sqrt{4p} : \sqrt{\frac{(4ap - 4p^2)}{a}} = \text{Sector NSP, zu der Fläche } \alpha\text{SP oder}$$

$$\sqrt{4p} : \sqrt{\frac{(4ap - 4p^2)}{a}} = p^{\frac{1}{2}}\,x^{\frac{1}{2}}\,(p + \tfrac{1}{3}x) : p^{\frac{1}{2}}\,x^{\frac{1}{2}}\left(1 - \frac{p}{2a}\right)(p + \tfrac{1}{3}x)$$

oder αSP $= p^{\frac{1}{2}}\,x^{\frac{1}{2}}\left(p + \frac{1}{3}x - \frac{p^2}{2a} - \frac{px}{6a}\right)$ und νSP — αSP $= \nu$Sα $=$

$$p^{\frac{1}{2}}\,x^{\frac{1}{2}}\left(\frac{p^2}{2a} - \frac{px}{2a} - \frac{2x^2}{5a}\right).$$

Wenn NM die Normale ist, so ist PMN $= \frac{1}{2}$ PSN deren Tangente $= t$; und $n = pt^2$ folglich $vSn = \frac{p^2 t}{2a} (1 - t^2 - \frac{1}{3} t^4)$ und $nb = \frac{p^2 t \ (1 - t^2 - \frac{1}{3} t^4)}{a (t^2 + 1)}$ welcher Bogen den Winkel nSN mißt, wird nun dieser in Theilen des Halbmessers $= 1$ ausgedrückt, so ist SN : $nb = 1 : nSN$ oder

$$(p + pt^2) : \left(\frac{p^2 t \ (1 - t^2 - \frac{1}{3} t^4)}{a \ (1 + t^2)}\right) = 1 : \frac{pt}{a}\left(\frac{1 - t^2 - \frac{1}{3} t^4}{(1 + t^2)^2}\right)$$

es sey nun $t \left(\frac{1 - t^2 - \frac{1}{3} t^4}{(1 + t^2)^2}\right) = \sigma$ so ist

$$nb = \frac{p\sigma}{a}; \text{ folglich der Winkel } nSN = \frac{p\sigma}{a} (206264'', 8).$$

Beyspiel.

§. 65. Man giebt die wahre Anomalie von 44°. 3'. 20''. des Cometen von 1759 in einer Parabel, und verlangt die zugehörige Verbesserung in einer Ellypse, deren größere Achse = 35, 727, und die Entfernung im Perihelio = 0, 5825? Hier ist

$t = 0, 40459$; $t^2 = 0, 16369$; $\frac{1}{3} t^4 = 0, 02143$;

$t \ (1 - t^2 - \frac{1}{3} t^4) = 0, 3296922992$; $(1 + t^2)^2 = 1, 35417$;

$\frac{t \ (1 - t^2 - \frac{1}{3} t^4)}{(1 + t^2)^2} = 0, 24346 = \sigma$, folglich;

Log. p =..........	9, 7652959
Log. σ =..........	9, 3864276
Log. m =..........	5, 3144251
	4, 4661486
Log. a =..........	1, 5529965
Log. $\frac{pm\sigma}{a}$ =........	2, 9131521 = 818'', 8

folglich ist die gesuchte Verbesserung — 13'. 39''. und hieraus die wahre Anomalie in der Ellypse für die gleiche Zeit 43°. 49'. 41''.

26. Aufgabe.

Wenn alles verbleibt, wie bey der vorhergehenden Aufgabe, den Unterschied des Radius Vector in der Parabel, von jenen in der Ellypse angeben.

Auf-

Auflösung. Fig. 32.

§. 66. Weil die Dreyecke NBν; $nb\nu$; unendlich klein sind, so ist:

$$\text{sin. } N\nu B : \text{sin. } NB\nu = NB : N\nu = \frac{NB \cdot \text{sin. } NB\nu}{\text{sin. } N\nu B} =$$

$$\frac{NB \cdot \text{sin. } TNP}{\text{sin. } TNS} = tp^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}\left(\frac{p+x}{a}\right) = \frac{p^2t^2}{a}(1+t^2);$$ (§. 64.) ferners ist auch,

$$1 : \frac{p\sigma}{a} = (p + pt^2) : nb = \frac{p^2\sigma}{a}(1+t^2),$$ und

$$CM : CN = 1 : t = nb \text{ oder } \frac{p^2\sigma}{a}(1+t^2) : b\nu = \frac{p^2t \cdot \sigma}{a}(1+t^2);$$

Es ist aber $SN - Sn = N\nu + b\nu = \frac{p^2t}{a}(t+\sigma)(1+t^2)$; wird dieses von $SN = p(1+t^2)$ abgezogen, so bleibt,

$$p(1+t^2) \cdot \left(1 - \frac{pt}{a}(t+\sigma)\right)$$ und

$$SN : Sn = (1+t^2) : p(1+t^2)\left(1 - \frac{pt}{a}(t+\sigma)\right) =$$

$$1 : 1 - \frac{pt}{a}(t+\sigma).$$

Beyspiel.

§. 67. Behalten wir die Benennungen des vorhergehenden Beyspieles (§. 65.) so ist $\text{cos. } \frac{1}{2}\phi = 0,927$; $\text{cos.}^2 \frac{1}{2}\phi = 0,859329$; $p = 0,5825$; woraus $d = \frac{p}{\text{cos.}^2 \frac{1}{2}\phi}$ (§. 18. §. 64) $= 0,67785$; $t = 0,40459$; $\frac{tp}{a} = 0,0065965$; $t + \sigma = 0,64805$; $\frac{tp}{a}(t+\sigma) = 0,00427486$; $1 - \frac{pt}{a}(t+\sigma) = 0,995725$; folglich ist,

$$1 : 1 - \frac{pt}{a}(t+\sigma) = 1 : 0,995725 =$$
$$0,67785 : 0,67495.$$

Es ist also die Verbesserung $-$ 0,0029.

Zusatz.

§. 68. Diese zwey Aufgaben, die ich aus der vortrefflichen Astronomie (a) des berühmten Hr. Carl Scherffer entlehnet habe, lassen sich nochfolgender massen auflösen. Man

 nenne

(a) Institutiones Astronomicae Theoreticae 1777. 4to. pag. 92. &c.

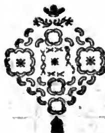
nenne die halbe grosse Achse der Ellypse $= a$ die Verbesserung des parabolischen Radius Vector $= x$ und behalte die übrigen Benennungen des §. 63, so ist:

$$x = \frac{(2ar \cos.^4 \tfrac{1}{2}\Phi - 2ad \cos.^2 \tfrac{1}{2}\Phi - dr \cos.^2 \tfrac{1}{2}\Phi \cdot \cos.\Phi + d^2 \cos.^2 \tfrac{1}{2}\Phi - d)}{(d \cos.\Phi \;\; \cos.^2 \tfrac{1}{2}\Phi - \cos.^2 \tfrac{1}{2}\Phi - 2a \cos.^4 \tfrac{1}{2}\Phi)},$$ und wenn

die Correction der wahren Anomalie $= y$ so ist:

$$\cos.\, y \,.\, arc \,.\, y = \frac{(ar - 2ad + d^2 - \text{tang.}\ \Phi)}{(dr - ar)\ \cos.\ \Phi}.$$

Ende.



Ta=

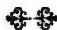
Tafeln.

I. Tafel.

Elemente

Aller bisher beobachteten Cometen.

Jahre	Länge des aufsteig. Knoten.				Länge des Perihelium.				Neigung.			Distanz im Perihelio.	Zeit des Perihelium.				Lauf.
	s	°	'	"	s.	°.	'.	".	°.	'.	".		T.	h.	'.	".	
837	6	26	33	0	9	19	3	0	10	0	0	0, 58000	1 März.	0	0	0	D.
1231	0	13	30	0	4	14	48	0	6	5	0	94780	30 Jän.	7	22		D.
1264	5	28	45	0	9	5	45	0	30	25	0	41081	17 July.	6	10		D.
1299	3	17	8	0	0	3	20	0	68	57	0	31790	31 März	7	38		R.
1301	0	15	0	0	9	0	0	0	70	0	0	45000	22 Octob.				R.
1337	2	6	22	0	0	20	0	0	32	11	0	64453	1 Juny	0	40		R.
1456	1	18	30	0	10	1	0	0	17	56	0	58550	8 Juny	25	10		R.
1472	9	11	46	20	1	15	33	30	5	20	0	54273	28 Febr.	22	32		R.
1531	1	19	25	0	10	1	39	0	17	56	0	56700	24 Aug.	21	27		R.
1532	2	20	27	0	3	21	7	0	32	36	0	50910	19 Octobr	22	21		D.
1553	4	5	44	0	4	27	16	0	35	49	0	20280	16 Juny	19	39		D.
1556	5	25	42	0	9	8	50	0	32	6	30	46390	21 April	20	12		D.
1557	0	25	52	0	4	9	22	0	74	32	45	18342	26 Octob.	18	54		R.
1580	0	19	7	37	3	19	11	55	64	51	50	59533	28 Nov.	13	54	0	D.
1582	7	21	7	20	8	5	23	10	61	27	50	22570	6 May	16	9		R.
1585	1	7	42	30	0	8	51	0	6	4	0	109358	7 Octob.	19	29		D.
1590	5	15	30	40	7	6	54	30	29	40	40	57661	8 Febr.	3	54		R.
1593	5	14	15	0	5	26	19	0	87	58	0	8911	18 July	13	48		D.
1596	10	15	36	50	7	28	30	50	52	9	45	54941	8 Aug.	15	43		R.
1607	1	20	21	0	10	2	16	0	17	2	0	58680	26 Oct.	3	59		R.
1618	9	23	25	0	10	18	20	0	21	28	0	51298	17 Aug.	3	12		D.
1618	2	16	1	0	0	2	14	0	37	34	0	37975	8 Nov.	12	32		D.

I. Tafel.

Elemente

aller bisher beobachteten Cometen.

Jahre	Länge des aufsteig. Knoten. s.	°	′	″	Länge des Perihelium. s.	°	′	″	Neigung. °	′	″	Distanz im Perihelio	Zeit des Perihelium.	h.	′	″	Lauf.
1652	2	28	10	0	0	28	18	40	79	28	0	84750	12 Nov.	15	49	0	D.
1661	2	22	30	30	3	25	58	40	32	35	50	44851	26 Jänner	23	50	0	D.
1664	2	21	14	0	4	10	41	25	21	18	30	102575	4 Dec.	12	1	0	R.
1665	7	18	2	0	2	11	54	30	76	5		10649	24 April	5	24	0	R.
1672	9	27	30	30	3	16	59	30	83	22	10	69739	1 März	8	46	0	D.
1677	7	26	49	10	4	17	37	5	79	3	15	28059	6 May	0	46	0	R.
1678	5	11	40	0	10	27	46	0	3	4	20	123801	26 Aug.	14	12	0	D.
1680	9	2	2		8	22	39	30	60	56		612	18 Dec.	0	15	0	D.
1682	1	21	16	30	10	2	52	45	17	56		58328	14 Sept.	7	48	0	R.
1683	5	23	23		2	25	29	30	83	11		56020	13 July	2	59	0	R.
1684	8	28	15		7	28	52	0	65	48	40	96015	8 Juny	10	25	0	D.
1686	11	20	34	40	2	17	0	30	31	21	40	32500	16 Sept.	14	42	0	D.
1689	10	23	45	20	8	23	44	45	69	17		1689	1 Dec.	15	5	0	R.
1698	8	27	44	15	9	0	51	15	11	46		69129	18 Oct.	17	6	0	R.
1699	10	21	45	35	7	2	31	6	69	20		74400	13 Jan.	8	32	0	R.
1702	6	9	25	15	4	18	41	3	4	30		64590	13 März	14	2	0	D.
1706	0	13	11	40	2	12	29	10	55	14	10	42581	30 Jan.	4	32	0	D.
1707	1	22	46	35	2	19	54	56	88	36		85974	11 Dec.	23	39	0	D.
1718	4	7	55	20	4	1	26	36	31	12	53	102565	15 Jan.	1	24	36	R.
	4	8	43	0	4	1	30	0	30	20		102565	14 Jan.	23	48	0	—
1723	0	14	16	0	1	12	52	20	49	59		99865	27 Sept.	16	20	0	R.
1729	10	10	35	15	10	22	16	53	77	1	58	406980	23 Juny	6	45	22	D.
	10	10	32	37	10	22	40	0	76	58	4	426140	25 Juny	11	16	0	—

I. Tafel.

Elemente

aller bisher beobachteten Cometen.

Jahre	Länge des aufsteig. Knoten. s.	°	'	''	Länge des Perihelium. s.	°	'	''	Neigung. °	'	''	Distanz im Perihelio.	Zeit des Perihelium.	h.	'		Lauf.
1737	7	16	22	0	10	25	55	0	18	20	45	22282	30 Jäne	8	30	0	D.
1739	6	27	25	14	3	12	38	40	55	42	44	67358	17 Juny	10	9	0	R.
1742	6	5	34	45	7	7	33	14	67	4	11	76555	8 Horn.	4	30	30	R.
1743	2	8	10	48	3	2	58	4	2	15	50	83811	10 Jan.	21	24	57	D.
1743	0	5	16	25	8	6	33	52	44	48	20	52057	20 Sept.	21	26	0	R.
1744	1	15	45	20	6	17	12	55	47	8	36	22206	1 März	8	26	20	D.
1747	4	26	58	27	9	10	5	41	77	56	55	229388	28 Horn.	11	54	19	R.
1748	7	22	52	16	7	5	0	50	85	26	57	84066	28 April	19	34	45	R.
1748	1	4	39	43	9	6	9	24	56	59	3	65525	18 Juny	1	33	0	D.
1757	7	4	5	50	4	2	39	0	12	39	6	33907	21 Oct.	9	42	0	D.
1758	7	20	50	9	8	27	37	45	68	19	0	21535	11 Juny	3	27	0	D.
1759	1	23	45	35	10	3	8	10	17	40	14	58490	12 März	13	41	0	R.
	1	23	49	21	10	3	16	20	17	35	20	58360	—	13	59	24	—
	1	23	47	58	10	3	12	30	17	38	11	583997	...	12	57	36	—
	1	23	49	0	10	3	16	0	17	39	0	58349	—	13	32	40	—
1760	2	19	50	45	4	18	24	35	4	51	32	96599	Dec. 1759. 16	21	13	0	R.
1760	4	19	39	24	1	23	24	20	78	59	22	79851	Nov. 1759. 27	2	28	20	D.
1762	11	19	20	0	3	15	15	0	84	45	0	101240	28 May	15	27	0	D.
	11	18	35	23	3	13	42	38	85	40	1[illegible]	100686	—	2	2	0	—
	11	19	2	22	3	14	29	46	85	3	2	100986	—	7	0	49	—
	11	18	55	31	3	15	22	23	85	22	21	101415	29 May	0	27	48	—
1763	11	26	29	29	2	25	0	48	73	39	29	49842	1 Nov.	21	6	29	D.
1764	3	19	20	6	0	16	11	48	53	54	19	56418	12 Horn.	10	29	0	R.
1766	8	4	10	50	4	23	15	25	40	50	20	50533	17 Horn.	8	50	0	R.
1766	1	17	5	0	6	25	15	0	8	20	0	63860	16 April	17	30	0	D.
1769	5	25	0	4[illegible]	4	24	5	54	40	37	33	12376	7 Oct.	12	30	0	D.
	5	25	6	32	4	24	11	7	40	48	49	12272	—	1	58	40	—
	5	25	2	25	4	24	14	32	40	42	38	12298	—	12	26	17	—

I. Tafel.

Elemente

aller bisher beobachteten Cometen.

Jahre	Länge des aufst. Knoten. s.	°	'	''	Länge des Perihelium. s.	°	'	''	Neigung. °	'	''	Distanz im Perihelio.	Zeit des Perihelium.	h.	'	''	Lauf.
1769	5	25	3	18	4	24	11	8	40	46	32	12258	7 Octob.	13	13	8	D.
	5	25	13	40	4	24	22	0	40	42	30	12280	—	17	46	0	—
	5	25	5	31	4	24	12	13	40	49	49	12276	—	15	1	31	—
1770	4	19	39	5	11	25	27	16	1	44	30	63688	9 Aug.	0	16	54	D.
1771	3	18	42	10	6	28	22	44	31	25	55	52824	Nov. 1770. 22	22	5	48	R.
1771	0	27	51	0	3	13	28	13	11	15	29	90576	18 April	22	14	27	D.
	0	27	49	37	3	13	48	21	11	16	44	90188	19	0	39	34	—
	0	27	55	16	3	13	31	9	11	16	38	90382	19	1	35	44	—
1772	8	12	34	5	3	18	6	22	18	59	40	101814	18 Febr.	20	50	35	D.
1773	4	1	15	37	2	15	35	43	61	25	21	113390	5 Sept.	11	18	45	D.
1774	6	0	57	26	10	16	27	57	82	47	40	142530	14 Aug.	4	20	0	D.
	6	0	50	13	10	16	48	24	82	48	38	142530	—	17	56	0	—
	6	0	54	0	10	16	38	0	82	48	0	142530	—	12	0	0	—
1779	0	25	3	1	2	27	14	0	32	26	14	713218	4 Jänner	2	30	0	D.

Elemente einiger Cometen in der Ellipse.

	halbe große Achse	halbe kleine Achse.	halbe Parameter	Distanz im Perihelio.	periodische Zeit.
1759	1, 000000	0, 2522752	0, 0318365	0, 0161747	3. 77, 187210
1661	1, 000000	0, 1864934	0, 0695571	0, 0387585	3. 129, 265753
1556	1, 000000	0, 0045901	0, 00002106	0, 0000105	3. 292, 1654790
1770	1, 0000000	0, 6217703	0, 3865990	0, 2168005	3. 5, 499326

II. Tafel.

Für die parabolische Bewegung der Cometen.

Die wahre Anomalie ist v und $t = \text{tang.}\ \frac{1}{2} v$.

v wahre Anom	$t + \frac{1}{3} t^3$ Area der Parabel	L. $(t + \frac{1}{3} t^3)$ Log. der Parab. Area.	v wahre Anom	$t + \frac{1}{3} t^3$ Area der Parabel.	L. $(t + \frac{1}{3} t^3)$ Log. der Parab. Area.
Grad 0	0, 0000000	— ∞	Grad 9	0, 0788642	8, 8968799
	87271	∞		88477	461787
1	0, 0087271	7, 9408700	10	0, 0877119	8, 9430586
	87297	3010946		88747	418584
2	0, 0174568	8, 2419646	11	0, 0965866	8, 9849170
	87351	1752024		89046	382992
3	0, 0261919	8, 4171670	12	0, 1054912	9, 0232162
	87431	1260937		89374	353183
4	0, 0349350	8, 5432607	13	0, 1144286	9, 0585345
	87536	971075		89731	327867
5	0, 0436886	8, 6403682	14	0, 1234017	9, 0913212
	87672	794253		90114	306097
6	0, 0524558	8, 7197935	15	0, 1324131	9, 1219309
	87831	672339		90530	287215
7	0, 0612389	8, 7870274	16	0, 1414661	9, 1506524
	88019	583237		90976	270079
8	0, 0700408	8, 8453511	17	0, 1505637	9, 1777203
	88234	515288		91451	255974
9	0, 0788642	8, 8968799	18	0, 1597088	9, 2033177

v wahre Anom.	$t + \frac{1}{3} t^3$ Area der Parab.	L. $(t + \frac{1}{3} t^3)$ Log. der Parab. Area	v wahre Anom	$t + \frac{1}{3} t^3$ Area der Parab.	L. $(t + \frac{1}{3} t^3)$ Log. der Parab. Area.
Grad			Grad		
18	0, 1597088	9, 2033177	33	0, 3048770	9, 4841247
	91959	248240		103816	145422
19	0, 1689047	9, 2276417	34	0, 3152586	9, 4986669
	92497	231548		104885	142137
20	0, 1781544	9, 2507965	35	0, 3257471	9, 5128806
	93068	221149		106068	139059
21	0, 1874612	9, 2729114	36	0, 3363539	9, 5267965
	93672	211763		107278	136352
22	0, 1968284	9, 2940877	37	0, 3470817	9, 5404317
	94310	203259		108539	133731
23	0, 2062594	9, 3144136	38	0, 3579356	9, 5538048
	94982	195525		109852	131283
24	0, 2157576	9, 3339661	39	0, 3689208	9, 5669331
	95691	188466		111216	128990
25	0, 2253267	9, 3528127	40	0, 3800424	9, 5798321
	96433	181997		1126 1	126850
26	0, 2349700	6, 3710124	41	0, 3913065	9, 5925171
	97212	176060		114118	124843
27	0, 2446912	9, 3886184	42	0, 4027183	9, 6050014
	98033	170599		115660	122971
28	0, 2544945	9, 4056783	43	0, 4142843	9, 6172985
	98888	165557		117260	121216
29	0, 2643833	9, 4222340	44	0, 4260103	9, 6294201
	99784	160895		118926	119577
30	0, 2743617	9, 4383235	45	0, 4379029	9, 6413[illegible]78
	100724	156582		120658	118045
31	0, 2844341	9, 4539817	46	0, 4499687	9, 6531823
	101703	152575		122459	116614
32	0, 2946044	9, 4692392	47	0, 4622146	9, 6648137
	102726	148855		224331	115276
33	0, 3048770	9, 4841247	48	0, 4746477	9, 6763413

v wahre Anom	$t + \frac{1}{3} t'$ Area der Parabel.	$L.(t + \frac{1}{3} t')$ Logar. der Parab. Area.	v wahre Anom	$t + \frac{1}{3} t'$ Area der Parab.	$L.(t + \frac{1}{3} t')$ Logar. der Parab. Area.
Grad			Grad		
48	0, 4746477	9, 6763713	62	0, 6731708	9, 8281252
	126281	114036		163373	104142
49	0, 4872758	9, 6877749	63	0, 6895081	9, 8385394
	128303	112873		166905	103875
50	0, 5001061	9, 6990622	64	0, 7061986	9, 8489269
	130409	111796		170584	103657
51	0, 5131470	9, 7102418	65	0, 7232570	9, 8592926
	132601	110800		174422	103493
52	0, 5264071	9, 7213218	66	0, 7406992	9, 8696419
	134876	109873		178421	103374
53	0, 5398947	9, 7323091	67	0, 7585413	9, 8799793
	137244	109020		182590	103300
54	0, 5536191	9, 7432111	68	0, 7768003	9, 8903093
	139707	108235		186942	103279
55	0, 5675898	9, 7540346	69	0, 7954945	9, 9006372
	142270	107517		191480	103298
56	0, 5818168	9, 7647863	70	0, 8146425	9, 9109670
	144935	106860		196220	103368
57	0, 5963103	9, 7754723	71	0, 8342645	9, 9213038
	147708	106266		201166	103479
58	0, 6110811	9, 7860989	72	0, 8543811	9, 9316517
	150594	105729		206334	103635
59	0, 6261405	9, 7966718	73	0, 8750145	9, 9420152
	153598	105251		211731	103837
60	0, 6415003	9, 8071960	74	0, 8961876	9, 9523989
	156725	104827		217378	104084
61	0, 6571728	9, 8176796	75	0, 9179254	9, 9628073
	159980	104456		223277	104375
62	0, 6731708	9, 8281252	76	0, 9402531	9, 9732448

ν wahre Anom	$t + \frac{1}{3}t^3$ Area der Parabel.	L. $(t + \frac{1}{3}t^3)$ Logar. der Parab. Area.	ν wahre Anom	$t + \frac{1}{3}t^3$ Area der Parabel.	L. $(t + \frac{1}{3}t^3)$ Logar. der Parab. Area.
76	0, 9402531	9, 9732448	91	1, 3688601	10, 1363592
	229451	104709		368111	115245
77	0, 9631982	9, 9837157	92	1, 4056712	10, 1478837
	235911	105087		381665	116346
78	0, 9867893	9, 9942244	93	1, 4438377	10, 1595183
	242677	105512		395965	117500
79	1, 0110570	10, 0047756	94	1, 4834342	10, 1712683
	249760	105982		411070	118708
80	1, 0360330	10, 0153738	95	1, 5245412	10, 1831391
	257185	106491		427036	119978
81	1, 0617515	10, 0260229	96	1, 5672448	10, 1951369
	264969	107052		443914	121302
82	1, 0882484	10, 0367281	97	1, 6116362	10, 2072671
	273131	107655		461777	122686
83	1, 1155615	10, 0474936	98	1, 6578139	10, 2195357
	281699	108304		480706	124140
84	1, 1437314	10, 0583240	99	1, 7058845	10, 2319497
	290689	109001		500758	125650
85	1, 1728003	10, 0692241	100	1, 7559603	10, 2445147
	300141	109749		522027	127129
86	1, 2028154	10, 0801990	101	1, 8081630	10, 2572376
	310074	110539		544617	128869
87	1, 2338228	10, 0912529	102	1, 8626247	10, 2701245
	320519	111378		568605	130604
88	1, 2658747	10, 1023907	103	1, 9194852	10, 2831849
	331508	112270		594116	132373
89	1, 2990255	10, 1136177	104	1, 9788968	10, 2964222
	343078	113209		621261	134256
90	1, 3333333	10, 1249386	105	2, 0410229	10, 3098478
	355268	114206		650185	136192
91	1, 3688601	10, 1363592	106	2, 1060414	10, 3234670

v wahre Anom	$t + \frac{1}{3}t^3$ Area der Parabel.	L. $(t + \frac{1}{3}t^3)$ Logar. der Parab. Area.	v wahre Anom	$t + \frac{1}{3}t^3$ Area der Parabel.	L. $(t + \frac{1}{3}t^3)$ Logar. der Parab. Area.
106	2, 1060414	10, 3234670	120	3, 4641016	10, 5395906
	681009	138210		1439648	176840
107	2, 1741423	10, 3372880	121	3, 6080664	10, 5572746
	715916	140702		1531254	180508
108	2, 2457339	10, 3513582	122	3, 7611918	10, 5753254
	747051	142120		1630816	184339
109	2, 3204390	10, 3655702	123	3, 9242734	10, 5937593
	786624	144783		1739121	188323
110	2, 3991014	10, 3800485	124	4, 0981855	10, 6125916
	826836	147157		1857152	192478
111	2, 4817850	10, 3947642	125	4, 2839007	10, 6318394
	869928	149623		1985965	196806
112	2, 5687778	10, 4097265	126	4, 4824972	10, 6515200
	916132	152190		2126822	201322
113	2, 6603910	10, 4249455	127	4, 6951794	10, 6716522
	965746	154857		2281094	206031
114	2, 7569656	10, 4404312	128	4, 9232888	10, 6922553
	1019103	157641		2450375	210947
115	2, 8588759	10, 4561953	129	5, 1683263	10, 7133500
	1076486	160525		2636466	216076
116	2, 9665245	10, 4722478	130	5, 4319729	10, 7349576
	1183350	163535		2841418	221434
117	3, 0803595	10, 4886013	131	5, 7161147	10, 7571010
	1205088	166665		3067691	227035
118	3, 2008683	10, 5052678	132	6, 0228838	10, 7798045
	1277168	169919		3317927	232890
119	3, 3285851	10, 5222597	133	6, 3546765	10, 8030935
	1355105	173309		3593349	238885
120	3, 4641016	10, 5395906	134	6, 7140114	10, 8269820

v wahre Anom	$t+\frac{1}{3}t^3$ Area der Parabel.	L. $(t+\frac{1}{3}t^3)$ Logar. der Parab. Area.	v wahre Anom	$t+\frac{1}{3}t^3$ Area der Parabel.	L. $(t+\frac{1}{3}t^3)$ Logar. der Parab. Area.
134	6, 7140114	10, 8269820	148	17, 625464	11, 2461405
	3905592	245558		1, 608797	379350
135	7, 1045706	10, 8515378	149	19, 234261	11, 2840755
	4246883	252144		1, 824706	393616
136	7, 5292589	10, 8767522	150	21, 058967	11, 3234371
	4630260	259188		2, 078751	408835
137	7, 9922849	10, 9026710	151	23, 137718	11, 3643206
	5059412	266572		2, 379354	425102
138	8, 4982261	10, 9293282	152	25, 517072	11, 4068308
	5541169	274327		2, 737148	442525
139	9, 0523430	10, 9567609	153	28, 254220	11, 4510833
	6083643	282480		3, 165844	461238
140	9, 6607073	10, 9850089	154	31, 420064	11, 4972071
	669622	291052		3, 683004	481379
141	10, 330329	11, 0141141	155	35, 103068	11, 5453450
	739010	300076		4, 311613	503130
142	11, 069339	11, 0441217	156	39, 414681	11, 5956580
	817891	309590		5, 081856	526683
143	11, 887230	11, 0750807	157	44, 496537	11, 6483263
	907868	319629		6, 034015	552278
144	12, 795098	11, 1070436	158	50, 530552	11, 7035541
	1, 010869	330233		7, 222367	580197
145	13, 805967	11, 1400669	159	57, 752919	11, 7615738
	1, 129269	341451		8, 720981	610774
146	14, 935236	11, 1742120	160	66, 473900	11, 8226512
	1, 265913	353338		10, 632908	644416
147	16, 201149	11, 2095458	161	77, 106808	11, 8870928
	1, 424315	365947		13, 102930	681607
148	17, 625464	11, 2461405	162	90, 209738	11, 9552535

v wahre Anom	$t+\frac{1}{3}t^3$ Area der Parabel.	L. $(t+\frac{1}{3}t^3)$ Logar. der Parab. Area.	v wahre Anom	$t+\frac{1}{3}t^3$ Area der Parabel.	L. $(t+\frac{1}{3}t^3)$ Logar. der Parab. Area.
162	90, 209738	11, 9552535	171	696, 50162	12, 8429220
	16, 339289	722960		292, 67111	1523501
163	106, 549027	12, 0275495	172	989, 17273	12, 9952721
	20, 64650	769223		484, 0461	1729950
164	127, 19553	12, 1044718	173	1473, 2188	13, 1682671
	26, 48042	821340		861, 6103	1999880
165	153, 67595	12, 1866058	174	2334, 8291	13, 3682551
	34, 54088	880526		1693, 0339	2368196
166	188, 21683	12, 2746584	175	4027, 8630	13, 6050747
	45, 93237	948342		3802, 5759	2887114
167	234, 14920	12, 3694926	177	7830, 4389	13, 8937861
	62, 45521	1026849		10737, 522	3749781
168	296, 60441	12, 4721775	178	18567, 960	14, 2687642
	87, 15848	1118855		44167, 208	5287469
169	383, 76289	12, 5840630	178	62735, 168	14, 7975111
	125, 43102	1228203		438917, 01	9028915
170	509, 19391	12, 7068833	179	501652, 17	15, 7004026
	187, 30771	1360387		∞	∞
171	696, 50162	12, 8429220	180	unendlich.	unendlich.

III. Allgemeine Tafel.

für die parabolische Bewegung der Cometen.

Mittlere Bewegung.	Winkel vom Perihelio.			Logarithmus für die Distanz von der Sonne.	Mittlere Bewegung.	Winkel vom Perihelio.			Logarithmus für die Distanz von der Sonne.
°	°	'	"		°	°	'	"	
1	1	31	40	0.000077	31	42	55	07	0.062400
2	3	3	15	0.000309	32	44	3	16	0.065835
3	4	34	43	0.000694	33	45	10	26	0.069316
4	6	6	0	0.001231	34	46	16	35	0.072839
5	7	37	1	0.001921	35	47	21	36	0.076396
6	9	7	44	0.002759	36	48	25	33	0.079984
7	10	38	2	0.003745	37	49	28	29	0.083604
8	12	7	53	0.004876	38	50	30	23	0.087249
9	13	37	17	0.006151	39	51	31	11	0.090912
10	15	6	6	0.007564	40	52	30	54	0.094594
11	16	34	20	0.009115	41	53	29	42	0.098298
12	18	1	54	0.010798	42	54	27	32	0.102019
13	19	28	47	0.012609	43	55	24	22	0.105752
14	20	54	53	0.014550	44	56	20	11	0.109490
15	22	20	14	0.016607	45	57	15	5	0.113240
16	23	44	43	0.018783	46	58	9	2	0.116995
17	25	8	22	0.021072	47	59	2	5	0.120756
18	26	31	7	0.023470	48	59	54	13	0.124518
19	27	52	55	0.025969	49	60	45	26	0.128278
20	29	13	52	0.028551	50	61	35	45	0.132035
21	30	33	39	0.031263	51	62	25	14	0.135792
22	31	52	31	0.034045	52	63	13	50	0.139541
23	33	10	23	0.036916	53	64	1	38	0.143288
24	34	27	12	0.039864	54	64	48	38	0.147029
25	35	42	59	0.042892	55	65	34	50	0.150762
26	36	57	41	0.045989	56	66	20	14	0.154482
27	38	11	20	0.049154	57	67	04	51	0.158192
28	39	23	56	0.052383	58	67	48	22	0.161890
29	40	36	26	0.055668	59	68	31	51	0.165578
30	41	45	50	0.059010	60	69	14	16	0.169254

III. Tafel.

Für die parabolische Bewegung der Cometen.

Mittlere Bewegung.	Winkel vom Perihelio.			Logarithmus für die Distanz von der Sonne.	Mittlere Bewegung.	Winkel vom Perihelio.			Logarithmus für die Distanz von der Sonne.
°	°	′	″		°	°	′	″	
61	69	55	58	0. 172914	91	86	20	30	0. 274176
62	70	36	56	0. 176557	92	86	46	20	0. 277239
63	71	17	16	0. 180188	93	87	11	43	0. 280284
64	71	56	56	0. 183803	94	87	36	45	0. 283306
65	72	35	57	0. 187404	95	88	01	27	0. 286308
66	73	14	15	0. 190978	96	88	25	49	0. 289213
67	73	51	59	0. 194540	97	88	49	48	0. 292252
68	74	29	6	0. 198085	98	89	13	32	0. 295201
69	75	05	38	0. 201614	99	89	36	54	0. 298122
70	75	41	35	0. 205122	100	90	00	00	0. 301030
71	76	16	56	0. 208612	102	90	45	14	0. 306782
72	76	51	43	0. 212080	104	91	29	18	0. 312469
73	77	25	57	0. 215529	106	92	12	14	0. 318060
74	77	59	41	0. 218963	108	92	54	4	0. 323587
75	78	32	54	0. 222378	110	93	34	52	0. 329042
76	79	5	35	0. 225769	112	94	14	40	0. 334424
77	79	37	45	0. 229142	114	94	53	30	0. 339736
78	80	9	23	0. 232488	116	95	31	22	0. 344979
79	80	40	34	0. 235809	118	96	8	22	0. 350153
80	81	11	16	0. 239127	120	96	44	30	0. 355262
81	81	41	31	0. 242416	122	97	19	48	0. 360306
82	82	11	19	0. 245684	124	97	54	17	0. 365284
83	82	40	40	0. 248933	126	98	28	00	0. 370200
84	83	9	34	0. 252159	128	99	00	57	0. 375052
85	83	38	4	0. 255366	130	99	33	11	0. 379842
86	84	6	8	0. 258552	132	100	4	43	0. 384576
87	84	33	49	0. 261720	134	100	35	45	0. 389252
88	85	1	5	0. 264865	136	101	5	48	0. 393868
89	85	27	58	0. 267989	138	101	35	22	0. 398428
90	85	54	27	0. 271092	140	102	4	19	0. 402930

III. Tafel.

Für die parabolische Bewegung der Cometen.

Mittlere Bewegung.	Winkel vom Perihelio.			Logarithmus für die Distanz von der Sonne.	Mittlere Bewegung.	Winkel vom Perihelio.			Logarithmus für die Distanz von der Sonne.
°	°	′	″		°	°	′	″	
142	102	32	41	0. 407380	204	113	37	25	0. 523406
144	103	00	31	0. 411784	208	114	9	52	0. 529705
146	103	27	47	0. 416132	212	114	41	23	0. 535886
148	103	54	31	0. 420430	216	115	12	02	0. 541958
150	104	20	43	0. 424676	220	115	41	51	0. 547922
152	104	46	22	0. 428866	224	116	10	52	0. 553782
154	105	11	33	0. 433012	228	116	39	7	0. 559538
156	105	36	16	0. 437110	232	117	6	38	0. 565199
158	106	00	32	0. 441164	236	117	33	27	0. 570762
160	106	24	23	2. 445178	240	117	59	35	0. 576233
162	106	47	47	0. 449144	244	118	25	5	0. 581616
164	107	10	44	0. 453060	248	118	49	57	0. 586912
166	107	33	17	0. 456936	252	119	14	14	0. 592122
168	107	55	27	0. 460772	256	119	37	56	0. 597252
170	108	17	14	0. 464208	260	120	1	6	0. 602301
172	108	38	37	0. 468318	264	120	23	44	0. 607274
174	108	59	39	0. 472030	268	120	45	52	0. 612174
176	109	20	20	0. 475705	272	121	7	30	0. 616998
178	109	40	40	0. 479340	276	121	28	39	0. 621754
180	110	20	40	0. 482937	280	121	49	22	0. 626438
182	110	20	20	0. 486498	284	122	9	38	0. 631056
184	110	39	41	0. 490022	288	122	29	28	0. 635608
186	110	58	44	0. 493512	292	122	48	54	0. 640098
188	111	17	28	0. 496965	296	123	7	57	0. 644525
190	111	35	55	0. 502384	300	123	26	36	0. 648893
192	111	54	05	0. 503769	310	124	11	40	0. 659559
194	112	11	58	0. 507121	320	124	54	36	0. 669880
196	112	29	34	0. 510441	330	125	35	34	0. 679876
198	112	46	55	0. 513729	340	126	14	44	0. 689568
200	113	4	00	0. 516984	350	126	52	12	0. 698970

III. Tafel.

Für die parabolische Bewegung der Cometen.

Mittlere Bewegung.	Winkel vom Perihelio.			Logarithmus für die Distanz von der Sonne.	Mittlere Bewegung.	Winkel vom Perihelio.			Logarithmus für die Distanz von der Sonne.
°	°	′	″		°	°	′	″	
360	127	28	6	0.708104	820	141	49	24	0.970836
370	128	2	33	0.716976	840	142	10	00	0.978397
380	128	35	38	0.725606	860	142	29	56	0.985771
390	129	7	27	0.734006	880	142	49	10	0.992970
400	129	38	4	0.742186	900	143	7	48	1.000000
410	130	7	34	0.750160	920	143	25	51	1.006871
420	130	36	2	0.757930	940	143	43	21	1.013586
430	131	3	30	0.765516	960	144	00	18	1.020155
440	131	30	2	0.772918	980	144	16	46	1.026583
450	131	55	41	0.780148	1000	144	32	46	1.032876
460	132	20	30	0.787216	1500	149	26	8	1.158188
470	132	44	32	0.794122	2000	152	26	15	1.246058
480	133	7	50	0.800882	2500	154	32	20	1.313703
490	133	30	25	0.807494	3000	156	7	27	1.368678
500	133	52	20	0.813969	3500	157	22	49	1.414974
520	134	34	18	0.826522	4000	158	24	36	1.454950
540	135	14	0	0.838600	4500	159	16	36	1.490125
560	135	51	28	0.850187	5000	160	1	12	1.521521
580	136	27	6	0.861369	5500	160	40	5	1.549874
600	137	00	57	0.872155	6000	161	14	24	1.575718
620	137	33	13	0.882575	6500	161	45	00	1.599460
640	138	3	58	0.892649	7000	162	12	34	1.621417
660	138	33	21	0.902401	7500	162	37	34	1.641838
680	139	1	29	0.911866	8000	163	00	23	1.660922
700	139	28	25	0.921012	8500	163	21	20	1.678834
720	139	54	16	0.929907	9000	163	40	42	1.695708
740	140	19	5	0.938549	9500	163	58	38	1.711662
760	140	42	56	0.946951	10000	164	15	20	1.726784
780	141	05	55	0.955124	50000	170	52	0	2.197960
800	141	28	3	0.963082	100000	172	45	44	2.399556

IV. Tafel.

Für die Bewegung der Cometen in elliptischen Laufbahnen.

Eccentrische Anomalie.		Doppelte Area des Segmentes	Logar. der Sinus versus der eccentr. Anomalie.	Unterscheid
0°.	0′	0, 00000, 000	0,000000	
	12	0, 00000, 001	4,784784..	.. 602059
	24	0, 00000, 006	5,386843..	.. 352180
	36	0, 00000, 019	5,739023..	.. 249874
	48	0, 00000, 045	5,988898..	.. 193816
1°.	0′	0, 00000, 089	6,182714..	.. 158357
	12	0, 00000, 15	6,341071..	.. 133888
	24	0, 00000, 243	6,474959..	.. 115977
	36	0, 00000, 363	6,590936..	.. 102298
	48	0, 00000, 517	6,693234..	... 91507
2°.	0′	0, 00000, 709	6,784741..	... 82776
	12	0, 00000, 943	6,867517..	... 75567
	24	0, 00001, 225	6,943084..	... 69513
	36	0, 00001, 557	7,012597..	... 64357
	48	0, 00001, 945	7,076954..	... 59914
3°.	0′	0, 00002, 392	7,136868..	... 56044
	12	0, 00002, 903	7,192912..	... 52643
	24	0, 00003, 482	7,245555..	... 49632
	36	0, 00004, 133	7,295187..	... 46946
	48	0, 00004, 861	7,342133..	... 44535
4°.	0′	0, 00005, 670	7,386668..	... 42361
	12	0, 00006, 563	7,429029..	... 40388
	24	0, 00007, 546	7,469417..	... 38590
	36	0, 00008, 622	7,508007..	... 36946
	48	0, 00009, 796	7,544953..	... 35436
5°.	0′.	0, 00011, 072	7,580389..	... 34044
	12	0, 00012, 454	7,614433..	... 32758
	24	0, 00013, 947	7,647191..	... 31564
	36	0, 00015, 434	7,678555..	... 40455
	48	0, 00017, 280	7,709210 .	... 29420
6°.	0	0, 00019, 129	7,738630..	

IV. Tafel.

Für die Bewegung der Cometen in elliptischen Laufbahnen.

Eccentrische Anomalie.	Doppelte Area des Segmentes.	Logar. des Sinus versus der eccentri. Anomalie.	Unterscheid.
6°. 0′	c, 00019129	7, 738630	.. 28454
12	0, 00021106	7, 767084	.. 27579
24	0, 00023214	7, 794633	.. 26699
36	0, 00025458	7, 821332	.. 25901
48	0, 00027842	7, 847233	.. 25148
7°. 0′	0, 00030370	7; 872381	.. 24437
12	0, 00033047	7, 896818	.. 23766
24	0, 00035877	7, 920584	.. 23131
36	0, 00038863	7, 943715	.. 22528
48	0, 00042011	7, 966243	.. 21956
8°. 0′	0, 00045324	7, 998199	.. 21412
12	0, 00048806	8, 009611	.. 20894
24	0, 00052463	8, 030505	.. 20401
36	0, 00056297	8, 050906	.. 19930
48	0, 00060314	8, 070836	.. 19481
9°. 0′	0, 00064517	8, 090317	.. 19050
12	0, 00068910	8, 109367	.. 18639
24	0, 00073499	8, 128006	.. 18245
36	0, 00078286	8, 146251	.. 17867
48	0, 00083277	8, 164118	.. 17504
10°. 0′	0, 00088475	8, 181622	.. 17156
12	0, 00093884	8, 198778	.. 16821
24	0, 00099510	8, 215599	.. 16498
36	0, 00105355	8, 232097	.. 16189
48	0, 00111424	8, 248286	.. 15890
11°. 0′	0, 00117722	8, 264176	.. 15601
12	0, 00124252	8, 279777	.. 15324
24	0, 00131019	8, 295101	.. 15056
36	0, 00138027	8, 310157	.. 14796
48	0, 00145280	8, 324953	.. 14546
12°. 0′	0, 00142782	8, 339499	

IV. Tafel.

Für die Bewegung der Cometen in ellyptischen Laufbahnen.

Eccentrische Anomalie.		Doppelte Area des Segmentes.	Logar. des Sinus versus der eccentri. Anomalie.	Unterscheid.
12°.	0′	0, 00152782	8, 339499	.. 14304
	12	0, 00160537	8, 353803	.. 14099
	24	0, 00168550	8, 367872	.. 13842
	36	0, 00176824	8, 381715	.. 13622
	48	0, 00185365	8, 395338	.. 13410
13°.	0′	0, 00194175	8, 408747	.. 13204
	12	0, 00203259	8, 421951	.. 13003
	24	0, 00212622	8, 434954	.. 12808
	36	0, 00222267	8, 447762	.. 12620
	48	0, 00232198	8, 460382	.. 12437
14°.	0′	0, 00242420	8, 472819	.. 12258
	12	9, 00252937	8, 485077	.. 12085
	24	0, 00263752	8, 497162	.. 11917
	36	0, 00274871	8, 509079	.. 11753
	48	0, 00286297	8, 520832	.. 11593
15°.	0′	0, 00298034	8, 532425	.. 11438
	12	0, 00310087	8, 543863	.. 11287
	24	0, 00322459	8, 555150	.. 11139
	36	0, 00335154	8, 566289	.. 10996
	48	0, 00348177	8, 577285	.. 10856
16°.	0′	0, 00361532	8, 588141	.. 10719
	12	0, 00375223	8, 598860	.. 10585
	24	0, 00389254	8, 609445	.. 10456
	36	0, 00403629	8, 619909	.. 10328
	48	0, 00418352	8, 630229	.. 10205
17°.	0′	0, 00433427	8, 640434	.. 10084
	12	0, 00448858	8, 650518	... 9965
	24	0, 00464650	8, 660483	... 9849
	36	0, 00480806	8, 670332	... 9737
	48	0, 00497330	8, 680069	... 9626
18°.	0′	0, 00514227	8, 689695	

V. Tafel.

Verbesserung des Radius Vector, und der wahren Anomalie in der Ellypse.

Wahre Anomalie.	Corrigirte Anomalie.	Log. der corrig. Anomalie.	Log. des corrig. Radius Vect.	Wahre Anomalie.	Corrigirte Anomalie.	Log. der corrig. Anomalie.	Log. des corrig. Radius Vect.
1	30	1, 4770	5, 8200	37	817	2, 9122	8, 9198
2	60	1, 7770	6, 4220	38	823	2, 9156	8, 9409
3	90	1, 9533	6, 7735	39	829	2, 9184	8, 9614
4	119	2, 0778	7, 0242	40	833	2, 9205	8, 9813
5	140	2, 1740	7, 2178	41	836	2, 9220	9, 0006
6	179	2, 2521	7, 2759	42	836	2, 9229	9, 0195
7	208	2, 3178	7, 5095	43	836	2, 9232	9, 0378
8	237	2, 3745	7, 6250	44	836	2, 9228	9, 0555
9	266	2, 4242	7, 7269	45	835	2, 9217	9, 0727
10	294	2, 4683	7, 8178	46	832	2, 9200	9, 0894
11	322	2, 5074	7, 8998	47	827	2, 9176	9, 1056
12	349	2, 5431	7, 9747	48	821	2, 9145	9, 1215
13	376	2, 5760	8, 0437	49	814	2, 9107	9, 1369
14	403	2, 6058	8, 1074	50	806	2, 9061	9, 1520
15	430	2, 6331	8, 1666	51	796	2, 9007	9, 1666
16	455	2, 6583	8, 2217	52	784	2, 8945	9, 1808
17	480	2, 6816	8, 2735	53	772	2, 8874	9, 1947
18	505	2, 7032	8, 3222	54	758	2, 8795	9, 2083
19	529	2, 7233	8, 3682	55	743	2, 8708	9, 2215
20	552	2, 7420	8, 4116	56	726	2, 8610	9, 2344
21	575	2, 7594	8, 4528	57	709	2, 8500	9, 2469
22	596	2, 7755	8, 4921	58	688	2, 8378	9, 2592
23	617	2, 7906	8, 5295	59	667	2, 8243	9, 2712
24	637	2, 8046	8, 5652	60	645	2, 8095	9, 2829
25	657	2, 8176	8, 5994	61	621	2, 7932	9, 2943
26	676	2, 8297	8, 6320	62	596	2, 7754	9, 3055
27	694	2, 8410	8, 6634	63	570	2, 7557	9, 3163
28	710	2, 8514	8, 6934	64	542	2, 7338	9, 3270
29	726	2, 8610	8, 7224	65	512	2, 7095	9, 3374
30	741	2, 8698	8, 7052	66	482	2, 6827	9, 3477
31	755	2, 8779	8, 7770	67	450	2, 6526	9, 3576
32	768	2, 8853	8, 8030	68	416	2, 6187	9, 3674
33	780	2, 8920	8, 8280	69	381	2, 5805	9, 3769
34	791	2, 8980	8, 8521	70	344	2, 5363	9, 3862
35	801	2, 9034	8, 8755	71	306	2, 4857	9, 3954
36	809	2, 9081	8, 8980	72	267	2, 4358	9, 4044

V. Tafel.

Verbesserung des Radius Vector und der wahren Anomalie in der Ellypse.

Wahre Anomalie.	Corrigirte Anomalie.	Log. der corrig. Anomalie.	Log. des corrig. Radius Vect.	Wahre Anomalie.	Corrigirte Anomalie	Log. der corrig. Anomalie.	Log. des corrig. Radius Vect.
	—	—	—		+	+	—
73	226	2, 3537	9, 4132	106	1941	3, 2879	9, 6430
74	184	2, 2639	9, 4218	107	2033	3, 3081	9, 6495
75	140	2, 1458	9, 4303	108	2127	3, 3278	9, 6560
76	95	1, 9767	9, 4386	109	2223	3, 3469	9, 6627
77	48	1, 6840	9, 4468	110	2321	3, 3656	9, 6695
	+	+					
78	0	0, 0000	9, 4546	111	2421	3, 3840	9, 0763
79	49	1, 6910	9, 4624	112	2523	3, 4019	9, 6831
80	100	2, 0006	9, 4701	113	2627	3, 4195	9, 6901
81	152	2, 1827	9, 4777	114	2734	3, 4368	9, 6972
82	206	2, 3139	9, 4851	115	2843	3, 4538	9, 7044
83	261	2, 4170	9, 4924	116	2954	3, 4704	9, 7119
84	318	2, 5021	9, 4996	117	3068	3, 4868	9, 7195
85	376	2, 5750	9, 5067	118	3184	3, 5030	9, 7272
86	435	2, 6386	9, 5138	119	3302	3, 5188	9, 7352
87	496	2, 6951	9, 5207	120	3422	3, 5345	9, 7433
88	558	2, 7470	9, 5275	121	3547	3, 5499	9, 7416
89	622	2, 7936	9, 5342	122	3675	3, 5653	9, 7602
90	688	2, 8373	9, 5439	123	3806	3, 5805	9, 7690
91	754	2, 8767	9, 5475	124	3941	3, 5956	9, 7781
92	823	2, 9152	9, 5540	125	4078	3, 6105	9, 7874
93	892	2, 9506	9, 5605	126	4220	3, 6253	9, 7971
94	963	2, 9837	9, 5670	127	4364	3, 6399	9, 8070
95	1036	2, 0154	9, 5734	128	4513	3, 6545	9, 8172
96	1110	3, 0455	9, 5797	129	4667	3, 6690	9, 8278
97	1186	3, 0742	9, 5860	130	4825	3, 6835	9, 6387
98	1264	3, 1016	9, 5923	131	4989	3, 6980	9, 8500
99	1343	3, 1279	9, 5986	132	5158	3, 7125	9, 8118
100	1423	3, 1531	9, 6050	133	5332	3, 7269	9, 8740
101	1505	3, 1774	9, 6113	134	5512	3, 7413	9, 8866
102	1588	3, 2008	9, 6176	135	5698	3, 7557	9, 8997
103	1673	3, 2236	9. 6239	136	5890	3, 7701	9, 9132
104	1761	3, 2457	9, 6302	137	6088	3, 7845	9, 9273
105	1850	3, 2671	9, 6366	138	6297	3, 7991	9, 9419
	+	+	—		+	+	—

V. Tafel.

Verbesserung des Radius Vector und der wahren Anomalie in der Ellypse.

wahre Anomal.	corrig. Anomalie.	Log. der corrig. Anomalie.	Log. des corrig. radius vector.
	+	+	—
139	6513	3, 8138	9, 9571
140	6739	3, 8286	9, 9729
141	6974	3, 8435	9, 9893
142	7219	3, 8585	10, 0064
143	7475	3, 8736	10, 0242
144	7743	3, 8889	10, 0427
145	8024	3, 9044	10, 0620
146	8316	3, 9199	10, 0822
147	8630	3, 9360	10, 1032
148	8962	3, 9524	10, 1251
149	9312	3, 9690	10, 1481
150	9681	3, 9859	10, 1720
151	10072	4, 0031	10, 1970
152	10491	4, 0208	10, 2231
153	10940	4, 0390	10, 2504
154	11416	4, 0575	10, 2792
155	11929	4, 0766	10, 3094
156	12483	4, 0963	10, 3412
157	13086	4, 1168	10, 3746
158	13740	4, 1380	10, 4098
159	14455	4, 1600	10, 4469
160	15223	4, 1825	10, 4861
	+	+	—

VI. Tafel. Für die parabolische Bewegung der Cometen.

Tage u. hundert Theile.		Wahre Anomalie.			Differenz.		Tage u. hundert Theile.		Wahre Anomalie.			Differenz.		Tage.		Wahre Anomalie.			Differenz.	
		°	'	"	'	"			°	'	"	'	"			°	'	"	'	"
0,	00	0	0	0			12	50	17	9	45			25	00	32	55	27		
0,	25	0	20	54	20	54	12	75	17	29	43	19	58	25	25	33	13	6	17	39
0	50	0	41	48	20	54	13	00	17	49	39	19	56	25	50	33	30	42	17	36
0	75	1	2	43	20	55	13	25	18	9	32	19	53	25	75	33	48	15	17	33
1	00	1	23	37	20	54	13	50	18	29	24	19	52	26	00	34	5	45	17	30
1	25	1	44	31	20	54	13	75	18	49	14	19	50	26	25	34	23	11	17	26
1	50	2	5	25	20	54	14	00	19	9	1	19	47	26	50	34	40	34	17	23
1	75	2	26	18	20	53	14	25	19	28	46	19	45	26	75	34	57	54	17	20
2	00	2	47	12	20	54	14	50	19	48	29	19	43	27	00	35	15	11	17	17
2	25	3	8	5	20	53	14	75	20	8	9	19	40	27	25	35	32	25	17	14
2	50	3	28	57	20	52	15	00	20	27	47	19	38	27	50	35	49	35	17	10
2	75	3	49	49	20	52	15	25	20	47	22	19	35	27	75	36	6	42	17	7
3	00	4	10	40	20	51	15	50	21	6	55	19	33	28	00	36	23	45	17	3
3	25	4	31	31	20	51	15	75	21	26	25	19	30	28	25	36	40	45	17	0
3	50	4	52	21	20	50	16	00	21	45	53	19	28	28	50	36	57	42	16	57
3	75	5	13	11	20	50	16	25	22	5	18	19	25	28	75	37	14	35	16	53
4	00	5	34	0	20	49	16	50	22	24	41	19	23	29	00	37	31	25	16	50
4	25	5	54	48	20	48	16	75	22	44	1	19	20	29	25	37	48	11	16	46
4	50	6	15	35	20	47	17	00	23	3	19	19	18	29	50	38	4	54	16	43
4	75	6	36	22	20	47	17	25	23	22	34	19	15	29	75	38	21	34	16	40
5	00	6	57	8	20	46	17	50	23	41	46	19	12	30	00	38	38	11	16	37
5	25	7	17	53	20	45	17	75	24	0	56	19	10	30	25	38	54	44	16	33
5	50	7	38	37	20	44	18	00	24	20	3	19	7	30	50	39	11	14	16	30
5	75	7	59	20	20	43	18	25	24	39	7	19	4	39	75	39	27	41	16	27
6	00	8	20	2	20	42	18	50	24	58	8	19	1	31	00	39	44	4	16	23
6	25	8	40	43	20	41	18	75	25	17	7	18	59	31	25	40	0	24	16	20
6	50	9	1	23	20	40	19	00	25	36	3	18	56	31	50	40	16	40	16	16
6	75	9	22	1	20	38	19	25	25	54	56	18	53	31	75	40	32	53	16	13
7	00	9	42	38	20	37	19	50	26	13	46	18	50	32	00	40	49	3	16	10
7	25	10	3	14	20	36	19	75	26	32	33	18	47	32	25	41	5	10	16	7
7	50	10	23	49	20	35	20	00	26	51	17	18	44	32	50	41	21	13	16	3
7	75	10	44	22	20	33	20	25	27	9	59	18	41	32	75	41	37	13	16	0
8	00	11	4	54	20	32	20	50	27	28	37	18	38	33	00	41	53	9	15	56
8	25	11	25	24	20	30	20	75	27	47	13	18	36	33	25	42	9	2	15	53
8	50	11	45	53	20	29	21	00	28	5	45	18	32	33	50	42	24	51	15	49
8	75	12	6	20	20	27	21	25	28	24	15	18	30	33	75	42	40	37	15	46
9	00	12	26	46	20	26	21	50	28	42	41	18	26	34	00	42	56	19	15	42
9	25	12	47	10	20	24	21	75	29	1	5	18	24	34	25	43	11	58	15	39
9	50	13	7	33	20	23	22	00	29	19	25	18	20	34	50	43	27	34	15	36
9	75	13	27	54	20	21	22	25	29	37	42	18	17	34	75	43	43	6	15	32
10	00	13	48	14	20	20	22	50	29	55	57	18	15	35	00	43	58	35	15	29
10	25	14	8	32	20	18	22	75	30	14	8	18	11	35	25	44	14	1	15	26
10	50	14	28	48	20	16	23	00	30	32	16	18	8	35	50	44	29	23	15	22
10	75	14	49	2	20	14	23	25	30	50	21	13	5	35	75	44	44	42	15	19
11	00	15	9	14	20	12	23	50	31	8	23	18	2	36	00	44	59	58	15	16
11	25	15	29	24	20	10	23	75	31	26	21	17	58	36	25	45	15	10	15	12
11	50	15	49	33	20	9	24	00	31	44	17	17	56	36	50	45	30	19	15	9
11	75	16	9	39	20	6	24	25	32	2	9	17	52	36	75	45	45	25	15	6
12	00	16	29	43	20	4	24	50	32	19	58	17	49	37	00	46	0	27	15	2
12	25	16	49	45	20	2	24	75	32	37	44	17	46	37	25	46	15	25	14	59
12	50	17	9	45	20	0	25	00	32	55	27	17	43	37	50	46	30	21	14	55

VI. Tafel. Für die parabolische Bewegung der Cometen.

Täge.		Wahre Anomalie.			Differenz.		Täge.		Wahre Anomalie.			Differenz.		Täge.		Wahre Anomalie.			Differenz.	
		°	'	"	'	"			°	'	"	'	"			°	'	"	'	"
37	50	46	30	21	14	52	50	00	57	48	18	12	15	62	50	67	5	37	10	4
37	75	46	45	13	14	49	50	25	58	0	33	12	12	62	75	67	15	41	10	2
38	00	47	0	2	14	45	50	50	58	12	45	12	10	63	00	67	25	43	10	0
38	25	47	14	47	14	42	50	75	58	24	55	12	7	63	25	67	35	43	9	57
38	50	47	29	29	14	39	51	00	58	37	2	12	4	63	50	67	45	40	9	55
38	75	47	44	8	14	36	51	25	58	40	6	12	1	63	75	67	55	45	9	52
39	00	47	58	44	14	32	51	50	59	1	7	11	58	64	00	68	5	27	9	50
39	25	48	13	16	14	29	51	75	59	13	5	11	56	64	25	68	15	17	9	48
39	50	48	27	45	14	26	52	00	59	25	1	11	53	64	50	68	25	5	9	46
39	75	48	42	11	14	23	52	25	59	36	54	11	50	64	75	68	34	51	9	43
40	00	48	56	34	14	20	52	50	51	48	44	11	47	65	00	68	44	34	9	41
40	25	49	10	54	14	16	52	75	60	0	31	11	44	65	25	68	54	15	9	39
40	50	49	25	10	14	13	53	00	60	12	15	11	41	65	00	69	3	54	9	37
40	75	49	39	23	14	9	53	25	60	23	56	11	39	65	75	69	13	31	9	34
41	00	49	53	32	14	6	53	50	60	35	35	11	36	66	00	69	23	5	9	32
41	25	50	7	38	14	3	53	75	60	47	11	11	33	66	25	69	32	37	9	30
41	50	50	21	41	14	0	54	00	60	58	44	11	31	66	50	69	42	7	9	28
41	75	50	35	41	13	57	54	25	61	10	15	11	28	66	75	69	51	35	9	26
42	00	50	49	38	13	53	54	50	61	21	43	11	25	67	00	70	1	1	9	24
42	25	51	3	31	13	50	54	75	61	33	8	11	22	67	25	70	10	25	9	21
42	50	51	17	21	18	47	55	00	61	44	30	11	20	67	50	70	19	46	9	19
42	75	51	31	8	13	44	55	25	61	55	50	11	17	67	75	70	29	5	9	17
43	00	51	44	52	13	41	55	50	62	7	7	11	14	68	00	70	38	22	9	15
43	25	51	58	33	13	37	55	75	62	18	21	11	11	68	25	70	47	37	9	13
43	50	52	12	10	13	34	56	00	62	29	32	11	9	68	50	70	56	50	9	10
43	75	52	25	44	13	31	56	25	62	40	41	11	6	68	75	71	6	0	9	9
44	00	52	39	15	13	28	56	50	62	51	47	11	4	69	00	71	15	9	9	7
44	25	52	52	43	13	25	56	75	63	2	51	11	1	69	25	71	24	16	9	4
44	50	53	6	8	13	21	57	00	63	13	52	10	58	69	50	71	33	20	9	3
44	75	53	19	19	13	19	57	25	63	24	50	10	56	69	75	71	42	23	9	0
45	00	53	32	48	13	15	57	50	63	35	46	10	53	70	00	71	51	23	8	58
45	25	53	46	3	13	13	57	75	63	46	39	10	51	70	25	72	0	21	8	57
45	50	53	59	16	13	9	58	00	63	57	30	10	48	70	50	72	9	18	8	54
45	75	54	12	25	13	6	58	25	64	8	18	10	46	70	75	72	18	12	8	52
46	00	54	25	31	13	3	58	50	64	19	4	10	43	71	00	72	27	4	8	50
46	25	54	38	34	13	1	58	75	64	29	47	10	41	71	25	72	35	54	8	48
46	50	54	51	35	12	57	59	00	64	40	28	10	38	71	50	72	44	42	8	47
46	75	55	4	32	12	54	59	25	64	51	6	10	36	71	75	72	53	29	8	44
47	00	55	17	26	12	51	59	50	65	1	42	10	33	72	00	73	2	11	8	42
47	25	55	30	17	12	48	59	75	65	12	15	10	30	72	25	73	10	55	8	41
47	50	55	43	5	12	44	60	00	65	22	45	10	28	72	50	73	19	36	8	38
47	75	55	55	49	12	42	60	25	65	33	13	10	26	72	75	73	28	14	8	37
48	00	56	8	31	12	39	60	50	65	43	39	10	23	73	00	73	36	51	8	34
48	25	56	21	10	12	35	60	75	65	54	2	10	21	73	25	73	45	25	8	33
48	50	56	33	45	12	33	61	00	66	4	23	10	18	73	50	73	53	58	8	31
48	75	56	46	18	12	30	61	25	66	14	41	10	16	73	75	74	2	29	8	29
49	00	56	58	48	12	27	61	50	66	24	57	10	14	74	00	74	10	58	8	27
49	25	57	11	15	12	24	61	75	66	35	11	10	11	74	25	74	19	25	8	25
49	50	57	23	39	12	21	62	00	66	45	22	10	9	74	50	74	27	50	8	23
49	75	57	36	0	12	18	62	25	66	55	31	10	6	74	75	74	36	13	8	21
50	00	57	48	18			62	50	67	5	37			75	00	74	44	34	8	19

VI. Tafel. Für die parabolische Bewegung der Cometen.

Täge.		Wahre Anomalie.			Differenz.		Täge.		Wahre Anomalie.			Differenz.		Täge.		Wahre Anomalie.			Differenz.	
		°	'	"	'	"			°	'	"	'	"			°	'	"	'	"
75	00	74	44	34			87	50	81	5	54			100	00	86	26	28		
75	25	74	52	53	8	18	87	75	81	12	52	6	56	100	50	86	38	14	11	41
75	50	75	1	11	8	15	80	00	81	19	48	6	55	101	00	86	49	55	11	36
75	75	75	9	26	8	14	88	25	81	26	43	6	53	101	50	87	1	31	11	32
76	00	75	17	40	8	12	88	50	81	33	36	6	52	102	00	87	13	3	11	27
76	25	75	25	52	8	10	88	75	81	40	28	6	50	102	50	87	24	30	11	23
76	50	75	34	2	8	9	89	00	81	47	18	6	49	103	00	87	35	53	11	19
76	75	75	42	11	8	7	89	25	81	54	7	6	47	103	50	87	47	12	11	14
77	00	75	50	18	8	5	89	50	82	0	54	6	46	104	00	87	58	26	11	10
77	25	75	58	23	8	3	89	75	82	7	40	6	45	104	50	88	9	36	11	7
77	50	76	6	26	8	2	90	00	82	14	25	6	43	105	00	88	20	43	11	2
77	75	76	14	28	8	0	90	25	82	21	8	6	42	105	50	88	31	45	10	58
78	00	76	22	28	7	58	90	50	82	27	50	6	41	106	00	88	42	43	10	54
78	25	76	30	26	7	56	90	75	82	34	31	6	39	106	50	88	53	37	10	49
78	50	76	38	22	7	54	91	00	82	41	10	6	38	107	00	88	4	26	10	45
78	75	76	46	16	7	53	91	25	82	47	48	6	36	107	50	89	15	11	10	42
79	00	77	54	9	7	51	91	50	82	54	24	6	35	108	00	89	25	53	10	38
79	25	77	2	0	7	49	91	75	83	0	59	6	34	108	50	89	36	31	10	34
79	50	77	9	49	7	48	92	00	83	7	33	6	33	109	00	89	47	5	10	30
79	75	77	17	37	7	46	92	25	83	14	6	6	31	109	50	89	57	35	10	26
80	00	77	25	23	7	44	92	50	83	20	37	6	31	110	00	90	8	1	10	22
80	25	77	33	7	7	43	92	75	83	27	8	6	28	110	50	90	18	23	10	19
80	50	77	40	50	7	41	93	00	83	33	36	6	27	111	00	90	28	42	10	15
80	75	77	48	31	7	39	93	25	83	40	3	6	26	111	50	90	38	57	10	11
81	00	77	56	10	7	37	93	50	83	46	29	6	25	112	00	90	49	8	10	8
81	25	78	3	47	7	36	93	75	83	52	54	6	23	112	50	90	59	16	10	4
81	50	78	11	23	7	34	94	00	83	59	17	6	22	113	00	91	9	20	10	0
81	75	78	18	57	7	33	94	25	84	5	39	6	21	113	50	91	19	20	9	57
82	00	78	26	30	7	31	94	50	84	12	0	6	20	114	00	91	29	17	9	53
82	25	78	34	1	7	30	94	75	84	18	20	6	18	114	50	91	39	10	9	50
82	50	78	41	31	7	28	95	00	84	24	38	6	17	115	00	91	49	0	9	47
82	75	78	48	59	7	26	95	25	84	30	55	6	16	115	50	91	58	47	9	43
83	00	78	56	25	7	25	95	50	84	37	11	6	15	116	00	92	8	30	9	40
83	25	79	3	50	7	23	95	75	84	43	26	6	13	116	50	92	18	10	9	36
83	50	79	11	13	7	22	96	00	84	49	39	6	12	117	00	92	27	46	9	33
83	75	79	18	35	7	20	96	25	84	55	51	6	11	117	50	92	37	19	9	29
84	00	79	25	55	7	18	96	50	85	2	2	6	10	118	00	92	46	47	9	26
84	25	79	33	13	7	17	96	75	85	8	12	6	8	118	50	92	56	14	9	23
84	50	79	40	30	7	15	97	00	85	14	20	6	7	119	00	93	5	37	9	20
84	75	79	47	45	7	14	97	25	85	20	27	6	6	119	50	93	14	57	9	16
85	00	79	54	59	7	12	97	50	85	26	33	6	5	120	00	93	24	13	9	13
86	25	80	2	11	7	11	97	75	85	32	38	6	4	120	50	93	33	26	9	11
85	50	80	9	22	7	9	98	00	85	38	42	6	3	121	00	93	42	37	9	7
85	75	80	16	31	7	7	98	25	85	44	45	6	1	121	50	93	51	44	9	4
86	00	80	23	38	7	6	98	50	85	50	46	6	0	122	00	94	0	48	9	1
86	25	80	30	44	7	5	98	75	85	56	46	5	59	122	50	4	9	49	8	58
86	50	80	37	49	7	4	99	00	86	2	45	5	58	123	00	94	18	47	8	55
86	75	80	44	53	7	2	99	25	86	8	43	5	56	123	50	94	27	42	8	52
87	00	80	51	55	7	0	99	50	86	14	39	5	55	124	00	94	36	34	8	49
87	25	80	58	55	6	59	99	75	86	20	34	5	54	124	50	94	45	23	8	46
87	50	81	5	54	6	58	100	00	86	26	28	11	46	125	00	94	54	9	8	43

VI. Tafel. Für die parabolische Bewegung der Cometen.

Täge.	Wahre Anomalie °	'	"	Differenz. '	"	Tage.	Wahre Anomalie °	'	"	Differenz. '	"	Tage.	Wahre Anomalie °	'	"	Differenz. '	"
125 00	94	54	9			150	101	18	20			200	110	24	47		
125 50	95	2	52	8	40	151	101	31	47	13	27	201	110	33	37	8	46
126 00	95	11	32	8	37	152	101	45	6	13	19	202	110	42	23	8	42
126 50	95	20	9	8	35	153	101	58	18	13	12	203	110	51	5	8	38
127 00	95	28	44	8	32	154	102	11	22	13	4	204	110	59	43	8	35
127 50	95	37	16	8	29	155	102	24	19	12	57	205	111	8	18	8	31
128 00	95	45	45	8	16	156	102	37	9	12	50	206	111	16	49	8	28
128 50	95	54	11	8	24	157	102	49	52	12	43	207	111	25	17	8	23
129 00	91	2	35	8	21	158	103	2	27	12	35	208	111	33	40	8	20
129 50	96	10	56	8	18	159	103	14	56	12	29	209	111	42	0	8	17
130 00	96	19	14	8	15	160	103	27	18	12	22	210	111	50	17	8	13
130 50	96	27	29	8	13	161	103	39	34	12	16	211	111	58	30	8	10
131 00	96	35	42	8	10	162	103	51	42	12	8	212	112	6	40	8	5
131 50	96	43	52	8	8	163	104	3	44	12	2	213	112	14	45	8	3
132 00	96	52	0	8	5	164	104	15	40	11	56	214	112	22	48	8	0
132 50	97	0	5	8	2	165	104	27	29	11	49	215	112	30	48	7	56
133 00	97	8	7	8	0	166	104	39	13	11	44	216	112	38	44	7	53
133 50	97	16	7	7	57	167	104	50	50	11	37	217	112	46	37	7	49
134 00	97	24	4	7	55	168	105	2	20	11	30	218	112	54	26	7	46
134 50	97	31	59	7	52	169	105	13	45	11	25	219	113	2	12	7	44
135 00	97	39	51	7	50	170	105	25	4	11	19	220	113	9	56	7	40
135 50	97	47	41	7	47	171	105	36	17	11	13	221	113	17	30	7	37
136 00	97	55	28	7	45	172	105	47	25	11	8	222	113	25	13	7	33
136 50	98	3	13	7	43	173	105	58	27	11	2	223	113	32	46	7	31
137 00	98	10	56	7	40	174	106	9	23	10	56	224	113	40	17	7	28
137 50	98	18	36	7	38	175	106	20	14	10	51	225	113	47	45	7	25
138 00	98	26	14	7	36	176	106	30	59	10	45	226	113	55	10	7	22
138 50	98	33	50	7	33	177	106	41	39	10	40	227	114	2	32	7	19
139 00	98	41	23	7	31	178	105	52	14	10	35	228	114	9	51	7	16
139 50	98	43	54	7	28	179	107	2	43	10	29	229	114	17	7	7	14
140 00	98	56	22	7	27	180	107	13	7	10	24	230	114	24	21	7	11
140 50	99	3	49	7	24	181	107	23	26	10	19	231	114	31	32	7	7
141 00	99	11	13	7	22	182	107	33	40	10	14	232	114	38	39	7	5
141 50	99	18	35	7	19	183	107	43	49	10	9	233	114	45	44	7	3
142 00	99	25	54	7	18	184	107	53	54	10	5	234	114	52	47	7	0
142 50	99	33	12	7	15	185	108	3	54	10	0	235	114	59	47	6	57
143 00	99	40	27	7	13	186	108	13	48	9	54	236	115	6	44	6	54
143 50	99	47	40	7	11	187	108	23	38	9	50	237	115	13	38	6	52
144 00	99	54	51	7	9	188	108	33	23	9	45	238	115	20	30	6	49
144 50	100	2	0	7	6	189	103	43	4	9	41	239	115	27	19	6	46
145 00	100	9	6	7	4	190	108	52	41	9	37	240	115	34	5	6	44
										9	32						
145 50	100	16	10	7	3	191	109	2	13	9	27	241	115	40	49	6	42
146 00	100	23	13	7	0	192	109	11	40	9	23	242	115	47	31	6	39
146 50	100	30	13	6	59	193	109	21	3	9	19	243	115	54	10	6	36
147 00	100	37	12	6	56	194	109	30	22	9	15	244	116	0	46	6	34
147 50	100	44	8	6	55	195	109	39	37	9	10	245	116	7	20	6	32
148 00	100	51	3	6	52	196	109	48	47	9	6	246	116	13	52	6	30
148 50	100	57	55	6	50	197	109	57	53	9	2	247	116	20	22	6	27
149 00	100	4	45	6	48	198	110	6	55	8	58	248	116	26	49	6	25
149 50	101	11	33	6	47	199	110	15	53	8	54	249	116	33	14	6	22
150 00	101	18	20			200	110	24	47	8	50	250	116	29	36	6	30

VI. Tafel. Für die parabolische Bewegung der Cometen.

Täge.	Wahre Anomalie.			Differenz.		Täge.	Wahre Anomalie.			Differenz.		Täge.	Wahre Anomalie.			Differenz.	
	°	'	"	'	"		°	'	"	'	"		°	'	"	'	"
250	116	39	36			300	121	16	27			350	124	51	39		
251	116	45	56	6	18	301	121	21	17	4	48	351	124	55	29	3	48
252	116	52	14	6	16	302	121	26	5	4	46	352	124	59	17	3	48
253	116	58	30	6	13	303	121	30	51	4	45	353	125	3	5	3	47
254	117	4	43	6	11	304	121	35	36	4	44	354	125	6	52	3	46
255	117	10	54	6	9	305	121	40	20	4	42	355	125	10	38	3	45
256	117	17	3	6	7	306	121	45	2	4	41	356	125	14	23	3	44
257	117	23	10	6	5	307	121	49	43	4	40	357	125	18	7	3	43
258	117	29	15	6	3	308	121	54	23	4	38	358	125	21	50	3	42
259	117	35	18	6	0	309	121	59	1	4	37	359	125	25	32	3	41
260	117	41	18	5	59	310	122	3	38	4	35	360	125	29	13	3	41
261	117	47	17	5	56	311	122	8	13	4	34	361	125	32	54	3	39
262	117	53	13	5	54	312	122	12	47	4	33	362	125	36	33	3	38
263	117	59	7	5	53	313	122	17	20	4	32	363	125	40	11	3	38
264	118	5	0	5	50	314	122	21	52	4	30	364	125	43	49	3	37
265	118	10	50	5	49	315	122	26	22	4	29	365	125	47	26	3	35
266	118	16	39	5	46	316	122	30	51	4	27	366	125	51	1	3	35
267	118	22	25	5	45	317	122	35	18	4	27	367	125	54	36	3	34
268	118	28	10	5	42	318	122	39	45	4	25	368	125	58	10	3	34
269	118	33	52	5	41	319	122	44	10	4	24	369	126	1	44	3	32
270	118	39	33	5	39	320	122	48	34	4	23	370	126	5	16	3	31
271	118	45	12	5	37	321	122	52	57	4	21	371	126	8	47	3	31
272	118	50	49	5	35	322	122	57	18	4	20	372	126	12	18	3	30
273	118	56	24	5	33	323	123	1	38	4	19	373	126	15	48	3	29
274	119	1	57	5	31	324	123	5	57	4	18	374	126	19	17	3	28
275	119	7	28	5	30	325	123	10	15	4	17	375	126	22	45	3	27
276	119	12	58	5	28	326	123	14	32	4	16	376	126	26	12	3	28
277	119	18	26	5	26	327	123	18	48	4	14	377	126	29	38	3	26
278	119	23	52	5	24	328	123	23	2	4	13	378	126	33	4	3	25
279	119	29	16	5	23	329	123	27	15	4	12	379	126	36	29	3	24
280	119	34	39	5	21	330	123	31	27	4	11	380	126	39	53	3	23
281	119	40	0	5	19	331	123	35	38	4	10	381	126	43	16	3	23
282	119	45	19	5	17	332	123	39	48	4	8	382	126	46	39	3	21
283	119	50	36	5	16	333	123	43	56	4	8	383	126	50	0	3	21
284	119	55	52	5	14	334	123	48	4	4	6	384	126	53	21	3	20
285	120	1	6	5	12	335	123	52	10	4	6	385	126	56	41	3	19
286	120	6	18	5	11	336	123	56	16	4	4	386	127	0	0	3	19
287	120	11	29	5	9	337	124	0	20	4	3	387	127	3	19	3	18
288	120	16	38	5	8	338	124	4	23	4	2	388	127	6	37	3	17
289	120	21	46	5	6	339	124	8	25	4	1	389	127	9	54	3	16
290	120	26	52	5	4	340	124	12	26	4	0	390	127	13	10	3	15
291	120	31	56	5	3	341	124	16	26	3	59	391	127	16	25	3	15
292	120	36	59	5	2	342	124	20	25	3	58	392	127	19	40	3	14
293	120	42	1	4	59	343	124	24	23	3	56	393	127	22	54	3	13
294	120	47	0	4	59	344	124	28	19	3	56	394	127	26	7	3	13
295	120	51	59	4	56	345	124	32	15	3	55	395	127	29	20	3	12
296	120	56	55	4	56	346	124	36	10	3	54	396	127	32	32	3	11
297	121	1	51	4	53	347	124	40	4	3	53	397	127	35	43	3	10
298	121	6	44	4	52	348	124	43	57	3	51	398	127	38	53	3	10
299	121	11	36	4	51	349	124	47	48	3	51	399	127	42	3	3	9
300	121	16	27	4	50	350	124	51	39	3	50	400	127	45	12	[illegible]	[illegible]

VI. Tafel. Für die parabolische Bewegung der Cometen.

Täge.	Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. ′	″	Täge.	Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. ′	″	Täge.	Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. ′	″
400	127	45	12			450	130	9	6			500	132	11	1		
401	127	48	20	3	7	451	130	11	44	2	38	501	132	13	16	2	15
402	127	51	27	3	7	452	130	14	21	2	37	502	132	15	31	2	15
403	127	54	34	3	6	453	130	16	58	2	37	503	132	17	46	2	14
404	127	57	40	3	6	454	130	19	35	2	37	504	132	20	0	2	13
405	128	0	46	3	5	455	130	22	11	2	36	505	132	22	13	2	13
406	128	3	51	3	4	456	130	24	46	2	35	506	132	24	26	2	13
407	128	6	55	3	3	457	130	27	21	2	35	507	132	26	39	2	12
408	128	9	58	3	3	458	130	29	55	2	34	508	132	28	51	2	12
409	128	13	1	3	2	459	130	32	29	2	34	509	132	31	3	2	12
410	128	16	3	3	2	460	130	35	3	2	34	510	132	33	15	2	11
411	128	19	5	3	1	461	130	37	36	2	33	511	132	35	26	2	11
412	128	22	6	3	0	462	130	40	8	2	32	512	132	37	37	2	11
413	128	25	6	2	59	463	130	42	40	2	32	513	132	39	48	2	10
414	128	28	5	2	59	464	130	45	11	2	31	514	132	41	58	2	10
415	128	31	4	2	58	465	130	47	42	2	31	515	132	44	8	2	9
416	128	34	2	2	58	466	130	50	13	2	31	516	132	46	17	2	9
417	128	37	0	2	57	467	130	52	43	2	30	517	132	48	26	2	9
418	128	39	57	2	56	468	130	55	13	2	30	518	132	50	35	2	8
419	128	42	53	2	56	469	130	57	41	2	28	519	132	52	43	2	8
420	128	45	49	2	55	470	131	0	10	2	29	520	132	54	51	2	8
421	128	48	44	2	54	471	131	2	38	2	28	521	132	56	59	2	7
422	128	51	38	2	54	472	131	5	6	2	28	522	132	59	6	2	7
423	128	54	32	2	53	473	131	7	33	2	27	523	133	1	13	2	6
424	128	57	25	2	53	474	131	10	0	2	27	524	133	3	19	2	6
425	129	0	18	2	52	475	131	12	26	2	26	525	133	5	25	2	6
426	129	3	10	2	51	476	131	14	52	2	26	526	133	7	31	2	5
427	129	6	1	2	51	477	131	17	18	2	26	527	133	9	36	2	5
428	129	8	52	2	50	478	131	19	43	2	25	528	133	11	41	2	5
429	129	11	42	2	50	479	131	22	7	2	24	529	133	13	46	2	4
430	129	14	32	2	49	480	131	24	31	2	24	530	133	15	50	2	4
431	129	17	21	2	48	481	131	26	55	2	24	531	133	17	54	2	4
432	129	20	9	2	48	482	131	29	18	2	[illegible]	532	133	19	58	2	3
433	129	22	57	2	48	483	131	31	40	2	[illegible]	533	133	22	1	2	3
434	129	25	45	2	46	484	131	34	3	2	[illegible]	534	133	24	4	2	3
435	129	28	31	2	46	485	131	36	25	2	[illegible]	535	133	26	7	2	2
436	129	31	17	2	46	486	131	38	46	2	21	536	133	28	9	2	2
437	129	34	3	2	45	487	131	41	7	2	[illegible]	537	133	30	11	2	2
438	129	36	48	2	44	488	131	43	27	2	20	538	133	32	13	2	1
439	129	39	32	2	44	489	131	45	47	2	20	539	133	34	14	2	1
440	129	42	16	2	44	490	131	48	7	2	20	540	133	36	15	2	1
441	129	45	0	2	43	491	131	50	26	2	19	541	133	38	16	2	0
442	129	42	43	2	42	492	131	52	45	2	19	542	133	40	16	2	0
443	129	50	25	2	42	493	131	55	4	2	19	543	133	42	16	2	0
444	129	53	7	2	41	494	131	57	22	2	18	544	133	44	16	1	59
445	129	55	48	2	41	495	131	59	39	2	17	545	133	46	15	1	59
446	129	58	29	2	40	496	132	1	56	2	17	546	133	48	14	1	59
447	130	1	9	2	39	497	132	4	13	2	17	547	133	50	13	1	58
448	130	3	48	2	29	498	132	6	30	2	17	548	133	52	11	1	58
449	130	6	27	2	39	499	132	8	46	2	16	549	133	54	9	1	58
450	130	9	6			500	132	11	1	2	15	550	133	56	7	1	58

VI. Tafel. Für die parabolische Bewegung der Cometen.

Tage.	Wahre Anomalie.			Differenz.		Tage.	Wahre Anomalie.			Differenz.		Tage.	Wahre Anomalie.			Differenz.	
	°	'	"	'	"		°	'	"	'	"		°	'	"	'	"
550	133	56	7			600	135	28	0			900	141	50	30		
551	133	58	5	1	57	605	135	36	34	8	34	910	141	59	58	9	28
552	134	0	2	1	57	610	135	45	2	8	28	920	142	9	17	9	19
553	134	1	59	1	56	615	135	53	24	8	22	930	142	18	28	9	11
554	134	3	55	1	56	620	136	1	40	8	16	940	142	27	30	9	2
555	134	5	51	1	56	625	136	9	50	8	10	950	142	36	24	8	54
556	134	7	47	1	55	630	136	17	54	8	4	960	142	45	10	8	46
557	134	9	42	1	56	635	136	25	53	7	59	970	142	53	48	8	38
558	134	11	38	1	56	640	136	33	46	7	53	980	143	2	19	8	31
559	134	13	33	1	54	645	136	41	34	7	48	990	143	10	42	8	23
560	134	15	27	1	55	650	136	49	16	7	42	1000	143	18	57	8	15
561	134	17	22	1	54	655	136	56	53	7	37	1010	143	27	6	8	9
562	134	19	16	1	53	660	137	4	25	7	32	1020	143	35	7	8	1
563	134	21	9	1	54	665	137	11	53	7	28	1030	143	43	2	7	55
564	134	23	3	1	53	670	137	19	16	7	23	1040	143	50	51	7	49
565	134	24	56	1	53	675	137	26	33	7	17	1050	143	58	33	7	42
566	134	26	49	1	53	680	137	33	45	7	12	1060	144	6	8	7	35
567	134	28	42	1	52	685	137	40	53	7	8	1070	144	13	38	7	30
568	134	30	34	1	52	690	137	47	57	7	4	1080	144	21	1	7	23
569	134	32	26	1	51	695	137	54	56	6	59	1090	144	28	19	7	18
570	134	34	17	1	52	700	138	1	51	6	55	1100	144	35	31	7	12
571	134	36	9	1	51	705	138	8	42	6	51	1110	144	42	37	7	6
572	134	38	0	1	51	710	138	15	28	6	46	1120	144	49	38	7	1
573	134	39	51	1	50	715	138	22	10	6	42	1130	144	56	34	6	56
574	134	41	41	1	51	720	138	28	48	6	38	1140	145	3	24	6	50
575	134	43	32	1	50	725	138	35	22	6	34	1150	145	10	9	6	45
576	124	45	22	1	49	730	138	41	51	6	29	1160	145	16	49	6	40
577	134	47	11	1	50	735	138	48	17	6	26	1170	145	23	25	6	36
578	134	49	1	1	49	740	138	54	40	6	23	1180	145	29	55	6	30
579	134	50	50	1	49	745	139	0	59	6	19	1190	145	36	21	6	26
580	134	52	39	1	48	750	139	7	14	6	15	1200	145	42	42	6	21
581	134	54	27	1	49	755	139	13	26	6	12	1210	145	48	59	6	17
582	134	56	16	1	48	760	139	19	34	6	8	1220	145	55	11	6	12
583	134	58	4	1	47	765	139	25	38	6	4	1230	146	1	19	6	8
584	134	59	51	1	48	770	139	31	39	6	1	1240	146	7	22	6	3
585	135	1	39	1	47	775	139	37	37	5	58	1250	146	13	22	6	0
586	135	3	26	1	47	780	139	43	31	5	54	1260	146	19	17	5	55
587	135	5	13	1	47	785	139	49	22	5	51	1270	146	25	9	5	52
588	135	7	0	1	46	790	139	55	9	5	47	1280	146	30	56	5	47
589	135	8	46	1	46	795	140	0	54	5	44	1290	146	36	40	5	44
590	135	10	32	1	46	800	140	6	35	5	41	1300	146	42	20	5	40
591	135	12	18	1	46	810	140	17	48	11	13	1310	146	47	56	5	36
592	135	14	4	1	45	820	140	28	50	11	2	1320	146	53	28	5	32
593	135	15	49	1	46	830	140	39	39	10	49	1330	146	58	57	5	29
594	135	17	35	1	45	840	140	50	18	10	39	1340	147	4	22	5	25
595	135	19	20	1	44	850	141	0	45	10	27	1350	147	9	45	5	23
596	135	21	4	1	44	860	141	11	2	10	17	1360	147	15	3	5	18
597	135	22	48	1	44	870	141	21	9	10	7	1370	147	20	18	5	15
598	135	24	32	1	44	880	141	31	5	9	56	1380	147	25	30	5	12
599	135	26	16	1	44	890	141	40	52	9	47	1390	147	30	39	5	9
600	135	28	0			900	141	50	30	9	38	1400	147	35	45	5	6

VI. Tafel. Für die parabolische Bewegung der Cometen.

Täge.	Wahre Anomalie.			Differenz.		Täge.	Wahre Anomalie.			Differenz.		Tage.	Wahre Anomalie.			Differenz.	
	°	'	''	'	''		°	'	''	'	''		°	'	''	'	''
1400	147	35	45	5	3	1900	150	59	17	3	17	2800	154	43	54		
1410	147	40	48	4	59	1910	151	2	34	3	15	2820	154	47	43	3	49
1420	147	45	47	4	57	1920	151	5	49	3	14	2840	154	51	30	3	47
1430	147	50	44	4	54	1930	151	9	3	3	12	2360	154	55	14	3	44
1440	147	55	38	4	50	1940	151	12	15	3	11	2880	154	58	56	3	42
1450	148	0	28	4	48	1950	151	15	26	3	10	2900	155	2	36	3	40
1460	148	5	16	4	46	1960	151	18	36	3	8	2920	155	6	14	3	38
1470	148	10	2	4	42	1970	151	21	44	3	7	2940	155	9	50	3	35
1480	148	14	44	4	40	1980	151	24	51	3	6	2960	155	13	23	3	33
1490	148	19	24	4	37	1990	151	27	57	3	5	2980	155	16	54	3	31
1500	148	24	1	4	34	2000	151	31	2	6	6	3000	155	20	23	3	29
1510	148	28	35	4	32	2020	151	37	8	6	0	3050	155	29	0	8	37
1520	148	33	7	4	30	2040	151	43	8	5	55	3100	155	37	26	8	26
1530	148	37	37	4	27	2060	151	49	3	5	50	3150	155	45	40	8	14
1540	148	42	4	4	24	2080	151	54	53	5	45	3200	155	53	43	8	3
1550	148	46	28	4	22	2100	152	0	38	5	41	3250	156	1	35	7	52
1560	148	50	50	4	20	2120	152	6	19	5	36	3300	156	9	17	7	42
1570	143	55	10	4	17	2140	152	11	55	5	32	3350	156	16	48	7	31
1580	148	59	27	4	15	2160	152	17	27	5	28	3400	156	24	10	7	23
1590	149	3	42	4	13	2180	152	22	55	5	24	3450	156	31	23	7	13
1600	149	7	55	4	11	2200	152	28	19	5	20	3500	156	38	27	7	4
1610	149	12	6	4	8	2220	152	33	39	5	15	3550	156	45	23	6	56
1620	149	16	14	4	6	2240	152	38	54	5	12	3600	156	52	10	6	47
1630	149	20	20	4	4	2260	152	44	6	5	8	3650	156	58	49	6	39
1640	149	24	24	4	2	2280	152	49	14	5	4	3700	157	5	22	6	33
1650	149	28	26	4	0	2300	152	54	18	5	0	3750	157	11	48	6	25
1660	149	32	26	3	58	2320	152	59	18	4	57	3800	157	18	7	6	19
1670	149	36	24	3	56	2340	153	4	15	4	54	3850	157	24	20	6	13
1680	149	40	20	3	54	2360	153	9	9	4	50	3900	157	30	27	6	7
1690	149	44	14	3	52	2380	153	13	59	4	46	3950	157	36	29	6	2
1700	149	48	6	3	50	2400	153	18	45	4	43	4000	157	42	24	5	55
1710	149	51	56	3	48	2420	153	23	28	4	40	4050	157	48	13	5	49
1720	149	55	44	3	47	2440	153	28	8	4	37	4100	157	53	50	5	43
1730	149	59	31	3	44	2460	153	32	45	4	33	4150	157	59	33	5	37
1740	150	3	15	3	43	2480	153	37	18	4	30	4200	158	5	4	5	31
1750	150	6	58	3	41	2500	153	41	48	4	27	4250	158	10	30	5	25
1760	150	10	39	3	39	2520	153	46	15	4	24	4300	158	15	51	5	21
1770	150	14	18	3	38	2540	153	50	39	4	22	4350	158	21	6	5	15
1780	150	17	56	3	35	2560	153	55	1	4	19	4400	158	26	16	5	10
1790	150	21	31	3	34	2580	153	59	20	4	16	4450	158	31	21	5	5
1800	150	25	5	3	32	2600	15	3	36	4	13	4500	158	36	22	5	1
1810	150	28	37	3	31	2620	154	7	49	4	11	4550	158	41	18	4	56
1820	150	32	8	3	29	2640	154	12	0	4	8	4600	158	46	9	4	51
1830	150	35	37	3	28	2660	154	16	8	4	6	4650	158	50	56	4	47
1840	150	39	5	3	25	2680	154	20	14	4	3	4700	158	55	38	4	42
1850	150	42	30	3	25	2700	154	24	17	4	0	4750	159	0	16	4	38
1860	150	45	55	3	23	2720	154	28	17	3	58	4800	159	4	50	4	34
1870	150	49	18	3	21	2740	154	32	15	3	55	4850	159	9	19	4	29
1880	150	52	39	3	20	2760	154	36	10	3	53	4900	159	13	45	4	26
1890	150	55	59	3	18	2780	154	40	3	3	51	4950	159	18	7	[illegible]	22
1900	150	59	17			2800	154	43	54								

VI. Tafel. Für die parabolische Bewegung der Cometen.

Täge.	Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. ′	″	Täge.	Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. ′	″
4950	159	18	7	4	19	8800	163	1	37	3	56
5000	159	22	26	4	15	8900	163	5	33	3	52
5050	159	26	41	4	12	9000	163	9	25	3	48
5100	159	30	53	4	8	9100	163	13	14	3	46
5150	159	35	1	4	5	9200	163	17	0	3	43
5200	159	39	6	4	2	9300	163	20	43	3	39
5250	159	43	8	4	0	9400	163	24	22	3	36
5300	159	47	8	3	57	9500	163	27	58	3	33
5350	159	51	5	3	54	9600	163	31	31	3	30
5400	159	54	59	3	52	9700	163	35	1	3	27
5450	159	58	51	3	48	9800	163	38	28	3	24
5500	160	2	39	3	45	9900	163	41	52	3	21
5550	160	6	24	3	42	10000	163	45	13	3	19
5600	160	10	6	3	39	10100	163	48	32	3	16
5650	160	13	45	3	37	10200	163	51	48	3	14
5700	160	17	22	3	34	10300	163	55	2	3	10
5750	160	20	56	3	32	10400	163	58	12	3	9
5800	160	24	28	3	29	10500	164	1	21	3	6
5850	160	27	57	3	27	10600	164	4	27	3	4
5900	160	31	24	3	24	10700	164	7	31	3	1
5950	160	34	48	3	22	10800	164	10	32	2	59
6000	160	38	10	6	37	10900	164	13	31	2	57
6100	160	44	47	6	28	11000	164	16	28	2	54
6200	160	51	15	6	19	11100	164	19	22	2	53
6300	160	57	34	6	12	11200	164	22	15	2	50
6400	161	3	46	6	3	11300	164	25	5	2	49
6500	161	9	49	5	56	11400	164	27	54	2	47
6600	161	15	45	5	48	11500	164	30	41	2	45
6700	161	21	33	5	42	11600	164	33	26	2	42
6800	161	27	15	5	35	11700	164	36	8	2	40
6900	161	32	50	5	29	11800	164	38	48	2	39
7000	161	38	19	5	21	11900	164	41	27	2	37
7100	161	43	40	5	15	12000	164	44	4	24	39
7200	161	48	55	5	9	13000	164	8	43	22	12
7300	161	54	4	5	4	14000	165	30	55	20	10
7400	161	59	8	4	59	15000	165	51	5	18	25
7500	162	4	7	4	54	16000	166	9	30	16	55
7600	162	9	1	4	48	17000	166	26	25	15	38
7700	162	13	49	4	43	18000	166	42	3	14	29
7800	162	18	32	4	39	19000	166	56	32	13	30
7900	162	23	11	4	34	20000	167	10	2	98	39
8000	162	27	45	4	29	30000	168	48	41	62	3
8100	162	32	14	4	25	40000	169	50	44	44	5
8200	162	36	39	4	20	50000	170	34	49	33	36
8300	162	40	59	4	16	60000	171	8	25	26	49
8400	162	45	15	4	11	70000	171	35	14	22	7
8500	162	49	26	4	8	80000	171	57	21	18	43
8600	162	53	34	4	2	90000	172	16	4	16	5
8700	162	57	37	4	0	100000	172	32	9		
8800	163	1	37								

VII. Tafel. Für die Entfernungen der Cometen von der Sonne.

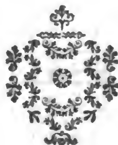
Wahre Anomal. °	Logar. des Radius Vector.	Radius Vector.	Wahre Anomal.	Logar. des Radius Vect.	Radius Vector.
1	0, 0000330	1, 000076	38	0, 0486598	1, 118561
2	0, 0001324	1, 000350	39	0, 0513068	1, 125400
3	0, 0002976	1, 000685	40	0, 0540284	1, 132474
4	0, 0005292	1, 001220	41	0, 0568248	1, 139790
5	0, 0008270	1, 001906	42	0, 0596966	1, 147352
6	0, 0011912	1, 002744	43	0, 0626442	1, 155165
7	0, 0016216	1, 003740	44	0, 0656682	1, 163237
8	0, 0021184	1, 004890	45	0, 0687694	1, 171573
9	0, 0026818	1, 006194	46	0, 0719478	1, 180179
10	0, 0033116	1, 007654	47	0, 0752044	1, 189061
11	0, 0040080	1, 009275	48	0, 0785396	1, 198228
12	0, 0047714	1, 011047	49	0, 0819542	1, 207686
13	0, 0056114	1, 013065	50	0, 0854486	1, 217443
14	0, 0064986	1, 015076	51	0, 0890236	1, 227506
15	0, 0074628	1, 017332	52	0, 0926796	1, 237883
16	0, 0084944	1, 019751	53	0, 0964176	1, 248583
17	0, 0095934	1, 022335	54	0, 1002382	1, 259616
18	0, 0107602	1, 025086	55	0, 1041422	1, 270961
19	0, 0119946	1, 028003	56	0, 1081302	1, 282715
20	0, 0132970	1, 030091	57	0, 1122030	1, 294901
21	0, 0146678	1, 034351	58	0, 1163614	1, 307258
22	0, 0161068	1, 037183	59	0, 1206064	1, 320100
23	0, 0176146	1, 041392	60	0, 12 9378	1, 333330
24	0, 0191912	1, 045180	61	0, 1293592	1, 346974
25	0, 0208370	1, 049145	62	0, 1338688	1, 361033
26	0, 0225522	1, 053300	63	0, 1384683	1, 375524
27	0, 0243370	1, 057638	64	0, 1431590	1, 390461
28	0, 0261918	1, 062164	65	0, 1479416	1, 405858
29	0, 0281168	1, 066883	66	0, 1528172	1, 421730
30	0, 0301524	1, 071894	67	0, 1566868	1, 434454
31	0, 0321790	1, 076909	68	0, 1628516	1, 454961
32	0, 0343168	1, 082223	69	0, 1680126	1, 472357
33	0, 0365260	1, 087742	70	0, 1732710	1, 490291
34	0, 0388074	1, 093471	71	0, 1786280	1, 508787
35	0, 0411610	1, 099413	72	0, 1840848	1, 527864
36	0, 0435874	1, 105573	73	0, 1896426	1, 547542
37	0, 0460868	1, 111954	74	0, 1953028	1, 567843

VII. Tafel. Für die Entfernungen der Cometen von der Sonne.

Wahre Anomal. °	Logar. des Radius Vector.	Radius Vector.	Wahre Anomal.	Logar. des Radius Vector.	Radius Vector.
75	0,2010666	1,588790	112	0,5048766	3,197986
76	0,2069358	1,610407	113	0,5162010	3,282472
77	0,2129112	1,632718	114	0,5277824	3,371147
78	0,2189948	1,655750	115	0,5395670	3,463913
79	0,2251876	1,679529	116	0,5515806	3,561070
80	0,2314920	1,704087	117	0,5638298	3,662940
81	0,2379090	1,729453	118	0,5763214	3,769827
82	0,2444402	1,755759	119	0,5890622	3,891089
83	0,2510878	1,781739	120	0,6020600	4,000000
84	0,2578530	1,810727	121	0,6153224	4,124035
85	0,2647382	1,839662	122	0,6288576	4,254589
86	0,2717450	1,869584	123	0,6426742	4,388096
87	0,2788756	1,900533	124	0,6567814	4,537132
88	0,2861318	1,932554	125	0,6711888	4,690172
89	0,2935158	1,965693	126	0,6859064	4,851839
90	0,3010300	2,000000	127	0,7009452	5,022792
91	0,3086764	2,035525	128	0,7163160	5,203745
92	0,3164574	2,072322	129	0,7320312	5,395500
93	0,3243756	2,110453	130	0,7481034	5,598809
94	0,3324334	2,149974	131	0,7645460	5,814950
95	0,340 334	2,190954	132	0,7813734	6,044681
96	0,3489782	2,233460	133	0,7986006	6,289275
97	0,3574708	2,177565	134	0,8162440	6,550041
98	0,3661142	2,323347	135	0,8343206	6,828425
99	0,3749112	2,370889	136	0,8528493	7,126057
100	0,3838650	2,420276	137	0,8718492	7,444234
101	0,3929790	2,471603	138	0,8913416	7,785487
102	0,4022564	2,524971	139	0,9113494	8,153600
103	0,4117008	2,580437	140	0,9318966	8,543631
104	0,4213160	2,638250	141	0,9530094	8,974482
105	0,4311058	2,698396	142	0,9747162	9,434141
106	0,4410740	2,761048	143	0,9970472	9,932240
107	0,4512248	2,826342	144	1,0200352	0,472110
108	0,4615626	2,894427	145	1,0427164	1,059010
109	0,4720920	2,965459	146	1,0681294	1,698470
110	0,4828174	3,039607	147	1,0933164	2,397000
111	0,4937430	3,117044	148	1,1193238	3,162057

VII. Tafel. Für die Entfernungen der Cometen von der Sonne.

Wahre Anomal.	Logar. des Radius Vector.	Radius Vector.	Wahre Anomal.	Logar. des Radius Vector.	Radius Vector.
149	1, 1462024	4, 002400	155	1, 3293264	1, 346485
150	1, 1740076	4, 928206	156	1, 3642422	3, 133543
151	1, 2029008	5, 955070	157	1, 4006894	5, 158768
152	1, 2326496	7, 086360	158	1, 4388024	7, 466443
153	1, 2636294	8, 349717	159	1, 4787340	0, 111604
154	1, 2958240	9, 761730	160	1, 5206596	3, 163443



VIII. Tafel.

Erweiterung der VII. Tafel.

Wahre Anomalie. °	′	Logar. des Radius Vector.	Radius Vector.
0°.	10′.	0,0000010	1,00000020
	20′	0,0000036	1,00000180
	30′	0,0000082	1,00001900
	40′	0,0000126	1,00002900
0°.	50′	0,0000230	1,00005300
1°.	10′	0,0000450	1,00010360
	20′	0,0000588	1,00013540
	30′	0,0000744	1,00017136
	40′	0,0000918	1,00021166
1°.	50′	0,0001112	1,00025604
2°.	10′	0,0001552	1,00035780
	20′	0,0001800	1,00041910
	30′	0,0002068	1,00047630
	40′	0,0002352	1,00054160
2°.	50′	0,0002656	1,00061180
3°.	10′	0,0003316	1,00076386
	20′	0,0003676	1,00084055
	30′	0,0004052	1,00093350
	40′	0,0004448	1,00102477
3°.	50′	0,0004860	1,00111618
4°.	10′	0,0005744	1,00132454
	20′	0,0006212	1,00143142
	30′	0,0006700	1,00154954
	40′	0,0007204	1,00166023
4°.	50′	0,0007728	1,00178093
5°.	10′	0,0008832	1,00203571
	20′	0,0009410	1,00216907
	30′	0,0010008	1,00230704
	40′	0,0010624	1,00244930
5°.	50′	0,0011260	1,00259604

IX. Tafel.

Für die Bewegung des Cometen von 1531. 1607. und 1682.

Eccentri. Anomalie. °	'	Mittlere Bewegung.	Differenz.	Wahre Anomalie. °	'	"	Differenz. °	'	"	Logar. für den Abstand von der ☉	Differenz.
0	0	0, 00000000		0	0	0				0, 000000	
	12	0, 00011383	11383	1	33	12	1	33	12	0, 000078	78
	24	0, 00022770	11387	3	6	23	1	33	11	0, 000314	236
	36	0, 00034166	11396	4	39	29	1	33	6	0, 000706	392
	48	0, 00045570	11408	6	12	30	1	33	1	0, 001254	548
1	0	0, 00056998	11424	7	45	21	1	32	51	0, 001958	704
	12	0, 00068443	11445	9	18	3	1	32	42	0, 002817	859
	24	0, 0007991	11470	10	50	34	1	32	31	0, 003830	1013
	36	0, 00091411	11498	12	22	50	1	32	16	0, 004994	1164
	48	0, 00102943	11532	13	54	50	1	32	0	0, 006311	1317
2	0	0, 00114511	11568	15	26	33	1	31	43	0, 007778	1467
	12	0, 00126120	11609	16	57	55	1	31	22	0, 009396	1618
	24	0, 00137773	11615	18	28	59	1	31	4	0, 011156	1760
	36	0, 00149479	11707	19	59	39	1	30	40	0, 013064	1908
	48	0, 00161237	11758	21	29	53	1	30	14	0, 015115	2051
3	0	0, 00173052	11815	22	59	40	1	29	47	0, 017307	2192
	12	0, 00184929	11877	24	29	0	1	29	20	0, 019639	2332
	24	0, 00196871	11942	25	57	50	1	28	50	0, 022105	2466
	36	0, 00208885	12014	27	26	9	1	28	19	0, 023708	2603
	48	0, 00220972	12087	28	53	55	1	27	46	0, 027441	2733
4	0	0, 00233135	12163	30	21	9	1	27	14	0, 030303	2862
	12	0, 00245383	12248	31	47	46	1	26	37	0, 033292	2989
	24	0, 00257715	12332	33	13	49	1	26	3	0, 036403	3111
	36	0, 00270139	12424	34	39	13	1	25	24	0, 039636	3233
	48	0, 00282658	12518	36	3	58	1	24	45	0, 042987	3351
5	0	0, 00295274	12616	37	28	4	1	24	6	0, 046452	3465
	12	0, 00307994	12720	38	51	29	1	23	25	0, 050029	3577
	24	0, 00320820	12826	40	14	13	1	22	44	0, 053715	3686
	36	0, 00333758	12938	41	36	14	1	22	1	0, 057508	3793
	48	0, 00346809	13051	42	57	30	1	21	16	0, 061405	3897
6	0	0, 00359981	13172	44	18	3	1	20	33	0, 065400	3995

IX. Tafel.

Für die Bewegung des Cometen von 1531. 1607. und 1682.

Eccentri. Anomalie.		Mittlere Bewegung.	Differenz.	Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. °	′	″	Logar. für den Abstand von der ☉	Differenz.
6	0	0, 00359981		44	18	3				0, 605400	
	12	0, 00373276	13295	45	37	51	1	19	48	0, 069493	4093
	24	0, 00386698	13422	46	56	54	1	19	3	0, 073676	4183
	36	0, 00400251	13553	48	15	10	1	18	16	0, 077952	4276
	48	0, 00413940	13689	49	32	41	1	17	31	0, 082315	4363
7	0	0, 00427769	13829	50	49	24	1	16	43	0, 086762	4447
	12	0, 00441741	13972	52	5	20	1	15	56	0, 091292	4530
	24	0, 00455861	14120	53	20	28	1	15	8	0, 095898	4606
	36	0, 00470132	14271	54	34	48	1	14	20	0, 100580	4682
	48	0, 00484560	14427	55	48	20	1	13	32	0, 105333	4753
8	0	0, 00499147	14587	57	1	3	1	12	43	0, 110157	4824
	12	0, 00513898	14751	58	12	58	1	11	55	0, 115046	4889
	24	0, 00528819	14921	59	24	5	1	11	7	0, 119999	4953
	36	0, 00543912	15093	60	34	24	1	10	19	0, 125013	5014
	48	0, 00559179	15267	61	43	53	1	9	29	0, 130083	5070
9	0	0, 00574626	15447	62	52	34	1	8	41	0, 135211	5128
	12	0, 00590259	15633	64	0	27	1	7	53	0, 140389	5178
	24	0, 00606080	15821	65	7	30	1	7	3	0, 145618	5229
	36	0, 00622 95	16015	66	13	46	1	6	16	0, 150894	5276
	48	0, 00638305	16210	67	19	13	1	5	27	0, 156216	5322
10	0	0, 00654715	16410	68	23	51	1	4	38	0, 161579	5363
	12	0, 00671331	16616	69	27	42	1	3	51	0, 166982	5403
	24	0, 00688156	16825	70	30	45	1	3	3	0, 172422	5440
	36	0, 00705193	17037	71	33	2	1	2	17	0, 177898	5476
	48	0, 00722447	17254	72	34	32	1	1	30	0, 183407	5509
11	0	0, 00739921	17474	73	35	15	1	0	43	0, 188946	5539
	12	0, 00757621	17700	74	35	11	0	59	56	0, 194514	5568
	24	0, 00775550	17929	75	34	22	0	59	11	0, 200109	5595
	36	0, 00793712	18162	76	32	46	0	58	24	0, 205728	5619
	48	0, 00812111	18399	77	30	27	0	57	41	0, 211371	5643
12	0	0, 00830751	18640	78	27	22	0	56	55	0, 217034	5663

X. Tafel. Für die Bewegung des Cometen von 1680 und 1681.

Eccentr. Anomalie. °	′	Mittlere Bewegung.	Differenz.	Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. ′	″	Logar. für den Abstand von der ☉	Differenz.
5	0	0,00011850	693	17	24	12	20	12	9,430205	16801
	6	0,00012543	720	17	4	0	19	26	9,447007	16490
	12	0,00013263	747	16	44	34	18	44	9,463497	16190
	18	0,00014011	776	16	25	50	18	2	9,479687	15898
	24	0,00014787	804	16	7	48	17	24	9,495585	15617
5	30	0,00015591	834	15	50	24	16	47	9,511202	15346
	36	0,00016425	864	15	33	37	16	13	9,526548	15084
	42	0,00017289	893	15	17	24	15	39	9,541632	14830
	48	0,00018182	925	15	1	45	15	9	9,556462	14585
	54	0,00019107	955	14	46	36	14	38	9,571047	14347
6	0	0,00020062	988	14	31	58	14	11	9,585394	14118
	6	0,00021050	1020	14	17	47	13	43	9,599512	13894
	12	0,00022070	1053	14	4	4	13	17	9,613406	13678
	18	0,00023123	1086	13	50	47	12	54	9,627084	13469
	24	0,00024209	1121	13	37	53	12	29	9,640553	13265
6	30	0,00025330	1154	13	25	24	12	7	9,653818	13068
	36	0,00026484	1190	13	13	17	11	46	9,666886	12877
	42	0,00027674	1225	13	1	31	11	25	9,679763	12690
	48	0,00028899	1262	12	50	6	11	6	9,692453	12509
	54	0,00030161	1298	12	39	0	10	47	9,704962	12333
7	0	0,00931459	1335	12	28	13	10	39	9,717295	12160
	6	0,00032794	1372	12	17	44	10	12	9,729455	11995
	12	0,00034166	1411	12	7	32	9	55	9,741450	11833
	18	0,00035577	1450	11	57	37	9	39	9,753283	11674
	24	0,00037027	1489	11	47	58	9	24	9,764957	11521
7	30	0,00038516	1528	11	38	34	9	10	9,776478	11371
	36	0,00040044	1569	11	29	24	8	55	9,787849	11224
	42	0,00041613	1610	11	20	29	8	42	9,799073	11082
	48	0,00043223	1651	11	11	47	8	28	9,810156	10943
	54	0,00044874	1690	11	3	19	8	16	9,821099	10808
8	0	0,00046567	1735	10	55	3	8	4	9,831907	10675
	6	0,00048302	1778	10	46	59	7	52	9,842583	10546
	12	0,00050080	1822	10	39	7	7	41	9,853129	10419
	18	0,00051902	1865	10	31	26	7	30	9,863548	10297
	24	0,00053767	1910	10	23	56	7	20	9,873845	10178
8	30	0,00055677		10	16	36			9,884023	

X. Tafel. Für die Bewegung des Cometen von 1680 und 1681.

Eccentr. Anomalie. °	'	Mittlere Bewegung.	Differenz.	Wahre Anomalie. °	'	"	Differenz. '	"	Logar. für den Abstand von der ⊙	Differenz.
8	30	0, 00055677	1955	10	16	36	7	9	9, 884023	10060
	36	0, 00057632	2001	10	9	27	7	0	9, 894083	9944
	42	0, 00059633	2047	10	2	27	6	51	9, 904027	9832
	48	0, 00061680	2093	9	55	36	6	41	9, 913859	9723
	54	0, 00063773	2141	9	48	55	6	32	9, 923582	9615
9	0	0, 00065914	4424	9	42	23	12	39	9, 933197	18916
	12	0, 00070338	4619	9	29	44	12	8	9, 952113	18513
	24	0, 00074957	4818	9	17	36	11	37	9, 970626	18127
	36	0, 00079775	5021	9	5	59	11	9	9, 988753	17756
	48	0, 00084797	5228	8	54	50	10	42	0, 006509	17399
10	0	0, 00090025	5440	8	44	8	10	18	0, 023908	17058
	12	0, 00095465	5657	8	33	50	9	54	0, 040966	16729
	24	0, 00101122	5876	8	23	56	9	31	0, 057695	16410
	36	0, 00106998	6100	8	14	25	9	11	0, 074105	16107
	48	0, 00113098	6328	8	5	14	8	51	0, 090212	16812
11	0	0, 00119426	6561	7	56	23	8	32	0, 106024	15526
	12	0, 00125987	6798	7	47	51	8	14	0, 121550	15253
	24	0, 00132785	7038	7	39	37	7	57	0, 136803	14990
	36	0, 00139823	7283	7	31	40	7	42	0, 151793	14732
	48	0, 00147106	7532	7	23	58	7	25	0, 166525	14486
12	0	0, 00154638	7786	7	16	33	7	12	0, 181011	14248
	12	0, 00162424	8043	7	9	21	6	58	0, 195259	14013
	24	0, 00170467	8305	7	2	23	6	44	0, 200272	13791
	36	0, 00178772	8571	6	55	39	6	32	0, 223063	13572
	48	0, 00187343	8841	6	49	7	6	20	0, 236635	13364
13	0	0, 00196184	9114	6	42	47	6	9	0, 249999	13159
	12	0, 00205298	9393	6	36	38	5	57	0, 263158	12960
	24	0, 00214691	9675	6	30	41	5	47	0, 276118	12766
	36	0, 00224366	9962	6	24	54	5	37	0, 288884	12581
	48	0, 00234328	10252	6	19	17	5	28	0, 301465	12399
14	0	0, 00244580	10547	6	13	49	5	19	0, 313864	12222
	12	0, 00255127	10846	6	8	30	5	9	0, 326086	12049
	24	0, 00265972	11149	6	3	21	5	1	0, 338135	11885
	36	0, 00277122	11456	5	58	19	4	53	0, 350020	11721
	48	0, 00288578	11767	5	53	26	4	45	0, 361741	11562
15	0	0, 00300345		5	48	41			0, 373303	

XI. Tafel.

Für die elliptische Bewegung des Cometen von 1661.

Eccentr. Anomal.	Logar. des Radius Vector.	Radius Vector.	Wahre Anomalie. ° ′ ″
10	8, 5114689	0, 0324691	85. 50. 41
20	8, 8853159	0, 0767926	123. 50. 23
30	9, 1736523	0, 1491672	141. 19. 29
40	9, 3933821	0, 2473939	151. 1. 1
50	9, 5664139	0, 3684879	157. 11. 19
60	9, 7065214	0, 5087702	161. 29. 31
70	9, 8221484	0, 6639781	164. 41. 48
80	9, 9187587	0, 8293953	167. 12. 25
90	0, 0000000	1, 0000000	169. 15. 8
100	0, 0670708	1, 1670598	171. 9. 19
110	0, 1258064	1, 3360158	172. 27. 46
120	0, 1735358	1, 4912233	173. 46. 57
130	0, 2125870	1, 6315055	174. 58. 40
140	0, 2436580	1, 7525999	176. 4. 50
150	0, 2673594	1, 8508261	177. 6. 50
160	0, 2840244	1, 9232007	178. 5. 59
170	0, 2939147	1, 9675245	179. 3. 53
180	0, 2971912	1, 9824502	180. 0. 0

XII. Tafel.

Für die elliptische Bewegung des Cometen von 1770.

Eccentr. Anomali.	Logar. des Rad. Vector.	Radius Vector.	Wahre Anomalie. ° ′ ″
10	9,3597785	0,2289761	28. 8. 5
20	9,4216532	0,2640332	53. 39. 7
30	9,5074780	0,3217294	75. 5. 17
40	9,6020817	0,4000344	92. 27. 30
50	9,6959717	0,4965692	106. 25. 18
60	9,7841792	0,6084003	118. 39. 40
70	9,8645882	0,7321302	127. 3. 22
80	9,9365087	0,8639990	134. 52. 8
90	0,0000000	1,0000000	141. 33. 17
100	0,0549958	1,1350022	147. 21. 4
110	0,1032562	1,2684978	152. 34. 19
120	0,1434832	1,3915972	157. 44. 8
130	0,1770745	1,5034313	161. 31. 46
140	0,2040928	1,5999658	165. 32. 3
150	0,2248437	1,6782712	169. 19. 28
160	0,2395247	1,7359673	172. 57. 48
170	0,2482921	1,7713255	176. 30. 20
180	0,2511999	1,7831997	180. 0. 0

XIII. Tafel.

Welche die Stunden, Minuten und Secunden in Theilen der Täge ausdrückt.

Stunden.	Decimal Theile.	Minuten.	Decimal Theile.	Minuten.	Decimal Theile.	Secunden	Decimal Theile.
1	0,04166:	1	0,000694:	31	0,021527:	1	0,000011574:
2	0,08333:	2	0,001388:	32	0,022222:	2	0,000023148:
3	0,12500:	3	0,002083:	33	0,022916:	3	0,000034722:
4	0,12666:	4	0,002777:	34	0,023611:	4	0,000046296:
5	0,20833:	5	0,003472:	35	0,024305:	5	0,000057870:
6	0,25000:	6	0,004166:	36	0,025000:	6	0,000069444:
7	0,29166:	7	0,004861:	37	0,025694:	7	0,000081019:
8	0,33333:	8	0,005555:	38	0,026388:	8	0,000092593:
9	0,37500:	9	0,006250:	39	0,027083:	9	0,000104166:
10	0,41666:	10	0,006944:	40	0,027777:	10	0,000115741:
11	0,45833:	11	0,007638:	41	0,028472:	11	0,000127315:
12	0,50000:	12	0,008333:	42	0,029166:	12	0,000138890:
13	0,54166:	13	0,009027:	43	0,029861:	13	0,000150463:
14	0,58333:	14	0,009722:	44	0,030555:	14	0,000162037:
15	0,62500:	15	0,010416:	45	0,031250:	15	0,000173611:
16	0,66666:	16	0,011111:	46	0,031944:	16	0,000185186:
17	0,70833:	17	0,011805:	47	0,032638:	17	0,000196760:
18	0,75000:	18	0,012500:	48	0,033333:	18	0,000208332:
19	0,79166:	19	0,013194:	49	0,034027:	19	0,000219906:
20	0,83333:	20	0,013888:	50	0,034722:	20	0,000231482:
21	0,87500:	21	0,014583:	51	0,035416:	21	0,000243056:
22	0,91666:	22	0,015277:	52	0,036111:	22	0,000254630:
23	0,95833:	23	0,015972:	53	0,036805:	23	0,000266204:
24	1,00000:	24	0,016666:	54	0,037500:	24	0,000277780:
25	1,04166:	25	0,017361:	55	0,038194:	25	0,000289354:
26	1,08333:	26	0,018055:	56	0,038888:	26	0,000300926:
27	1,00000:	27	0,018750:	57	0,039583:	27	0,000312500:
28	1,16666:	28	0,019444:	58	0,040277:	28	0,000324074:
29	1,20833:	29	0,020138:	59	0,040972:	29	0,000385648:
30	1,25000:	30	0,020833:	60	0,041666:	30	0,000347222:

Erklärung der Tafeln.

Erklärung der Tafeln.

I. Tafel.

Diese Tafel enthält der Uiberschrift gemäß die Elementen aller bisher beobachteten Cometen. Der berühmte englische Astronom Halley hat in dem Philosoph. transact. des Jahres 1705 pag. 1882 die Berechnung der ersteren 36 gegeben, und nach ihm sind die folgenden von verschiedenen Astronomen hinzugefüget worden.

Durch Vergleichung der Laufbahne neuerer Cometen mit dieser Tafel hat man einige Uibereinstimmung der Elemente gefunden, und gemuthmaßet, daß jene, welche nicht viel verschiedene Abmessungen haben, nur ein, und eben derselbe Comet seyn könnten, dessen Elemente bey jedesmaliger Erscheinung durch die Wirkung der übrigen Himmelskörper in etwas sind verändert worden. Anfangs war dieser Gedanke gewiß nur eine Muthmaßung, weil die höchst unsichern Beobachtungen in den älteren Zeiten, die Berechnung in parabolischen Laufbahnen, die unvollkommene Theorie der Sonne selbst, in die Bestimmung der Elemente einen viel zu merklichen Einfluß haben mußten, und also diese Gleichheit der Elemente, eben sowohl einem Fehler in der Berechnung zugeschrieben werden konnte. Unterdessen bestimmte doch Halley, daß der Comet von 1456, eben der nämliche sey, welcher in den Jahren 1531; 1607; und 1682 erschienen ist, und daß er im Jahre 1759 wieder sichtbar werden solle. Wir wollen uns hier in den gelehrten Streit nicht einlassen, ob Halley seine Vorhersagung auf wirkliche Berechnung der anziehenden Kräfte des Jupiters, und Saturn gegründet, oder selbe nur überhaupt angegeben habe; (d'Alembert opuscules mathem. T. 2. p. 218 &c.) genug ist, daß der Comet den Befehlen des englischen Astronoms gehorchte, und im Jahre 1759 den 12. März im Perihelio war; diese Ehre gehöret also dem berühmten Hr. Halley ganz allein.

Nach diesem Gelehrten hat der berühmte Geometer Hr. Clairaut die Elemente des Cometen auf eine strengere analytische Art zu bestimmen gesucht; (Théorie du Mouvement des Cometes. Paris 1759,) wozu ihm seine Auflösung des großen Problems der drey anziehenden Körper; (Théorie de la lune 1750 und 1765) Anleitung gegeben hat; und er fand, daß der Comet den 15. April 1759 im Perihelio seyn müße, welches aber 33 Täge früher geschehen ist.

Diese Versuche der berühmten Mathematiker geben zwar bewundernswürdige Beweise der Stärke und der Vollkommenheit des menschlichen Verstandes, zeigen aber zugleich mit welch unglaublicher Mühe wir zu unseren wenigen Entdeckungen gelangen, und wie sehr es wahr ist, daß selbst da, wo wir gewiß zu seyn glauben, uns Unsicherheit und Finsterniß aufhalten.

Nebst diesem Cometen, glauben wir noch die Periode des Cometen von 1532 zu kennen, welcher alle 129 Jahre erscheinen sollte, und desjenigen von 1556, den unsere Enkeln im Jahre 1848 beobachten werden. Auch hat der berühmte Herr Lexell

ganz unlängst dem Cometen von 1771 eine Periode von 5 Jahren gegeben, worüber ich meine Gedanken noch zurückhalte.

Wenn man bedenkt 1mo. Daß wir die Masse von keinem Cometen kennen, 2do. daß die Beobachtungen nicht ganz zuverläßig sind, 3^{tio}. daß die kurze Sichtbarkeit der Cometen kaum hinreichend ist, eine erträgliche Parabel, geschweige dann, eine genaue Ellypse für ihre Laufbahn zu bestimmen, 4to. daß das Problem der drey Körper, worauf doch alles ankömmt nur eine erträgliche Annäherung ist, und mehr als menschliche Kräfte in der Anwendung nach aller Strenge verlangte, und daß endlich die Theorie des Jupiters, und Saturn noch viel zu unvollkommen ist, um deren Wirkungen auf die Cometen mit Sicherheit angeben zu können, so sind wir gezwungen die Unvollkommenheit dieses Theiles der Astronomie zu bekennen, und die bisher erhaltenen Vortheile für nichts mehr, als einen glücklichen Zufall anzusehen.

II. Tafel. Fig. 22.

Die Erklärung dieser Tafel ist in jener Formel enthalten, welche der berühmte Herr Euler in der VII. Aufgabe §. 34. anführet, zum Uiberfluß kann man sich noch folgenden Begriff davon machen. Der parabolische Ausschnitt ASR ist = ALCRM — SMR, wenn nun tang. $\frac{1}{2}$ anom. ver. = t, so ist ASR = $\frac{4}{3}t^3 - t^3 + t =$ $\frac{1}{3}t^3 + t$; ferners sey die Zeit, in welcher der Comet von A nach L gekommen $= m$, und jene, in welcher er nach R gelanget ist $= n$, so ist $m : n =$ Fläche ASL : Fläche ASR, oder; $m : n = \frac{4}{3} : \frac{1}{3}t^3 + t$; oder $3mt + mt^3 = 4n$.

Die erste Columne enthält die wahre Anomalie v, die zweyte den parabolischen Sector ASR $= \frac{1}{3}t^3 + t$, oder welches eben so viel ist: die Zeit, in welcher der Bogen AR beschrieben wird, die dritte den Logarithmus dieser Fläche; man wollte also zum Beyspiel die Zeit wissen, in welcher der Comet von 1759 eine wahre Anomalie von 40° beschrieben hat? die Fläche ASL des Cometen dieser Tafel heiße α, die Fläche ASR eben dieses Cometen $= \beta$ (für die Anomalie 40°) die Zeit in welcher der Comet von A nach L gekommen $= 109^{T}, 6154 = t$ die Zeit, in welcher er die Anomalie 40° beschrieben hat = X so ist: $X = \frac{\beta \cdot t}{\alpha}$; folglich:

Log. β	=	9,5798321	(aus der Tafel)
Log. t	=	2,0398716	
Log. $(\beta . t)$	=	1,6197037	
Log. α	=	10,1249386	(aus der Tafel)
Log. X	=	1,4947651	
X	=	31^{T}, 2438	

Fer=

Ferners die Distanz im Perihelio des Cometen von 1759 sey = p. Die Distanz AS des Cometen der Tafel ist = 1. Die gesuchte Zeit für die Anomalie von 40° des Cometen von 1759 sey = T, so ist: $T = X \sqrt{p^3}$ oder:

Log. X	=	1, 4 9 4 7 6 5 1
Log. $\sqrt{p^3}$	=	9, 6 4 7 9 4 3 8
Log. T	=	1, 1 4 2 7 0 8 9
T	=	1 3 ^{T}. 8 9 0 2.

III. Tafel.

Diese Tafel hat mit der vorhergehenden eine gleiche Absicht; Herr Halley theilte die Fläche ASL (Fig. 22) in hundert Theile, und weil sie der zwölfte Theil der zweyten Potenz des Parameters ist, suchte er die Wurzeln aus 0, 04, 08, 0, 16 &c. = $RM^3 + 3RM$, welches eben so viele Werthe von RM sind, und so gieng er weiter über den Ort R des Cometen hinaus; die Subnormale von R ist = LS = 1 folglich ist die Wurzel der angeführten Gleichung die tabellarische Tangente des halben Winkels ASR. Weil ferners ein Comet, dessen Distanz im Perihelio = 1, die wahre Anomalie von 90° in $109^T. 14^h. 46'$ beschrieben würde, so müßten der parabolischen Area LAS, auf jeden Tag 0, 912280 Theile zukommen, davon der Logarithmus 9, 960128 für alle Cometen unverändert bleibet.

Es sey also die Zeit, wenn ein gegebener Comet im Perihelio gewesen ist = T, die Zeit, für welche man die wahre Anomalie, oder die Entfernung desselben von der Sonne verlangt = t, die Differenz dieser Zeiten = D, die beständige Zahl = C, die mittlere Bewegung = m; ferners die perihelische Entfernung von der Sonne = p, die arithmetische Ergänzung des Logarithmus von $\sqrt{p^3} = a$, so ist: Log. m = Log. D + Log. C + Log. a.

Und mit dieser mittleren Bewegung suche man in der dritten Tafel die zugehörige wahre Anomalie.

Z. B. Man verlangte die wahre Anomalie des Cometen von 1683 den 23. July $13^h. 40'$. hier ist $D = 21^T. 10^h. 50'$; $p = 56020$; folglich:

Log. D	=	1, 3 1 0 7 2 3
Log. C	=	9, 9 6 0 1 2 8
Log. a	=	0, 3 7 7 4 8 6
Log. m	=	1, 6 4 8 3 3 7
m	=	4 4, 4 9 8

Dieser mittleren Bewegung entspricht in der Tafel die wahre Anomalie. 56°. 47'. 20''.

Die dritte Columne enthält jene Logarithmen, welche zu dem Logarithmus der Distanz von der Sonne im Perihelio müßen addiret werden, um die wahre Distanz von der Sonne für

für die bestimmte Zeit zu erhalten; in unserem Beyspiel ist der Logarithmus in der dritten Columne, welcher der mittleren Bewegung 44, 498 zukömmt = 0, 1 1 1 3 3 6

Log. p = 9, 7 4 8 3 4 3.

9, 8 5 9 6 7 9

Also der Radius Vector = 0, 7 2 3 9 0 4.

IV. Tafel.

Die erste Columne enthält die eccentrische Anomalie ACR (Fig. 21), die zweyte das doppelte Segment ASRA, welches = r (arc. AR — sin. ACR), die dritte enthält den **Sinus versus** der eccentrischen Anomalie, oder (AC — Cn); der Gebrauch dieser Tafel setzet die Achse der Cometen Bahn bekannt voraus, und besteht darinn, daß die in der Parabel berechneten **Anomalien und Entfernungen** von der Sonne auf die Ellypse reducirt werden.

Es sey also die halbe große Achse eines Cometen = A, die Distanz im Perihelio = D, die eccentrische Anomalie = ϕ, die Eccentricität = E, die halbe kleine Achse = a, die wahre Anomalie = v, so ist:

I. (Log. D — Log. A) + Log. sin. ϕ = 2 Area ΔAFR, welche zu der doppelten Area des Segmentes in der zweyten Columne muß addiret werden, um die mittlere Bewegung zu erhalten; ferners ist:

II. Log. (2 sin.^{2} $\frac{1}{2}$ ϕ) + Log. E = Log. X

III. (X + D) = Fm oder der wahre Radius Vector.

IV. (Log. a + Log. sin. ϕ) — Log. (X + D) = sin. v.

Und auf diese Art wäre für jeden Cometen, dessen große Achse schon bekannt ist, eine mit dieser Tafel ähnliche zu berechnen, wie solches für die Cometen von 1681; 1682; in der IX. und X. Tafel von Herr Halley, und in der XI. und XII. für die Cometen von 1661, und 1770 von mir geschehen ist.

Um aber diese Methode besser zu erklären, wollen wir ein Beyspiel für den Cometen von 1770 wählen, es sey ϕ = 16°; wenn die halbe große Achse = 1, so ist D = 0,2168005; E = 0, 7831996; a = 0, 6217703; p = 0, 3 8 6 5 9 9 0 folglich

Log. D = 9, 3 3 6 0 6 0 1
Log. A = 0, 0 0 0 0 0 0 0
Log. sin. ϕ = 9, 4 4 0 3 3 8 1

9, 8 9 5 7 2 2 0
die Zahl ist = 0, 7 8 6 5 4 2 2 1
Doppelte Area des Segmentes = 0, 0 0 3 6 1 5 3 2

Die mittlere Bewegung = 0, 7 9 0 1 5 7 5 3

Ferners

ferners ist, Log. (2 sin.² ½ Φ) = 8, 5 8 8 1 4 0 5
Log. E = 9, 8 9 3 8 7 2 5

Log. X = 8, 4 8 2 0 1 3 0
X = 0, 0 3 0 3 3 9 8
D = 0, 2 1 6 8 0 0 5

(X+D) = 0, 2 4 7 1 4 0 3 der Radius Vector.

Endlich ist: Log. a = 9, 7 9 3 6 3 0 1
Log. sin. Φ = 9, 4 4 0 3 3 8 1

9, 2 3 3 9 6 8 2

Log. (X+D) = 9, 3 9 2 9 4 3 5

Log. sin. v = 9, 8 4 1 0 2 4 7
folglich v = 43°. 54′. 18″ die wahre Anomalie.

V. Tafel.

Diese Tafel ist nach der Formel des berühmten Herrn Simpson §. (64.) berechnet, und hat mit der IV. Tafel gleiche Absicht. Ihre Berechnungsart erhellet aus der 25ten Aufgabe, und ihr Gebrauch wird durch folgendes Beyspiel erläutert.

Beyspiel.

Man habe für den Cometen von 1682. die wahre Anomalie, 44°. 3′. 20″, und den Logarithmus für den Abstand von der Sonne 0, 065838 aus der III. Tafel in einer Parabel berechnet, und wollte nun in einer Ellypse beyde Stücke finden, deren große Achse 35, 727, und die Entfernung von der Sonnen Nähe = 0, 5825; der Logarithmus von $\frac{35,\ 727}{0,\ 5825}$ ist 1, 7877 dieser werde von den Logarithmen 2, 9228, und 9, 0555, (welche in der 3ten und 4ten Columne bey 44°. 3′ stehen) abgezogen, der Rest giebt alsdann 13′, 65, und 0, 001853; subtrahiret man beyde von 44°. 3′. 20″, und von 0, 36583, so wird die wahre Anomalie in der Ellypse seyn 43°. 49′. 41″, und der Logarithmus für den Abstand von der Sonne = 0, 063985.

Dann wir haben für den Winkel, welcher in der ellyptischen Bahn von dem aus der III. Tafel muß abgezogen werden, den Ausdruck gefunden $\frac{c}{a}\ mu$, (wo m den Bogen in

Theilen des Halbmeßers anzeiget, und u durch z bestimmet ist,) folglich wird $\frac{a}{c} : 1 = mu$: $\frac{a}{c}$ mu, oder $L \frac{a}{c}\ mu = L.\ 1 + L.\ mu - L \frac{a}{c}$.

VI. Tafel.

Dieser Tafel, deren Erklärung ich bereits §. 37. gegeben habe, bedienen sich insgemein die Astronomen, um aus den Elementen, und der Zeit der Beobachtungen die **wahren Anomalien**, und die **Abstände des Cometen** von der Sonne zu finden da, ihr Gebrauch in allen Lehrbüchern enthalten ist, so wird es genug seyn ein Beyspiel der Berechnung anzuführen.

Beyspiel.

Man verlangt die **wahre Anomalie**, und den **Radius Vector** des Cometen 1759, welche er $49^{T} . 18^{h} . 55' . 20''$ vor oder nach dem Perihelium gehabt hat? —

Durch die XIII. Tafel ist die Zeit..........	$49^{T}, 7884$	
Logarithmus der Distanz im Perihelio ...	9, 7670816	
dessen Hälfte....................	9, 8835408	
	9, 6506224	abgezogen von
Logarithmus der Zeit.................	1, 6971282	
	2, 0465058	

Diesem Logarithmus entsprechen $111^{T}, 3282$.

Nun findet man in der VI. Tafel bey 111^{T}. Die Anomalie $90°. 28'. 42''$ die Differenz ist $10'. 15''$, folglich ist die Proportion:

$$5000 : 10'. 15'' = 3282 : 6'. 44''.$$

Also ist die wahre Anomalie $= 90°. 35'. 26''$

Wenn wir die Entfernung im Perihelio d nennen, und die wahre Anomalie φ, so ist nach §. 18. der gesuchte **Radius Vector** $= \frac{d}{\cos.^{2} \frac{1}{2} \varphi}$, folglich:

Logarithmus cof.² ½ (90°, 35'. 26")	9, 6 9 4 4 7 0 5
Logarithmus von d	9, 7 6 7 0 8 1 6
	0, 0 7 2 6 1 1 1

Also der Radius Vector $= 1, 18198$

VII.

VII. und VIII. Tafel.

Da man durch vorhergehende Tafel den Werth des Radius Vector nicht unmittelbar findet, so habe ich durch die angeführte Formel (§. 18.) so wohl diese als die nachfolgende Tafel berechnet, deren Gebrauch ohnehin klar ist.

IX. X. XI. XII. Tafel.

Der Gebrauch, und die Gründe dieser vier Tafeln ist schon in der Erklärung der IV. Tafel gegeben worden.

XIII. Tafel.

Diese Tafel hat ihren vorzüglichen Nutzen, wenn Stunden oder Minuten in Brüchen des Tages auszudrücken sind; ihr Gebrauch ist zu klar um sich mit einem Beyspiel aufzuhalten.

Ende.



Zugabe.

Die Berechnung der Laufbahn des Cometen von 1779, die ich §. 60. nur als ein Beyspiel, um die Methode zu erklären angeführet habe, weichet von den Observationen allzusehr ab, und machte, daß ich die beschwerliche Arbeit wiederholte, um zu versuchen, was eine sorgfältigere Berechnung geben würde, ich fand nun:

Länge des Knoten........	0ˢ. 24°. 57′. 18″
Länge des Perihelium.........	2. 27. 9. 40
Neigung der Laufbahn......	32°. 31′. 7″
Abstand im Perihel..	0, 7131153
Zeit des Perihel	4 Jäner 2ʰ. 40′. 40″. m. Z.
	Direct.

Da diese Elemente mit den Beobachtungen sehr genau übereinskommen, war ich begierig zu sehen, ob sie auch hinlangen würden, um die Ellypse, und die periodische Zeit einigermaßen anzugeben, ich wußte, daß die Winkel Geschwindigkeit in jedem Punkte der Parabel zu der Geschwindigkeit im Perihelio wie 0, 25 : 1, in der Ellypse aber größer als 0, 25 zu 1 seyn müße, aber zu dieser Untersuchung fehlten mir Beobachtungen die dem Perihelium nahe sind; alsdann versuchte ich die Formel, $x = \frac{r\ \text{cos}.\ \phi - d^2}{r\ \text{cos}.^2\ \frac{1}{2}\phi - 2d}$, wo x die halbe große Achse, r der Radius Vector; ϕ die wahre Anomalie, d die Entfernung im Perihelium anzeigen, aber auch dieses gab höchst widersprechende, und unmögliche Werthe, endlich nahm ich die Formel.

$$x = \frac{C - r}{C - r\ k^2}$$

wo x die große Achse, C die beständige Zahl 591826599; r den Radius Vector, und k die kleine zwischen zwo Beobachtungen beschriebene Senne andeuten, welches jedoch bald eine ungemein lange, bald eine negative, bald eine unendliche Achse gab, woraus ebenfalls nichts folgte. Da ich nun nicht genug Muße, und Geduld fand in längere und sehr mühsame Rechnungen auf Geradewohl mich zu verwikeln, ließ ich den Comet in guter Ruhe.

Nach einiger Zeit (den 13 Hornung) schrieb mir der berühmte Herr Bernulli von Berlin sowohl neue Beobachtungen dieses Cometen, nebst der Nachricht, daß Herr Prosperin die ellyptische Laufbahn mit viel Mühe zu bestimmen suche, (wozu ich ihm Glück und Geduld vom ganzen Herzen wünsche) sondern er hatte auch die Gewogenheit mir Observationen des Cometen von 1780, nebst einer doppelten Berechnung seiner parabolischen Laufbahn von dem berühmten Herrn Lexell mitzutheilen, die ich dann meinen Lesern nicht vorenthalten will.

Beob-

Beobachtungen des Cometen von 1780.

	Paris wahre Zeit	Gerades Aufsteigen	Nördliche Abweich.
Octobr.	26T. 17h. 4'. 38	174°. 28'. 1"	14°. 12'. 16".
	31 . 16 . 38 30	173 . 46 . 1	18 . 3 . 48 .
	Novembr.		
	2 . 17 . 17 7	173 . 30 . 30	19 . 41 . 56 .
	4 . 17 . 5 . 52	173 . 10 . 1	21 . 17 . 9 .
	5 . 18 . 26 . 44	172 . 58 . 16	22 . 8 . 22 .
	6 . 16 . 2 . 49	172 . 50 . 21	22 . 52 . 50 .
	7 . 17 . 9 . 43	172 . 39 . 29	23 . 44 . 42

Aus diesen, und anderen mir noch unbekannten Observationen haben der Herr Präsident von Saron, Herr Mechän, der Hr. Chevalier von Angos, und der berühmte Herr Lexell zu Paris die Laufbahn zu bestimmen gesucht, sie fanden:

Die Länge des Knoten	4ˢ. 4°. 30'. 0"	4ˢ. 4°. 0'. 0"
Länge des Perihelium.	8 . 6 . 19 . 21	8 . 6 . 30 . 14
Neigung der Bahn.	53 . 15 . 20	53 . 56 . 28
Logarith. der Sonnen Nähe.	9, 0020265	8, 9903713
Zeit des Perihel.	30 Sept. 16h. 8'. 24" m. Z.	30 Sept. 20h. 16'. 22" m. Z.

Die Berechnung der Laufbahn über mich zu nehmen, fehlet es mir dermalen an Muße, und vielleicht auch an Geduld, ich überlaße diese Arbeit anderen Liebhabern, und werde dieses Blatt mit der Anzeige einiger Druck oder Schreibfehler enden.

pag. 136. §. 6. soll es heißen cos. d . cos. t .

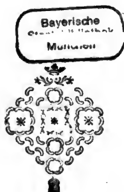
138. §. 11. muß erinnert werden, daß die 4te und 5te Aufgabe sehr brauchbar sind, wenn man statt der geocentrischen Breiten ꝛc. ꝛc. die heliocentrischen nehmen will.

pag. 139 §. 15. Hat man vergessen den Werth von sin. x zu berechnen, es läßt sich aber leicht sehen wie er gefunden wird:

pag. §. 46. soll stehen, tang. $\eta = \frac{(\sin. \omega - \cos. i . \cos. \omega)\, a \,\text{tang.}\, \phi}{\delta - a . \cos. \omega\, (2 \sin.^2 \frac{1}{2} i)}$.

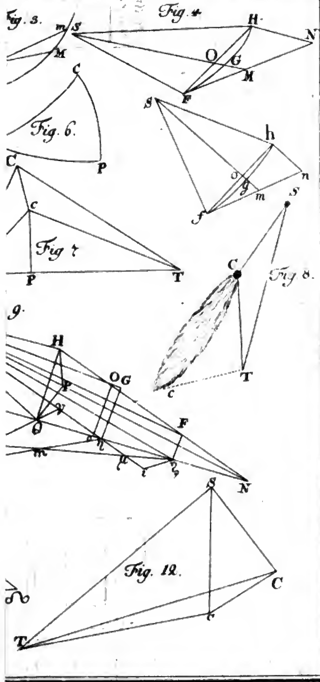
pag. §. 56. habe ich der Formel eine unverdiente Ehre erwiesen, da ich sie, **nicht ganz untauglich** nannte; sie ist vielmehr eben so unbequem, als alle übrigen, durch die man dieses schwere Problem bis auf diese Stunde aufzulösen versuchet hat.

pag. §. 61 — 63. Sind verschiedene Rechnungsfehler eingeschlichen, welches bey langen Calculn eben nichts neues ist, es ist aber unnöthig selbe zu verbessern, weil diese Berechnung nur ein Beyspiel abgeben sollte, und also ein paar Fehler hier nicht vieles bedeuten.

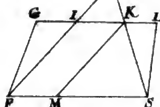


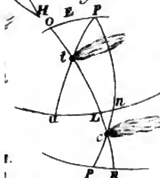
Merkwürdigere Druckfehler.

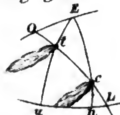
Seite	Zeile	Anstatt.	Lese.
4	17	PS . z	PS
17	26	$4d^{s}$	$4\delta^{s}$
28		*ſſ* und in viel anderen Orten soll anstatt *ſ* ein S stehen, welches die Figur selbst anzeiget.	
136	2	$\frac{1}{2}$ cos. $(d-p)(+$ cos.	$\frac{1}{2}$ cos. $d-p))+$ cos.
136	30		cos. d. cos. t .
142	19		$e =$ ……
142	20	t	τ
142	26	τ (e cos. $\phi + 1$)	τ (cos. $\omega + 1$)
148	19	*cs*	CS.
149	25		SC
153	22	LT—NC	NC—LT
158	8	R*u*	R*n*
		$b = x$	$ab = \alpha$
158	17	ST	Sy'.
192		Sind die Differenzen in der letzten Columne, unrichtig gesetzt.	

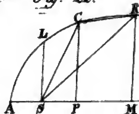

Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7
Fig. 8.
Fig. 12.

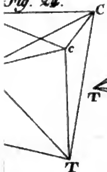

C
Fig. 14.

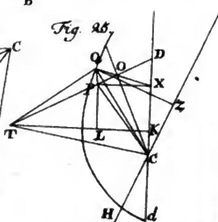

Fig. 15.
H
G
I
K
L
F
M
S

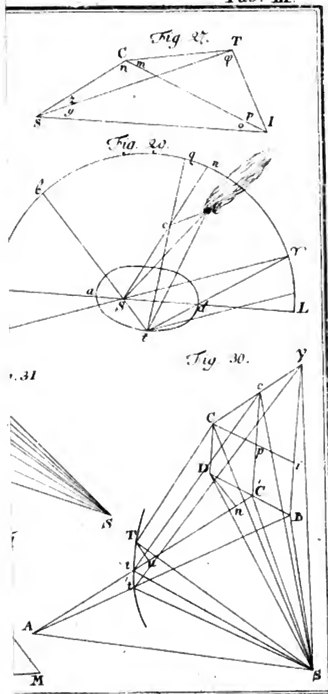

Fig. 18.
H
O
E
P
t
n
u
L
c
P
R


Fig. 19.
E
O
t
C
L
u
h


Fig. 22.
C
R
L
A
S
P
M


Fig. 24.
C
c
T


Fig. 25.
Q
O
D
X
Z
T
L
K
C
H
d


Fig. 27.
C
T
n
m
φ
S
y
p
o
I
Fig. 29.
q
n
c
Υ
a
S
L
t
Fig. 30.
Y
.31
c
C
p
D
r
C
n
D
S
T
t
u
t
A
M
B





